



MÉMOIRE DE STAGE DE RECHERCHE
MASTER 2 SCIENCES DE L'INGÉNIEUR, PARCOURS ATIAM
9 FÉVRIER – 9 JUILLET 2015

Caractérisation du pincement de la harpe de concert en contexte musical

Montserrat PÀMIES–VILÀ
montserrat.pamies_vila@etu.upmc.fr

Encadrement :

Jean-Loïc LE CARROU

Maître de conférences à l'UPMC (jean-loic.le_carrou@upmc.fr)

Institut Jean Le Rond D'Alembert, UMR CNRS 7190
Equipe Lutheries – Acoustique – Musique
11 rue de Lourmel, 75015 Paris



*«Els elements es combinaven entre ells
com en l'arpa els diversos tons de les cordes configuren harmonies diverses,
si bé l'instrument manté sempre el seu so característic.»*

*«Alors les éléments naturels s'accordèrent différemment entre eux,
comme, sur la harpe, les notes varient selon le rythme,
tandis que toujours demeure la musique.»*

Livre de la Sagesse (Sg 19,18).

Résumé

L'interaction du harpiste avec son instrument est analysée au niveau des gestes producteurs de son à travers l'étude des trajectoires de la corde pendant le pincement. L'expérience a pour objectif d'étudier le pincement d'une corde de harpe en fonction du contexte musical et du type de corde. Un modèle mécanique de la corde pincée a été développé pour obtenir l'effort de pincement et la trajectoire de la corde au point de pincement. Une validation expérimentale de la méthode a été effectuée par une mesure directe du pincement via une caméra rapide. De plus, des méthodes de traitement de signal combinées avec l'étude vibratoire de la corde ont été mises en place afin de segmenter les signaux, d'estimer le point de pincement et de détecter les instants caractéristiques. L'analyse des trajectoires obtenues montre la capacité de l'instrumentiste à répéter le geste y compris dans les changements de nuance et de tempo ; ces résultats se sont avérés dépendants du harpiste. L'étude des différents doigts et cordes montre l'adaptation du geste en fonction de la tessiture et, surtout, du contexte de jeu. La tendance de certains doigts à suivre des trajectoires de pincement similaires indépendamment de la corde a été ainsi observée.

Mots clés

Interaction musicien-instrument, corde vibrante, effort d'interaction, segmentation du signal, détection du point de pincement.

Abstract

The interaction between the harpist and his/her instrument is studied in terms of the sound production movement, called the plucking. The study has the goal of analyzing the plucking as a function of the musical context and the plucked string. A mechanic model of the plucked string has been developed in order to obtain the plucking efforts and trajectories of the string on the plucking point, furthermore, a high-speed camera has been used to validate the methodology. Several signal processing methods combined with a vibrational point of view have been implemented so as to segment the signals, approximate the plucking point and detect the plucking characteristic instants. The analysis of the plucking trajectories shows the repeatable capacities even in musical context changes ; capacity which depends on the harpist. By studying several fingers and strings, the adaptation of the plucking movement is presented as a function of the harp tessiture and the playing context, moreover, it is highlighted that some fingers may perform similar trajectories on different strings.

Keywords

Musician-instrument interaction, plucked vibrating string, interaction effort, signal segmentation, plucking point detection.

Remerciements

Je voudrais remercier d'abord mon encadrant Jean–Loïc Le Carrou de m'avoir fait confiance depuis le début de mon stage et de m'avoir donné le soutien nécessaire pour développer les connaissances en acoustique et dans les domaines complémentaires à mon travail. J'en profite pour remercier toute l'équipe pédagogique du master ATIAM, pour le bagage scientifique délivré tout au long de l'année.

Je remercie également très chaleureusement l'équipe LAM, pour m'avoir accueillie et pour m'avoir encouragée dans mon travail. En particulier, je voudrais remercier René Durand pour son aide en termes audiovisuels. Un mot encore pour les bons moments partagés avec les stagiaires, thésards et post–docs du Lam : Xavier, Baptiste, Catherine, Romain, Louis, Clara, Hugo, Timothy, Yosr, Juan Pablo, Alexandre, Camille(s), Augustin, Benoît, Lionel et Herni.

Je suis reconnaissante à l'Université Pierre et Marie Curie pour m'avoir permis de poursuivre mes études en France et de pouvoir disposer des laboratoires équipés accessibles aux étudiants en tant que stagiaires.

Un merci spécial va inévitablement à mes copains du master ATIAM, pour me faire progresser dans l'apprentissage du français et des sciences de la musique. Finalement, je remercie énormément ma famille pour leur soutien depuis le jour où j'ai vu pour la première fois une chambre anéchoïque : « moltes gràcies per tot el que heu fet per mi ».

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Présentation de l'organisme d'accueil	1
1.2	État de l'art	1
1.3	Contexte du stage	3
1.3.1	Description de l'expérience	3
1.4	Objectifs spécifiques du stage	4
1.5	Organisation du document	5
2	Identification des paramètres d'interaction	6
2.1	Introduction	6
2.2	Modèle vibratoire avec force d'excitation	6
2.2.1	Equation du mouvement	6
2.2.2	Calcul des coefficients de participation modaux	9
2.2.3	Détermination de l'effort de pincement	9
2.2.4	Détermination du déplacement au point de pincement	10
2.3	Obtention du point de pincement	11
2.3.1	Introduction	11
2.3.2	Détection du point de pincement	13
2.3.3	Obtention de l'instant de lâcher	13
2.4	Étude expérimentale	14
2.4.1	Protocole expérimental	14
2.4.2	Résultats	15
2.4.3	Point de pincement	18
2.4.4	Conclusion	19
3	Traitement des données	20
3.1	Introduction	20
3.2	Segmentation de la base de données	22
3.2.1	Méthodologies de segmentation des signaux	22
3.2.2	Fonction de détection	22
3.2.3	Seuil de détection informé par la partition	24
3.2.4	Mise en place et résultats de la segmentation	24
3.3	Calibrage des données de déplacement	25
3.4	Détermination des caractéristiques du pincement	25
3.4.1	Instants caractéristiques	25
3.4.2	Paramètres caractéristiques du pincement	28

4	Analyse des trajectoires de pincement	30
4.1	Répétabilité de la forme de pincement	30
4.2	Adaptation selon le doigt et selon la corde	32
4.3	Effet du contexte de jeu	34
	Conclusion	36
	Bibliographie	40
	Annexe A Détails de l'expérience	41
A.1	Détail des cordes mesurées	41
A.2	Détail des capteurs	42
A.3	Doigtés	42
A.4	Partition : La Giblette, Bernard Andrès	43
	Annexe B Compléments du modèle de corde pincée	44
B.1	Vision temporelle de la solution du mouvement forcé	44
B.2	Analyse spectral pour estimer le point de pincement	46
B.2.1	Effet du rejet d'harmonie	46
B.2.2	Application aux signaux de l'expérience	46
B.3	Compléments du calcul des premières ondes sur la corde	48
B.4	Simplification quasi-statique	50
B.4.1	Comparaison avec la caméra rapide	51
	Annexe C Calibrage des mesures de déplacement	53
C.1	Introduction	53
C.2	Modèle de sensibilité	53
C.3	Calcul des incertitudes	54

Chapitre 1

Introduction

1.1 Présentation de l'organisme d'accueil

L'équipe « Lutheries–Acoustique–Musique » (LAM), rattaché depuis 2007 à l'Institut Jean Le Rond d'Alembert (UMR CNRS 7190), a été créé en 1963 sous le nom de « Laboratoire d'Acoustique Musicale » au sein de la Faculté des Sciences de Paris. Actuellement, le laboratoire dépend à la fois de l'Université Pierre et Marie Curie (UPMC), du Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS) et du Ministère de la Culture et de la Communication.

Les travaux de recherche menés par l'équipe LAM s'articulent en trois thématiques autour du son et de la musique. La première, historiquement la plus ancienne, concerne l'étude du fonctionnement des instruments de musique et de la voix : les aspects physiques des instruments, leur perception, la synthèse sonore et l'étude du jeu des instrumentistes, entre autres. La deuxième traite de la perception et de la cognition musicale : on s'intéresse au son et à la musique tels qu'ils sont perçus par l'humain. Et le troisième axe concerne les techniques audio, le stockage et la restitution des phénomènes sonores, la conservation des supports et le traitement du signal audio.

Étiquetée comme une discipline en plein essor [1], l'étude du rôle du musicien dans la production sonore est l'objet de nombreuses investigations récentes en acoustique des instruments de musique. Dans l'équipe LAM, on s'intéresse notamment à l'interaction musicien–instrument dans les domaines de la flûte [2] et de la harpe [3], à la perception par le musicien des instruments à cordes frottées [4] et pincées [5], et au contrôle actif des propriétés vibratoires des instruments [6].

1.2 État de l'art

Les premières études scientifiques sur la harpe datent des années 1970 [7, 8]. A partir des années 2000, on s'est intéressé au fonctionnement vibro–acoustique de la harpe de concert et à décrire l'interaction avec le harpiste [9, 3]. Les premiers travaux faits par Le Carrou *et al.* ont donné lieu à une meilleure connaissance de l'acoustique de la harpe de concert [8], de ses modes de vibration [10], de son rayonnement [9, 11], des vibrations par sympathie des cordes [12] et d'un premier modèle d'interaction simplifié entre le doigt et la corde [8]. La production

sonore se fait par le pincement d'une corde laquelle, grâce à sa fixation à la table d'harmonie, transmet l'énergie vibratoire qui est finalement rayonnée.

Ensuite, les études faites par Chadeaux *et al.* ont permis de décrire l'interaction harpiste–harpe avec précision [3], afin de connaître et modéliser le pincement des cordes de harpe [13, 14] et analyser la posture et la gestuelle du musicien [15]. Le rôle de l'instrumentiste est de choisir, à travers le pincement, les conditions initiales à fournir à la corde, qui peuvent dépendre de l'expérience du harpiste et du contexte musical ou de l'environnement de jeu (salle de concert, studio, phase d'apprentissage ou situation de concert...). Le déplacement et la vitesse donnés à la corde au moment du lâcher conditionnent son mouvement et, par conséquent, le son produit. Chadeaux *et al.* ont proposé une décomposition du pincement d'une corde de harpe en deux étapes [3] :

- L'accrochage : le doigt emmène la corde jusqu'au déplacement désiré. Cette phase est limitée entre le premier instant de contact corde–doigt (t_c) et le début du glissement (t_s , s pour *slipping*).
- Le glissement : la corde glisse sur le doigt jusqu'au moment où elle est relâchée pour vibrer librement. Cette phase est limitée entre l'instant t_s et l'instant de lâcher (t_r , r pour *release*).

A partir de l'analyse des pincements d'une corde de harpe à l'aide des mesures avec caméra rapide (Fig. 1.1), Chadeaux *et al.* ont proposé un modèle d'interaction doigt–corde où le doigt du harpiste est vu comme un système masse–ressort [13].

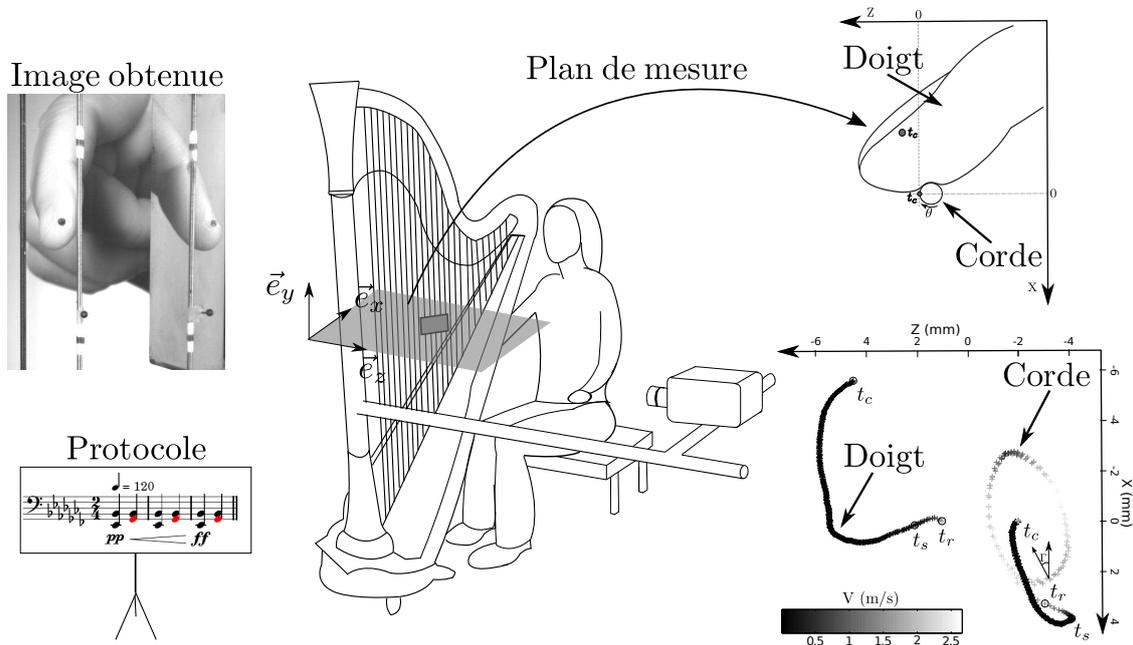


FIGURE 1.1 – Schéma du protocole expérimental pour l'étude du pincement en deux axes d'une corde de harpe à travers d'une caméra rapide [3, 14].

Ces études ont montré que, pour des pincements de cordes de harpe, les conditions initiales données à la corde (déplacement, vitesse et rotation) varient suivant les musiciens et le contexte de jeu. De plus, chaque harpiste montre une grande capacité à répéter les trajectoires

et les conditions initiales du pincement, ce qui est caractéristique d'un geste expert. Il existe, de ce fait, une « signature sonore » du harpiste [13]. Dans le cadre de ces travaux, on s'est intéressé aux différences entre les propriétés du pincement selon deux doigts de la main (index et annulaire) et selon deux contextes de jeu, soit des arpèges, soit des accords et pour une seule corde [14].

Au niveau gestuel, il a été observé que le harpiste exécute, en plus des mouvements directement producteurs de son, des mouvements ancillaires contributifs à l'expressivité musicale [15]. Les trajectoires des doigts, des mains et des bras suivent le même comportement que pour les trajectoires de pincement : variabilité entre harpistes et “intra-répétabilité” pour un même sujet. L'analyse des efforts articulaires régissant la production d'accords avec la main gauche a montré que l'épaule était l'articulation la plus sollicitée [15].

1.3 Contexte du stage

Dans le cadre du projet dans lequel mon stage s'inscrit, nous nous intéressons à étendre l'étude du pincement sur l'ensemble de la tessiture de la harpe et pour différents contextes musicaux. L'objectif général est de comprendre l'évolution du jeu du harpiste en fonction des paramètres des cordes (position, tension, matériau) et du contexte de jeu en termes de trajectoires de pincement, de conditions initiales de mise en vibration des cordes et du mouvement du harpiste.

Pour cela, les premières étapes du projet, réalisés lors des stages de recherche d'Olivier Jacquet et d'Ilya Franciosi [16, 17], ont été dédiées à la conception, à la mise en place du protocole expérimental et à la réalisation des expériences pour l'obtention des mesures vibratoires d'un ensemble de cordes (voir Annexes A.1 et A.2) et du geste des harpistes en cours de jeu d'un morceau choisi (La Gimblette de B. Andrès, un extrait est fourni dans l'Annexe A.4).

Suite à cette première phase expérimentale, un traitement et une analyse approfondie des mesures restait à faire. Nous nous limitons ici à l'interaction du doigt avec la corde en cours de jeu et, parallèlement, une étude cinématique et des efforts du musicien est entreprise au sein de l'Institut Supérieur du Mouvement (Marseille, France).

1.3.1 Description de l'expérience

Les expériences ont consisté en l'enregistrement synchronisé des déplacements d'une sélection de 6 cordes de la harpe, de l'accélération au pied de chaque corde, du son dans la salle d'expérience, des images vidéo selon trois points de vue et du mouvement du harpiste par des balises fixées sur ses bras et sur son dos. La Fig. 1.2 montre un schéma du protocole expérimental. Les trajectoires des cordes sont mesurées avec deux capteurs optiques orthogonaux fixés à la console.

L'avantage de ce protocole expérimental par rapport aux expériences avec caméra rapide est de fournir une mesure synchrone et peu intrusive des mouvements de la corde suivants

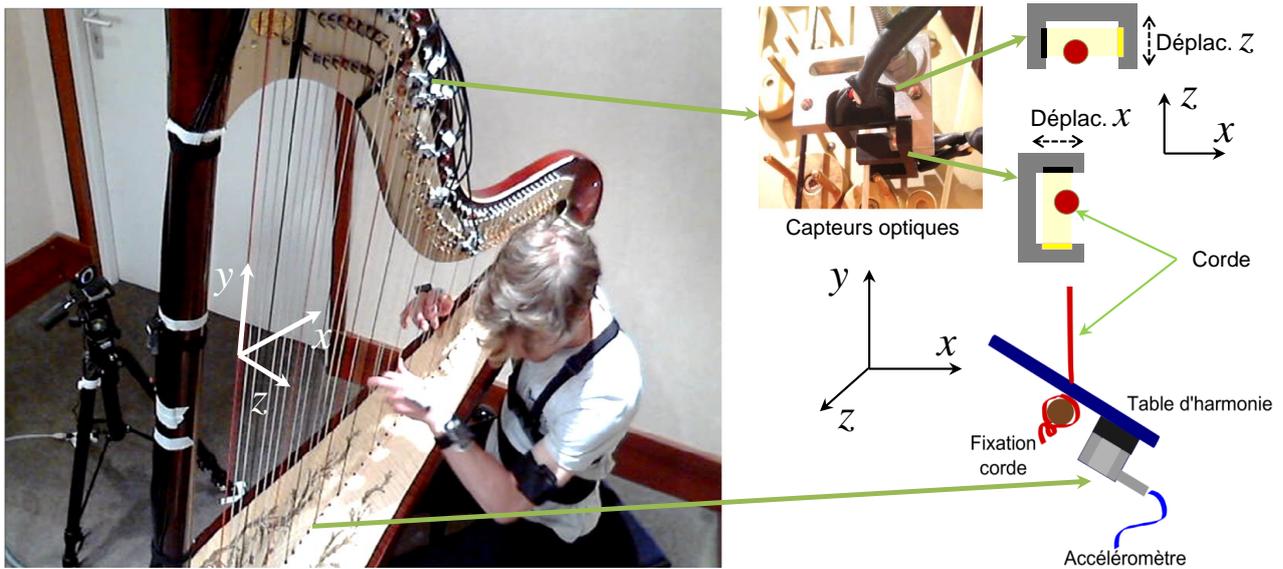


FIGURE 1.2 – Image du protocole expérimental et schéma des capteurs optiques et l'accéléromètre installés sur 6 cordes de la harpe.

ses deux polarisations dans un plan perpendiculaire ($x - z$ pour la suite). La faible intrusivité permet de ne pas restreindre le point de pincement ni le mouvement de l'ensemble de la harpe ; le harpiste se retrouve donc au cours de la séance d'expérience dans une vraie configuration de jeu.

Douze harpistes, huit professionnels et quatre amateurs expérimentés, ont participé à l'expérience. Les instrumentistes étaient équipés des capteurs de mouvement et ils devaient jouer le morceau imposé sur la harpe instrumentée. Diverses variations de la Gimlette de Bernard André (Annexe A.4) ont été enregistrées selon les trois modalités de jeu demandées :

- Le harpiste joue avec une interprétation libre le thème et les variations 2, 3, 6, 8, 9, 11 et 12, avec les balises de capture du mouvement.
- Le harpiste joue le thème et les variations 2 et 6 avec un tempo imposé et des indications de nuances *forte-piano*, avec les balises de capture du mouvement.
- On refait le thème et les variations 2, 6 et 12 sans les balises de capture de mouvement avec une interprétation libre.

Les deux premières phases sont destinées à la comparaison des contextes de jeu avec ou sans contraintes de tempo ou de nuances. La troisième permet d'évaluer l'effet des capteurs sur le jeu du harpiste.

1.4 Objectifs spécifiques du stage

Le présent travail est situé dans les dernières étapes de ce projet d'analyse du geste du harpiste, et il a comme objectif principal de développer une méthode de traitement de données afin de caractériser les pincements en fonction de la tessiture de l'instrument et selon le contexte de jeu.

Afin de pouvoir analyser les pincements et l'interaction doigt–corde, on doit être capable de transférer les données de déplacement depuis les points de mesure vers le point d'excitation. On a donc besoin d'un modèle représentant la mécanique de la corde. A priori on ne connaît pas le point de pincement, donc on va devoir le déterminer. Parallèlement, on va établir les instants limitant la durée du pincement, temps pendant lequel le doigt reste en contact avec la corde et à la fin duquel les conditions initiales de mise en vibration sont établies.

Un traitement des signaux adapté aux données doit être mis en place afin de reconstruire la trajectoire de la corde à son point de pincement. En raison de l'importante base de données, on doit développer une méthode robuste et automatique pour segmenter et pour traiter les signaux des capteurs. Dans la phase d'analyse des résultats, afin d'analyser l'influence du contexte musical et de la tessiture de la harpe, on va s'intéresser aux trajectoires de la corde en son point de pincement et on va les comparer pour les divers cas d'étude.

1.5 Organisation du document

Dans le présent document on a présenté tout d'abord le contexte de déroulement du stage : l'organisme d'accueil, les travaux faits précédemment et le protocole expérimental utilisé. Le Chapitre 2 abordera les aspects mécaniques de l'interaction doigt–corde : le modèle vibratoire de la corde, l'identification du point de pincement et l'étude expérimentale faite pour valider cette méthodologie. Ensuite, le Chapitre 3 exposera les méthodes de traitement des données utilisées afin de segmenter, de calibrer les signaux et de déterminer les caractéristiques du pincement. Finalement, dans le Chapitre 4 une analyse des trajectoires de pincement sera entreprise afin de caractériser les pincements en fonction du contexte musical. Le document finira avec l'annonce des perspectives à envisager dans la suite du projet et des annexes avec des calculs et des informations complémentaires.

Chapitre 2

Identification des paramètres d'interaction

2.1 Introduction

La harpe de concert présente un ensemble de 47 cordes construites en acier, en boyau ou en nylon, avec des tensions qui varient entre les 50 et les 700 N. Elles sont fixées entre la console (haut) et la table d'harmonie (pied de la corde) [8]. On veut étudier le comportement mécanique de la corde pour déterminer les paramètres d'interaction dont on a besoin : le point de pincement, la trajectoire au point de pincement et l'effort de pincement.

Hypothèses considérées

La corde est considérée souple, homogène le long de sa longueur L_c et de masse linéique ρ_L . On suppose, de plus, que sa tension ne varie pas au cours du jeu. Grâce au fait que l'on traite les phases de pincement et les premières oscillations libres, la dynamique de la corde est régie principalement par l'effort du doigt, on néglige donc les effets d'amortissement et des pertes aux extrémités. Dans une vision simplifiée de la mécanique de la corde, on la découple des effets venant de l'interaction avec la table d'harmonie. On peut considérer que les polarisations x et z de la corde sont indépendantes (notés v dans la suite) et qu'il n'existe pas de transfert d'énergie entre polarisations.

On doit également considérer la forme de la distribution de forces sur la corde pendant le pincement. La corde, définie pour $y \in [0, L_c]$, est pincée à l'abscisse $y = y_0$, avec un doigt de dimensions significativement plus réduites que la longueur de la corde, on néglige donc la largeur de contact et on considère une excitation ponctuelle à y_0 .

2.2 Modèle vibratoire avec force d'excitation

2.2.1 Equation du mouvement

Le déplacement transversal $v(y, t)$ d'une corde souple idéale de longueur L_c excitée selon une distribution de force par unité de longueur $p(y, t)$ est gouverné par l'équation du mouve-

ment [18] :

$$\rho_L \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial y^2} = p(y, t) \quad (\text{Eq.2.1})$$

Où ρ_L est la masse linéique de la corde et T sa tension qui définissent $c = \sqrt{T/\rho_L}$, la célérité des ondes transversales sur la corde. Avec la condition de déplacement nul aux extrémités ($y = 0$ et $y = L_c$) :

$$v(0, t) = 0 \quad v(L_c, t) = 0 \quad (\text{Eq.2.2})$$

Dans le cas général, les conditions initiales à $t = 0$ de déplacement $v(y, 0)$ et de vitesse $\dot{v}(y, 0)$ sont définies par :

$$v(y, 0) = d_0(y) \quad \dot{v}(y, 0) = \frac{\partial v(y, 0)}{\partial t} = v_0(y) \quad (\text{Eq.2.3})$$

Propriétés du mouvement libre

Sans force externe appliquée, l'équation du mouvement libre de la corde devient :

$$\rho_L \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial t^2} - T \frac{\partial^2 v(y, t)}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{Eq.2.4})$$

Avec les conditions aux limites définies par l'Eq.2.2 et les conditions initiales selon l'Eq.2.3, les solutions de l'Eq.2.4 peuvent être décomposées sur la base des n déformées modales $\Phi_n(y)$ de la corde selon les n coefficients de participation modaux $q_n(t)$ [18] :

$$v(y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \Phi_n(y) \quad (\text{Eq.2.5})$$

Chacune des déformées propres $\Phi_n(y)$ vérifie l'équation du mouvement et les conditions aux limites de déplacement nul $\Phi_n(0) = \Phi_n(L_c) = 0$. L'expression des déformées dans l'Eq.2.5 devient :

$$\Phi_n(y) = \sin(k_n y) \quad (\text{Eq.2.6})$$

Où $k_n = \frac{n\pi}{L_c}$ est le nombre d'onde du mode n de la corde souple idéale de longueur L_c fixée rigidement aux extrémités. Les fonctions $q_n(t)$ dépendent des conditions initiales de mise en vibration données à la corde. On note par ω_n les pulsations propres d'oscillation de la corde avec la relation $\omega_n = 2\pi f_n = c k_n$. On écrit l'expression des $q_n(t)$ selon les coefficients A_n et B_n , qui dépendent respectivement des conditions initiales de déplacement et de vitesse :

$$q_n(t) = A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t) \quad (\text{Eq.2.7})$$

L'expression de la solution générale Eq.2.5 devient :

$$v(y, t) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t)) \sin(k_n y) \quad (\text{Eq.2.8})$$

En substituant cette solution dans l'équation du mouvement libre Eq.2.4, on obtient après calcul :

$$-\omega_n^2 \rho_L \Phi_n(y) - T \frac{\partial^2 \Phi_n(y)}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{Eq.2.9})$$

En multipliant pour un mode quelconque $\Phi_p(y)$ et en intégrant sur la longueur de la corde on a :

$$\int_0^{L_c} \omega_n^2 \rho_L \Phi_n(y) \Phi_p(y) dy + \int_0^{L_c} T \frac{\partial^2 \Phi_n(y)}{\partial y^2} \Phi_p(y) dy = 0 \quad (\text{Eq.2.10})$$

On peut démontrer [18] à partir des intégrales de l'Eq.2.10 que la seule combinaison des modes n et p qui rend non nulle l'intégrale définie par

$$\mathcal{P}_M(n, p) = \int_0^{L_c} \rho_L \Phi_n(y) \Phi_p(y) dy \quad (\text{Eq.2.11})$$

est le cas $n = p$. Ce fait nous permet d'écrire :

$$m_n = \mathcal{P}_M(n, n) = \int_0^{L_c} \rho_L \Phi_n^2(y) dy = \frac{\rho_L L_c}{2} \quad (\text{Eq.2.12})$$

La grandeur m_n est appelée la masse modale du système [18].

Propriétés du mouvement forcé

Dans le cadre du mouvement forcé, on introduit l'expression de la décomposition modale du mouvement (Eq.2.5) dans l'équation du mouvement forcé (Eq.2.1), on a :

$$\rho_L \sum_{n=1}^{+\infty} \ddot{q}_n(t) \Phi_n(y) - T \sum_{n=1}^{+\infty} q_n(t) \frac{\partial^2 \Phi_n(y)}{\partial y^2} = p(y, t) \quad (\text{Eq.2.13})$$

On multiplie pour un mode p et on intègre sur l'ensemble de la corde :

$$\rho_L \int_0^{L_c} \sum_{n=1}^{+\infty} \ddot{q}_n(t) \Phi_n(y) \Phi_p(y) dy - T \int_0^{L_c} \sum_{n=1}^{+\infty} q_n(t) \frac{\partial^2 \Phi_n(y)}{\partial y^2} \Phi_p(y) dy = \int_0^{L_c} p(y, t) \Phi_p(y) dy \quad (\text{Eq.2.14})$$

Cette expression est nulle pour toutes les combinaisons de p et n à l'exception du cas $n = p$. Alors, peut écrire :

$$\rho_L \int_0^{L_c} \ddot{q}_n(t) \Phi_n(y) \Phi_n(y) dy - T \int_0^{L_c} q_n(t) \frac{\partial^2 \Phi_n(y)}{\partial y^2} \Phi_n(y) dy = \int_0^{L_c} p(y, t) \Phi_n(y) dy \quad (\text{Eq.2.15})$$

En sachant que les formes modales $\Phi_n(y)$ doivent vérifier l'équation du mouvement libre Eq.2.10, on a :

$$-\omega_n^2 \rho_L \Phi_n(y) = T \frac{\partial^2 \Phi_n(y)}{\partial y^2} \quad (\text{Eq.2.16})$$

L'Eq.2.15 devient alors :

$$\rho_L \int_0^{L_c} \ddot{q}_n(t) \Phi_n(y) \Phi_n(y) dy - T \int_0^{L_c} q_n(t) (-\omega_n^2 \rho_L \Phi_n(y)) \Phi_n(y) dy = \int_0^{L_c} p(y, t) \Phi_n(y) dy \quad (\text{Eq.2.17})$$

En y identifiant l'expression de la masse modale m_n et la force modale $F_n(y, t)$:

$$F_n(y, t) = \int_0^{L_c} p(y, t) \Phi_n(y) dy \quad (\text{Eq.2.18})$$

on a :

$$\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = \frac{F_n(y, t)}{m_n} \quad (\text{Eq.2.19})$$

On détermine ensuite l'expression des coefficients de participation modaux $q_n(t)$ pour une excitation indéterminée $p(y, t)$ dans le domaine fréquentiel. Une autre possibilité de calcul des $q_n(t)$ dans le domaine temporel est détaillée dans l'Annexe B.1.

2.2.2 Calcul des coefficients de participation modaux

On considère une excitation $p(y, t)$ suffisamment régulière pour pouvoir calculer sa Transformée de Fourier (TF) notée $P(\omega)$ [19]. On calcule aussi expressions des TF des coefficients modaux $Q_n(\omega)$ et de la force modale $\tilde{F}_n(\omega)$:

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} p(y, t) dt ; \quad Q_n(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} q_n(t) dt ; \quad \tilde{F}_n(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} F_n(y, t) dt \quad (\text{Eq.2.20})$$

On peut donc écrire l'expression de l'équation modale Eq.2.19 dans le domaine fréquentiel :

$$-\omega^2 Q_n(\omega) + \omega_n^2 Q_n(\omega) = \frac{\tilde{F}_n(\omega)}{m_n} \quad (\text{Eq.2.21})$$

On trouve l'expression fréquentielle des coefficients modaux $Q_n(\omega)$:

$$Q_n(\omega) = \frac{\tilde{F}_n(\omega)}{m_n} \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} \quad (\text{Eq.2.22})$$

2.2.3 Détermination de l'effort de pincement

Pour déterminer les coefficients $Q_n(\omega)$ il reste inconnu le paramètre de force ou effort de pincement ($\tilde{F}_n(\omega)$). En partant de l'expression des coefficients $Q_n(\omega)$ Eq.2.22, on peut exprimer le déplacement des points y de la corde à partir de la solution générale Eq.2.5. On écrit le déplacement du point de mesure $y = y_m$:

$$U(y_m, \omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} \Phi_n(y_m) Q_n(\omega) = \sum_{n=0}^{+\infty} \Phi_n(y_m) \frac{\tilde{F}_n(\omega)}{m_n(\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (\text{Eq.2.23})$$

Où $U(y_m, \omega)$ est la TF du déplacement $v(y_m, t)$ au point d'observation y_m ; $\Phi_n(y) = \sin(k_n y)$ sont les déformées modales et m_n est la masse modale.

La corde est pincée à l'abscisse $y = y_0$. On considère que cette force d'excitation est ponctuelle au point $y = y_0$:

$$p(y, t) = \begin{cases} p(y_0, t) \delta(y - y_0) & \text{pour } y = y_0 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{Eq.2.24})$$

Où $p(y_0, t)$ est à priori non nul entre les instants $t \in [t_c, t_r]$. On peut écrire l'expression de la force modale au point d'excitation y_0 Eq.2.18 comme :

$$F_n(y_0, t) = \int_0^{L_c} p(y, t) \Phi_n(y_0) dy = \Phi_n(y_0) p(y_0, t) \quad (\text{Eq.2.25})$$

Et sa Transformée de Fourier :

$$\tilde{F}_n(\omega) = \Phi_n(y_0) P(y_0, \omega) \quad (\text{Eq.2.26})$$

Le concept d'admittance ou mobilité d'une structure continue soumise à un champ de forces nous permet de relier les composantes de vitesse du mouvement aux composantes de force en tout point de la structure discrète [18]. L'expression de l'admittance de transfert $Y_{0m}(\omega)$ entre le point d'excitation $y = y_0$ et le point de mesure $y = y_m$ s'exprime comme :

$$Y_{0m}(\omega) = \frac{U(y_m, \omega) \omega j}{P(y_0, \omega)} = \omega j \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\Phi_k(y_m) \Phi_k(y_0)}{m_k(\omega_k^2 - \omega^2)} \quad (\text{Eq.2.27})$$

A partir de cette relation, la force ponctuelle $P(y_0, \omega)$ peut se calculer comme :

$$P(y_0, \omega) = \frac{U(y_m, \omega) \omega j}{Y_{0i}(\omega)} = U(y_m, \omega) \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\Phi_k(y_m) \Phi_k(y_0)}{m_k(\omega_k^2 - \omega^2)} \right)^{-1} \quad (\text{Eq.2.28})$$

L'indice k prend le rôle de l'indice n dans l'Eq.2.23. L'expression temporelle de l'effort de pincement $p(y_0, t)$ peut se calculer avec la Transformée de Fourier inverse :

$$p(y_0, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(y_0, \omega) e^{+j\omega t} d\omega \quad (\text{Eq.2.29})$$

Finalement, en introduisant l'Eq.2.28 dans l'Eq.2.26, la force modale devient :

$$\tilde{F}_n(\omega) = \Phi_n(y_0) U(y_m, \omega) \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\Phi_k(y_m) \Phi_k(y_0)}{m_k(\omega_k^2 - \omega^2)} \right)^{-1} \quad (\text{Eq.2.30})$$

2.2.4 Détermination du déplacement au point de pincement

Afin de déterminer le déplacement à un point différent du point de mesure, on s'intéresse à trouver l'expression fréquentielle des coefficients modaux $Q_n(\omega)$. On substitue l'expression calculée de $\tilde{F}_n(\omega)$ (Eq.2.30) dans l'Eq.2.22 :

$$Q_n(\omega) = \Phi_n(y_0) U(y_m, \omega) \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\Phi_k(y_m) \Phi_k(y_0)}{m_k(\omega_k^2 - \omega^2)} \right)^{-1} \frac{1}{m_n(\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (\text{Eq.2.31})$$

Avec cette expression des Q_n , on est capable de trouver l'expression fréquentielle Eq.2.23 du déplacement d'un point quelconque $y = y_i$ de la corde :

$$\begin{aligned} U(y_i, \omega) &= \sum_{n=0}^{+\infty} \Phi_n(y_i) Q_n(\omega) \\ &= \sum_{n=0}^{+\infty} \Phi_n(y_i) \frac{\tilde{F}_n(\omega)}{m_n} \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2} \end{aligned}$$

$$= \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\Phi_n(y_i) \Phi_n(y_0) U(y_m, \omega) \left(\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{\Phi_k(y_m) \Phi_k(y_0)}{m_k(\omega_k^2 - \omega^2)} \right)^{-1} \frac{1}{m_n(\omega_n^2 - \omega^2)} \right) \quad (\text{Eq.2.32})$$

Remarque : Les rôles du point de pincement y_0 (source) et du point d'observation y_i (récepteur) sont interchangeables dans l'Eq.2.32, c'est le principe de réciprocité [18]. L'amplitude du mode n est proportionnelle à la déformée modale selon le point de pincement $\sin(k_n y_0)$ et selon le point d'observation $\sin(k_n y_i)$. Cette dépendance se traduit par un effet de peigne dans les harmoniques multiples du point de mesure et du point de pincement. On va pouvoir s'intéresser à ce phénomène pour étudier l'effet de rejet des modes –appelé rejet d'harmonie par la suite– afin d'identifier le point de pincement [20].

Dans notre approche, le point de calcul y_i sera le point de pincement y_0 , car on souhaite y transférer les trajectoires mesurées. Ensuite il suffit de retourner dans le domaine temporel par Transformée de Fourier inverse :

$$v(y_0, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(y_0, \omega) e^{+j\omega t} d\omega \quad (\text{Eq.2.33})$$

Ce modèle de pincement a donc besoin de la connaissance des propriétés physiques de la corde (pour calculer m_n , ω_n et k_n), de l'évolution du déplacement à un point ($v(y_m, t)$) –que l'on a mesuré pendant l'expérience– et du point de pincement (y_0) –que l'on passe à identifier–.

2.3 Obtention du point de pincement

2.3.1 Introduction

Dans la bibliographie, il existe plusieurs méthodes pour estimer le point de pincement d'une corde. Ces méthodes utilisent soit les propriétés fréquentielles du spectre de vibration en s'aidant du rejet d'harmonie (voir remarque après Eq.2.32), comme dans [20, 21], soit une description temporelle de la vibration de la corde [22]. En étudiant les spectres de nos signaux, on a constaté que le son d'une corde de harpe ne contient que très peu d'harmoniques, ce qui rend la méthode par analyse du rejet d'harmonie peu précise dans notre cas. Le détail de cette étude est proposé dans l'Annexe B.2.

On s'est intéressé à la méthode temporelle proposée dans [22] qui utilise le parcours des premières ondes transversales dans la corde pour trouver une distance entre le point de pincement et la position d'un micro fixé au chevalet d'une guitare. Conçue initialement pour des excitations en forme d'impulsion et pour des mesures à une extrémité de la corde, on va adapter cette méthode à notre cas d'étude. On sera ainsi capable de déterminer l'instant de lâcher.

Premières réflexions des ondes

Dans les milieux élastiques continus et non dispersifs, l'effet d'une perturbation extérieure se propage au cours du temps en s'éloignant du point d'excitation avec une vitesse c qui dépend

des propriétés du matériau [18]. Pour les milieux de dimensions finies, quand la perturbation atteint les limites du domaine, il y a généralement une partie de l'énergie qui est transmise aux extrémités et le reste qui se réfléchit. Sans pertes et pour une corde isolée, il y a une infinité d'ondes aller et d'ondes retour qui se réfléchissent aux extrémités.

En considérant qu'à partir de l'instant de lâcher $t > t_r$ il n'y a plus de force extérieure sur la corde, on part de l'équation du mouvement pour décrire l'expression d'une onde comme la somme d'une onde aller f^+ et d'une onde retour f^- [18] :

$$v(y, t) = f^+(y - ct) + f^-(y + ct) \quad (\text{Eq.2.34})$$

Où c est la célérité des ondes transversales sur la corde. Si l'on considère une corde souple sans pertes qui est pincée à l'abscisse $y = y_0$ on retrouve l'onde aller et l'onde retour comme des perturbations triangulaires avec un coin aux positions p^+ et p^- qui la parcourent et se réfléchissent aux extrémités (voir Fig. 2.1). L'Annexe B.3 contient une simulation des ondes sur une corde souple et le détail du calcul.

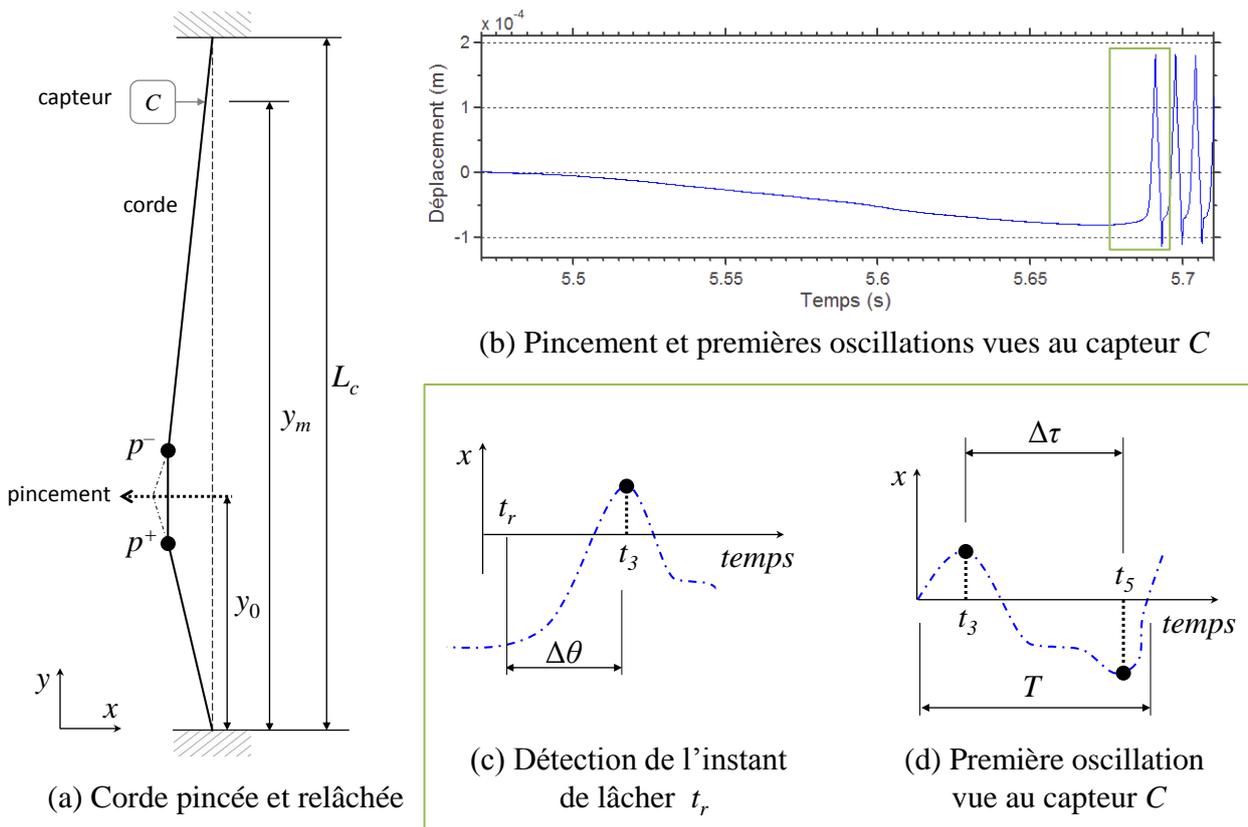


FIGURE 2.1 – Schéma d'un pincement de corde au point y_0 après être relâchée avec la propagation des inflexions p^- et p^+ (a) qui correspondent aux temps t_3 et t_5 vus par le capteur C ((c) et (d)). Le déplacement en (b) montre l'évolution au pincement et aux premières oscillations de la mesure au capteur (pincement de la Fig. 2.3, le cadre vert montre la région d'intérêt, découpée ensuite en (c) pour l'obtention de l'instant de lâcher et (d) pour la détection de l'intervalle $\Delta\tau$. Voir les détails dans l'Annexe B.3.

Dans le cadre de notre expérience, on dispose du déplacement de la corde à son extrémité haute, près de la console, qui a été pincée à un point inconnu de sa longueur $y = y_0$. On pourra mesurer les instants d'occurrence des pics d'amplitude vus par les capteurs et les relier à la géométrie de pincement de la corde.

2.3.2 Détection du point de pincement

La méthode établie pour la détection du point de pincement est basée sur un modèle temporel des ondes transversales de la corde [22]. On estime la position du pincement y_0 en fonction du temps passé entre l'arrivée au capteur C (prêt d'une extrémité) de deux inflexions $p^{-/+}$ d'amplitude opposée. La Fig. 2.1 montre un schéma de la corde et les ondes transversales qui commencent à se propager (a) et la réponse des maxima d'amplitude au capteur C (b,c,d).

Le temps entre ces deux pics $\Delta\tau$ (Fig. 2.1 d) correspond à un déplacement des ondes le long de la corde de $2y_0$ (voir le détail du calcul dans l'Annexe B.3). En sachant qu'une période $T = 1/f_0$ correspond à parcourir deux fois la longueur de la corde (i.e., la vitesse des ondes transversales $c = 2L_c f_0$), on trouve l'expression du point de pincement y_0 comme :

$$y_0 = \Delta\tau f_0 L_c \quad (\text{Eq.2.35})$$

On trouve cette relation en exprimant la différence entre le temps de parcours de la perturbation p^- et la perturbation p^+ entre le point de pincement et la position du capteur aux instants t_3 et t_5 (voir la simulation selon une corde souple dans l'Annexe B.3).

La précision du résultat (Eq.2.35) est sensible à la longueur de la corde L_c et à la fréquence fondamentale f_0 . Afin d'avoir une bonne précision, on calcule cette dernière avec une méthode à haute résolution (ESPRIT) [23] (cf. Sec. 3.4.2). On remarque que le calcul de y_0 ne dépend pas de la position du capteur y_m mais celle-ci conditionne la forme d'onde vue par le capteur. Le succès de la mesure de l'intervalle $\Delta\tau$ dépend quand même de cette forme et donc de la position du capteur. On verra dans la Sec. 2.4 la précision du calcul de y_0 liée à la fréquence d'échantillonnage des capteurs optiques.

2.3.3 Obtention de l'instant de lâcher

Une fois que l'on connaît le point de pincement grâce à la mesure de $\Delta\tau$ sur le signal de déplacement à niveau du capteur (Fig. 2.1 d), on peut estimer l'instant t_r où la corde est relâchée au point de pincement. L'instant t_3 correspond à l'arrivée au capteur de l'onde p^- après sa réflexion à l'extrémité (ligne rouge dans la Fig. B.4), c'est-à-dire, quand d'onde a fait un parcours de $y_0 + y_m$ sur la corde. Comme la vitesse des ondes sur la corde vaut $c = 2L_c f_0$, on calcule l'intervalle de temps $\Delta\theta = t_3 - t_r$ avec :

$$\Delta\theta = \frac{2L_c - (y_0 + y_m)}{2L_c f_0} \quad (\text{Eq.2.36})$$

La localisation de l'instant t_3 dans le signal de déplacement permet, à partir de cette relation, de déterminer l'instant de lâcher t_r . C'est fondamental de pouvoir déterminer t_r car les déplacements et les vitesses à cet instant permettent d'obtenir les conditions initiales des vibrations libres qui régissent, selon l'Eq.2.4, le son produit.

2.4 Étude expérimentale

Une expérience comparative entre la mesure des capteurs optiques de position et la mesure par caméra rapide a été mise en place afin de valider et pouvoir quantifier l'erreur commise par la méthode proposée (Sec. 2.2). On introduit aussi la comparaison entre ce modèle et un calcul de la forme de la corde simple où le mouvement de la corde est considéré quasi-statique (Annexe B.4).

2.4.1 Protocole expérimental

Comme décrit dans la Sec. 1.3.1, les cordes de la harpe sont équipées avec des capteurs de position à l'extrémité haute de la corde lesquels mesurent les déplacements de la corde dans le plan $x - z$. On a utilisé simultanément une caméra rapide pour mesurer directement les déplacements au point de pincement.

Pour la validation, en nous limitant à la vibration selon l'axe x , on a utilisé la méthode de mesure et de traitement des images issues de la caméra rapide utilisé dans [3]. Pour traiter ces images, on a besoin d'un contraste sur le point de la corde dont on veut connaître la trajectoire. Une marque foncée est dessinée au point désiré et sur le bout du doigt proche de la zone de contact avec la corde (Fig. 2.2). Afin de s'assurer que le doigt ne cache pas la marque sur la corde, le pincement s'effectue légèrement à coté de la marque dessinée sur la corde. Ce décalage sera pris en compte dans la comparaison des résultats.



FIGURE 2.2 – Image issue de la caméra rapide, doigt index sur la corde Mib2 avec quatre marques sur les cordes et une marque sur le doigt.

Pour assurer la comparaison, il est très important de synchroniser les mesures aux capteurs et à la caméra afin de mesurer les mêmes instants de temps. La fréquence d'échantillonnage maximal de la caméra est inférieure à la fréquence des capteurs. On l'a fixée à 7000 Hz et celle des capteurs à 51200 Hz.

Différents essais ont été testés sur diverses cordes et avec différents doigts et types de pincement. On présente dans la suite les résultats sur un pincement avec un doigt sur la corde Mib2 (Fig. 2.2). Les déplacements aux capteurs (x_m et z_m) sont montrés dans la Fig.

2.4. Étude expérimentale

2.3 où on peut distinguer les phases du pincement (accrochage, glissement et vibration libre) déterminées selon les images issues de la caméra rapides.

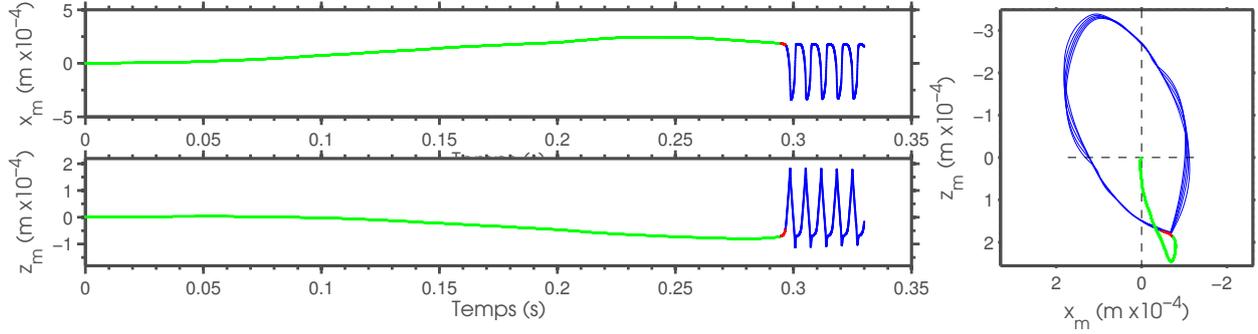


FIGURE 2.3 – Déplacement en x et en z du point de mesure aux capteurs optiques de la corde Mib2. Les phases caractéristiques (vert : accrochage, rouge : glissement, bleu : vibration) ont été obtenues après observation des images issues d’une caméra rapide en direction x , près du point de pincement (Fig. 2.2). Pincement isolé avec le doigt index de la corde partant du repos.

2.4.2 Résultats

A partir de l’expression fréquentielle des coefficients $Q_n(\omega)$ on a montré dans la Sec. 2.2 que l’on peut obtenir l’expression de la force ponctuelle $P(y_0, \omega)$ (Eq.2.28) et du déplacement au point de pincement $U(y_0, \omega)$ (Eq.2.32) et calculer ses respectives évolutions temporelles selon une TF inverse (Eq.2.29 et Eq.2.33).

Transfert des déplacements

On s’est intéressé à la comparaison entre les pincements transférés à un point de la corde en considérant la mesure directe avec caméra rapide en direction x . Par abus du langage on va parler du point de mesure de la caméra comme s’il s’agissait du point de pincement, bien que l’on ait bien considéré le décalage entre le point de pincement et la marque sur la corde dans le calcul décrit dans la Sec. 2.2.

On calcule l’incertitude de la mesure avec caméra rapide x_{cam} à partir de l’angle d’inclinaison du plan vertical de la camera σ , la largeur de l’image L_i et les incertitudes estimées dans [3] des grandeurs de déplacement $u_c(x) \approx 0.05$ pixels, de conversion pixel–position $u_c(K) \approx 8.10^{-6}$ mètres/pixel et celle de l’angle $u_c(\sigma) \approx 0.35^\circ$:

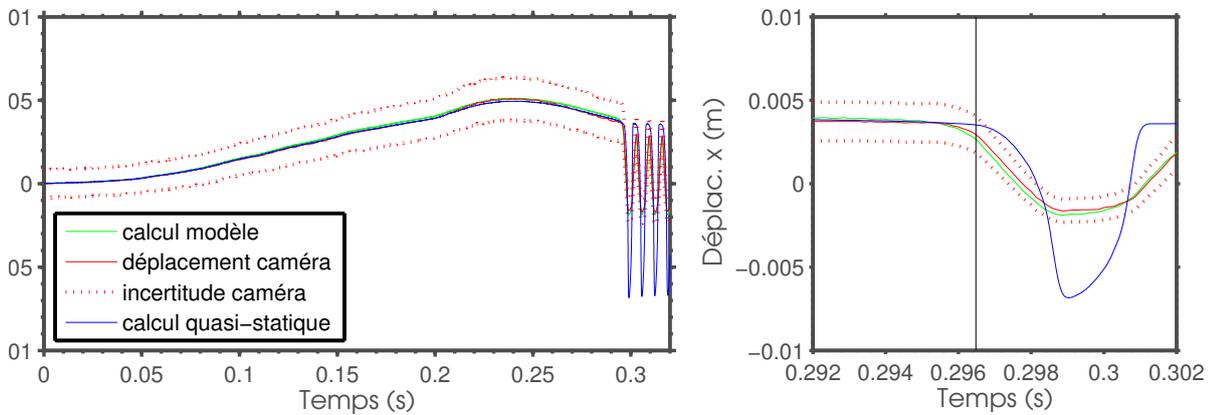
$$u_c^2(x) = (\cos(\sigma)u_c(x))^2 + (\cos(\sigma) |x_{cam} - (L_i/2)| u_c(K))^2 + (\sin(\sigma)Ku_c(\sigma))^2; \quad (\text{Eq.2.37})$$

Avec K le facteur de conversion mètre/pixel et avec un intervalle de confiance du 95%, la région d’incertitude, indiqué en pointillé dans la Fig. 2.4, est limitée pour les courbes :

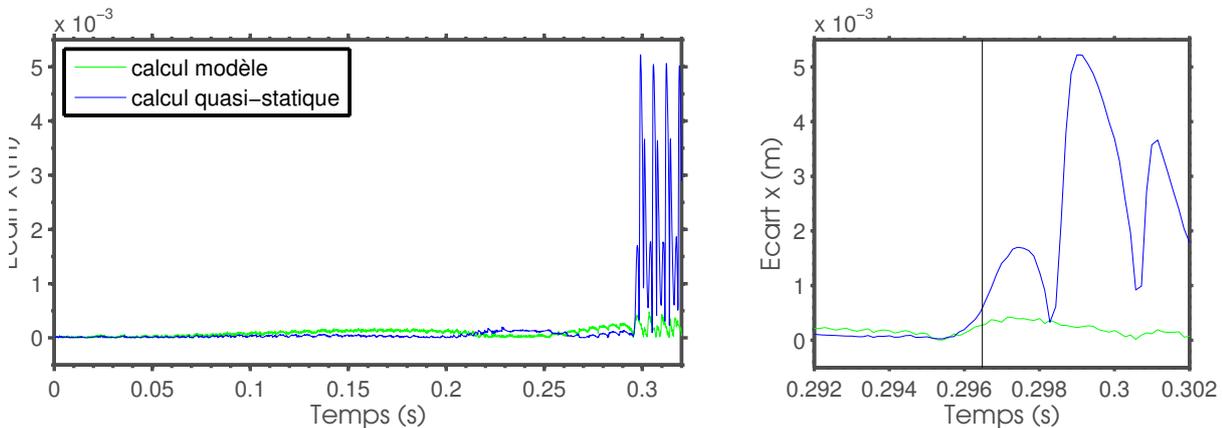
$$\begin{aligned} x_{max} &= x_{cam}K + 2u_c(x) \\ x_{min} &= x_{cam}K - 2u_c(x) \end{aligned} \quad (\text{Eq.2.38})$$

La Fig. 2.4 montre la superposition du signal mesuré avec la caméra rapide (rouge) et les modèles testés (a). En bleu on montre l'approximation quasi-statique (décrite dans l'Annexe B.4) : on voit qu'elle est performante jusqu'à quelques instants avant l'instant de lâcher (marqué en une ligne noire verticale). Le modèle par calcul des coefficients modaux (Eq.2.32) donne lieu à une meilleure approximation de la trajectoire de pincement, mais surtout à un transfert de la trajectoire pendant le glissement et pendant les oscillations libres que le modèle quasi-statique ne permet pas d'obtenir. Dans la Fig. 2.4 (b) on montre l'écart entre le déplacement transfert $x(y_0, t)$ (selon l'Eq.2.32) et le déplacement mesuré par la caméra x_{cam} :

$$\text{Ecart}(t) = |x(y_0, t) - x_{cam}(y_0, t)| \quad (\text{Eq.2.39})$$



(a) Comparaison avec la caméra



(b) Ecart (m)

FIGURE 2.4 – Signal caméra rapide et ses incertitudes de mesure (rouge) superposé au signal du capteur optique transféré au point de mesure de la caméra selon le modèle à partir du calcul des q_n (vert) et à partir de la simplification quasi-statique (bleu). Differences entre ces deux modèles et la mesure selon la caméra (Écart (b)). Pincement de la corde Reb2 avec l'index et la corde partant du repos. La ligne noire vertical montre l'instant de lâcher.

On constate que le calcul selon l'Eq.2.32 fourni une approximation plus précise de la tra-

jectoire de la corde au point de la caméra, en restant toujours dans la zone d'incertitude de la mesure avec caméra rapide.

Evolution de la force d'excitation

La Fig. 2.5 montre la force de pincement correspondante aux axes x (a) et z (b) avec les déplacements au niveau des capteurs. Pour comparaison, la ligne pointillée correspond au calcul de la force de pincement selon l'hypothèse quasi-statique et de corde souple présentée en annexe (Eq.B.10) que l'on trouve à partir du déplacement au capteur.

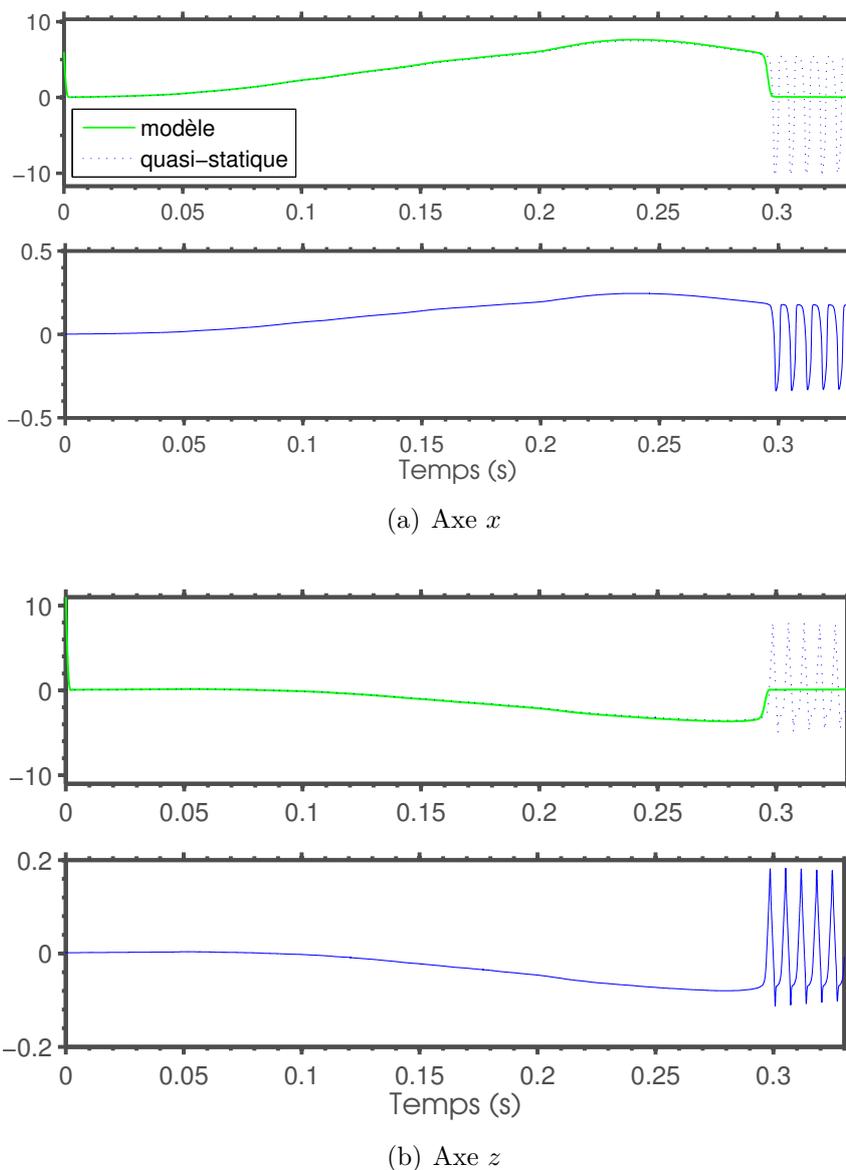


FIGURE 2.5 – Force d'excitation selon le modèle proposé après filtrage passe-bas (vert) avec calcul quasi-statique (bleu pointillé), présenté avec les correspondants déplacements x et z aux capteurs. Pincement isolé avec le doigt index de la corde Mib2 partant du repos.

Le signal de force après le calcul (Eq.2.28) contient beaucoup de bruit dû au calcul. On présente ici (Fig. 2.5, ligne verte) la version filtrée à basse fréquence de ces signaux. Le pic de force au début est dû à une erreur de calcul des discontinuités du signal. Comme pour le cas du déplacement, on observe la différence entre les phases quasi-statique et dynamique, où la force devient nulle, lorsque le doigt n'est plus en contact avec la corde.

2.4.3 Point de pincement

Ces mesures ont servi pour vérifier la précision de la méthode temporelle d'identification du point de pincement. Avant d'aborder la comparaison il faut définir l'erreur que l'on devra accepter car elle sera due à la démarche de la méthode et/ou aux hypothèses prises sur le comportement de l'interaction doigt-corde.

Sources d'erreur

La méthode de détermination du point de pincement selon une vision temporelle des premières réflexions des ondes transversales sur la corde a donné lieu à un calcul du point de pincement (Eq.2.35) qui dépend directement de la mesure de l'intervalle $\Delta\tau$ sur le déplacement mesuré. En considérant que les deux autres paramètres (L_c et f_0) sont une source d'erreur mineure, on remarque que l'échantillonnage du signal à la fréquence F_e peut conduire à une erreur de mesure de l'intervalle $\Delta\tau$ de $2/F_e$ au maximum. De ce fait, l'erreur commise au calcul du point de pincement selon l'Eq.2.35 s'écrit comme :

$$\mathcal{E}(y_0) = \frac{2}{F_e} f_0 L_c \quad (\text{Eq.2.40})$$

Cette erreur est propre de chaque corde, car elle dépend de la fréquence fondamentale et de la longueur de la corde. L'erreur commise est comprise entre $\mathcal{E}(y_0) \in [0.84, 1.29]$ cm (voir Annexe A.1).

Une autre source d'erreur est liée à l'hypothèse de pincement ponctuel qui peut nous conduire à une imprécision relative de la largeur du contact doigt-corde qui n'est pas ponctuel, comme montré dans la Fig. 2.2. Cette largeur peut être estimée à 2 cm [14].

Résultats

La méthode d'estimation du pincement (2.3) appliquée sur le déplacement d'une corde souple idéale échantillonnée à $F_e = 25600$ Hz (utilisé dans l'Annexe B.3) conduit à un calcul du point de pincement $y_0^{\text{calculé}}$ de :

$$y_0^{\text{modèle}} = 19.60 \text{ cm} \rightarrow y_0^{\text{calculé}} = 19.85 \text{ cm}$$

L'écart entre modèle et calcul est en-dessous de l'erreur due à l'échantillonnage du signal $\mathcal{E}(y_0)$ (Eq.2.40).

Pour le pincement isolé présenté dans les Fig. 2.2 et 2.3, en considérant $y_0^{\text{pincement}}$ comme la position moyenne de la largeur du contact doigt-corde, le calcul du point de pincement $y_0^{\text{calculé}}$ conduit à :

$$y_0^{\text{pincement}} = 30.1 \text{ cm} \rightarrow y_0^{\text{calculé}} = 29.16 \text{ cm}$$

L'écart entre le pincement mesuré sur la harpe et le calcul selon la méthode est d'environ 1 cm. Suivant la taille du contact du doigt sur la corde lors du pincement (2.2 cm sur la Fig. 2.2) on peut donc valider ce calcul.

2.4.4 Conclusion

On a validé la méthodologie pour l'obtention des trajectoires au point de pincement, en vérifiant que le déplacement suivant l'axe x reste dans la zone d'incertitude de la mesure avec la caméra rapide dans toutes les étapes de l'excitation de la corde. On vérifie qu'avant l'instant de lâcher il y a une région où l'hypothèse de mouvement quasi-statique n'est plus valable : il s'agit de la phase de glissement.

Quant aux efforts de pincement, on a montré que la force devient nulle à partir du début des oscillations libres. Et que la méthode est capable de fournir un outil de calcul de l'évolution de cette force pendant la phase d'accrochage. Finalement, l'estimation du point de pincement a donné des résultats satisfaisants dans cette validation, avec des erreurs raisonnables selon la précision du calcul de l'intervalle $\Delta\tau$ et selon la taille du contact doigt-corde.

Chapitre 3

Traitement des données

3.1 Introduction

Caractéristiques des signaux

Suite aux expériences faites et décrites dans la Sec. 1.3.1, on a une large collection de signaux de 30 à 45 secondes correspondant aux déplacements de la corde au niveau des capteurs optiques. Ces signaux temporels peuvent contenir jusqu'à une vingtaine de pincements. On s'intéresse à étudier ces pincements (désigné par un P sur Fig. 3.1) ainsi que les vibrations libres qui s'en suivent. Cependant, les signaux peuvent présenter d'autres événements temporels, comme les vibrations par sympathie (S sur Fig. 3.1) et les étouffements des cordes (E sur Fig. 3.1).

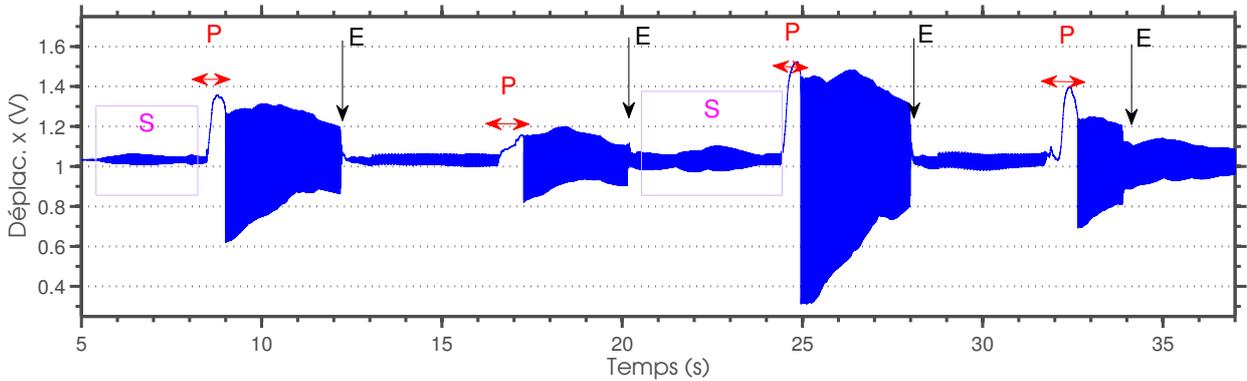


FIGURE 3.1 – Tension au capteur liée au déplacement de la corde Solb1 en direction x . Évènements au cours du temps (P : pincement, E : étouffement, S : vibration par sympathie). Harpiste P9, variation 6 (voir Annexe A.4). Note : signaux issus du capteur, avant calibrage.

Les pincements se caractérisent par un mouvement lent suivi d'un changement rapide d'amplitude, donc une augmentation abrupte de l'énergie du signal [24]. Par contre, les vibrations par sympathie apparaissent progressivement à cause du couplage avec les autres cordes de la harpe [12]. Et finalement les étouffements des cordes peuvent aussi présenter un mouvement lent et un changement soudain d'amplitude mais, à la différence des pincements, représente

une diminution de l'énergie du signal.

On s'intéresse à positionner dans le signal les évènements correspondants aux pincements, pour pouvoir ensuite segmenter. Dans le cadre de notre étude, il est important d'établir une méthode de détection des pincements qui fonctionne sans apriori quant au harpiste ou à la corde analysée. On va traiter les signaux de tension directement issus des capteurs (noté $V_x(t)$ par la suite) afin d'aborder ensuite le calibrage des données et la suite de l'analyse.

Procédure d'analyse

La Fig. 3.2 synthétise les étapes à suivre pour analyser les données.

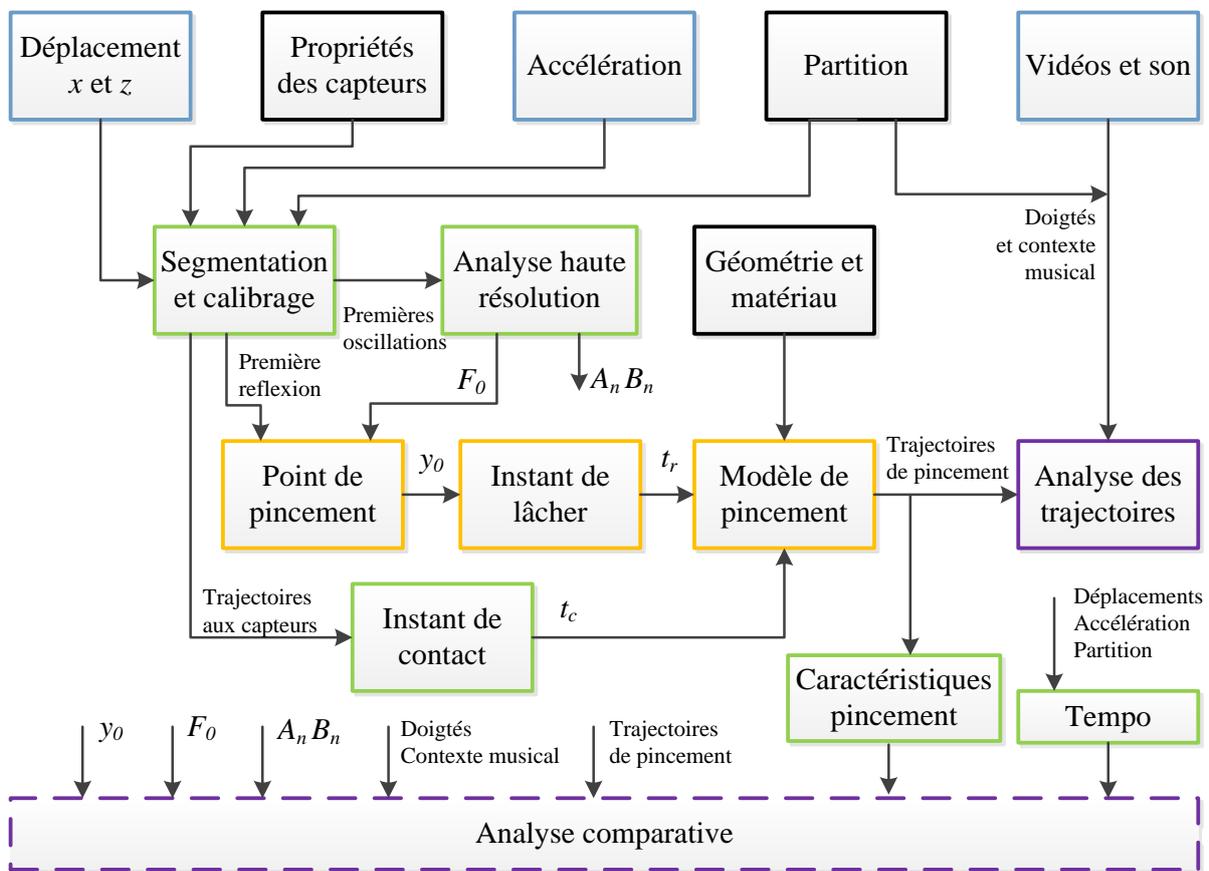


FIGURE 3.2 – Schéma de l'analyse des données : sorties de l'expérience (bleu), informations complémentaires (noir), étapes de traitement des données (vert), modélisation de la mécanique de la corde (orange) et analyse des résultats (violet).

On y distingue la phase de conditionnement des données (segmentation et calibrage), le calcul du point de pincement et la détection de l'instant de lâcher dans lequel un calcul précis de la fréquence fondamentale de vibration est effectué (par ESPRIT [23]). Ensuite, en considérant les propriétés des cordes (matériaux et géométrie), on obtient un modèle de corde pincée comme exposé dans la Sec. 2.2, qui nous permet d'obtenir les trajectoires au point de

pincement.

Dans ce stage, après l'établissement de la méthode d'analyse, on s'est limité à analyser les trajectoires de pincement d'un extrait représentatif de la base de données. La dernière étape du projet (en pontillé sur la Fig. 3.2) sera une analyse comparative étendue de tous les harpistes et de toutes les caractéristiques du pincement. Les éléments qui vont permettre de faire une analyse approfondie sont les caractéristiques du pincement, l'étude des coefficients modaux A_n et B_n (Eq.2.8) et l'évolution du tempo. On pourra finalement, prendre en considération toutes les propriétés d'un pincement donné pour comprendre les dépendances du mouvement en fonction de l'ensemble doigt-corde et selon le contexte musical.

3.2 Segmentation de la base de données

3.2.1 Méthodologies de segmentation des signaux

Dans la bibliographie, on trouve une grande quantité de méthodes dédiées à la détection des débuts des événements musicaux dans un signal musical selon des fins divers [25, 24]. L'idée commune parmi ces méthodes est de déterminer les changements abruptes d'une caractéristique du son. Cette variation, appelée fonction de détection, permet d'estimer les débuts des sons avec une certaine précision temporelle. On peut se servir des variations d'énergie du signal ou d'une version filtrée du signal [26, 22], des changements du spectre à court terme [27], des irrégularités dans la phase [24], des variations abruptes des propriétés statistiques [28] ou d'une combinaison de ces caractéristiques [24, 27]. On complète cette fonction par des traitements supplémentaires selon le cas et avec un réglage du seuil de détection.

En considérant les signaux de tension issus des capteurs optiques, on a mis en place un algorithme de détection des débuts des oscillations libres, correspondant à une augmentation de l'énergie du signal [26], afin d'obtenir un outil de segmentation de nos signaux. Grâce au fait que les propriétés de ces signaux soient associés à une seule corde de harpe, on a établi un algorithme de détection des déclenchements qui fonctionne automatiquement en s'adaptant à la fréquence de chaque corde et on a utilisé des principes de détection des débuts des événements musicaux présentés dans la bibliographie pour établir la fonction de détection.

On présente ici la méthodologie testée pour déterminer l'algorithme de segmentation en utilisant les signaux de tension des capteurs suivant un seul axe (axe x selon Fig. 1.2), noté $V_x(t)$. Ensuite, on résume la démarche définitive de l'algorithme et présente les résultats. Les étapes de la méthode peuvent se résumer ainsi : calcul de la fonction de détection, établissement du seuil de détection, restriction selon la partition, sélection des pics et, enfin, segmentation.

3.2.2 Fonction de détection

On s'est intéressé tout d'abord à déterminer une fonction de détection efficace et adaptée aux signaux parmi celles présentées dans la littérature (*cf.* [25, 24]). On a vérifié le succès des méthodes énergétiques appliquées aux signaux de tension issus des capteurs optiques $V_x(t)$. On décrit ici quelques possibilités testées.

On découpe le signal $V_x(t)$ en une suite de trames temporelles de taille h et on calcule l'énergie $E(n)$ comme indiqué dans l'équation [Eq.3.1](#) [26]. Nous avons constaté que un découpage sans recouvrement temporel est suffisant pour obtenir la précision temporelle souhaitée.

$$E(n) = \sum_{t=(n-1)h}^{nh} |V_x(t)|^2 \quad (\text{Eq.3.1})$$

Dans ce calcul, t est l'indice temporel et n est l'indice de la trame. On relie la taille des trames h à la fréquence fondamentale de la corde afin de contenir entre un et une dizaine de périodes d'oscillation. On remarque que cette opération se traduit par un sous-échantillonnage d'un facteur h entre le signal de départ $V_x(t)$ et le signal énergie $E(n)$ [26].

En sachant que les hautes fréquences sont très présentes au début des oscillations, mais qu'elles tendent à s'atténuer au cours de l'oscillation plus vite que les basses fréquences, on peut établir une fonction de détection en considérant l'évolution de l'énergie d'une version du signal filtré à haute fréquence, comme proposée dans [22]. Le filtrage passe-haut provoque aussi que les étapes correspondantes au pincement soient filtrées et mises à zéro, on écarte donc la possibilité de trouver un faux pic d'énergie dans la phase de pincement et on supprime les mouvements d'étouffement des cordes. Après avoir comparé la détection en prenant le signal filtré ou non-filtré, on a constaté que les deux options entraînent une efficacité similaire, on a donc finalement décidé de ne pas filtrer.

Ensuite, on trouve la fonction de détection comme la variation temporelle de la fonction d'énergie en calculant les différences d'ordre 1 [26] :

$$F_d(n) = E(n) - E(n - 1) \quad (\text{Eq.3.2})$$

On a comparé l'efficacité de cette fonction avec quelques améliorations proposées dans [26]. On pourrait remplacer $E(n)$ dans $F_d(n)$ par l'énergie dans le domaine fréquentiel comme :

$$E_f(n) = \sum_k |\tilde{V}_x(k, nh)|^2 \quad (\text{Eq.3.3})$$

où $\tilde{V}_x(k, nh)$ est la Transformée de Fourier de la trame $V_x(nh)$ aux fréquences discrètes indexées par k . On s'attend à ce que le contenu fréquentiel ne varie que s'il y a un changement abrupte de fréquence entre trames adjacents. A cause d'une efficacité similaire au calcul de la fonction de détection selon l'[Eq.3.1](#) et à un coût de calcul plus élevé selon l'[Eq.3.3](#), on a conservé le calcul d'énergie du signal temporel ([Eq.3.1](#)).

Duxbury [26] propose aussi des améliorations du calcul de la variation d'énergie. La fonction de détection améliorée peut se calculer comme la différence entre l'énergie de la trame n et celle des A valeurs précédentes pondérées exponentiellement :

$$F_d^{(2)}(n) = E(n) - \sum_{a=1}^A \frac{E(n-a)}{a} \quad (\text{Eq.3.4})$$

Le paramètre A doit être ajusté selon la nouvelle fréquence d'échantillonnage du signal d'énergie, qui dépend de la taille des trames temporelles h . Nous avons vérifié l'avantage d'utiliser $F_d^{(2)}(n)$ avec un paramètre A choisi entre 3 et 8 échantillons, pour des trames temporelles

de longueur h entre 1 et 10 périodes d'oscillation. Nous n'avons pas observé d'amélioration en utilisant la nouvelle fonction pour des trames plus longues.

3.2.3 Seuil de détection informé par la partition

Choisir le niveau d'acceptation d'un pic de la fonction de détection, i.e. le seuil de détection, sert à trouver les pics correspondants aux déclenchements des oscillations [24]. Le but est d'établir l'amplitude de $F_d(n)$ au-dessus de laquelle tous les pics de variation d'énergie correspondent uniquement aux débuts des oscillations.

Divers auteurs ont proposé d'établir manuellement les seuils de détection après une étude de la fonction de détection obtenue. On a étudié la possibilité d'automatiser le seuillage comme proposé dans [26], en considérant les variations de la pente de la fonction de distribution de probabilité (PDF) de la fonction de détection $F_d(n)$.

L'application à notre base de données du seuillage automatique n'a pas apporté de résultats satisfaisants. Une raison possiblement est le fait que nos données ne soient pas des signaux audio –pour lesquels cette méthode a été développée– mais des signaux de tension qui varient selon le déplacement d'un point de la corde. Ce deux types de signaux n'ont à priori pas une distribution statistique la fonction de détection $F_d(n)$ de la même forme. Par exemple, nos signaux peuvent contenir une grande partie où la corde reste au repos, donc la PDF de sa variation d'énergie présente un grand pic à zéro qui fait biaiser le calcul du seuil. Ce fait se traduit par une forte dépendance avec la taille des rangs choisie dans le calcul de la PDF.

Dans nos expériences, on a l'avantage de connaître la quantité de pincements attendue, grâce à la partition (Annexe A.4). Finalement, nous avons choisi d'établir le seuil manuellement, positif et faiblement supérieur à zéro et d'introduire la quantité de pincements par corde à trouver dans chaque signal selon la partition.

3.2.4 Mise en place et résultats de la segmentation

De manière synthétique, la méthode de segmentation mise en place suit les étapes suivantes :

1. Découpage du signal $V_x(t)$ en n trames de taille $h = 3$ périodes d'oscillation, sans recouvrement temporel.
2. Calcul de l'énergie de la trame $E(n)$ (Eq.3.1).
3. Calcul de la fonction de détection améliorée $F_d^{(2)}(n)$ avec $A = 5$ trames (Eq.3.4).
4. Seuillage positif informé par la partition.
5. Sélection des pics de la fonction de détection et segmentation du signal $V_x(t)$.

Un exemple de résultat de détection des débuts des oscillations obtenus est montré dans la Fig. 3.3 avec la correspondance entre le signal temporel $V_x(t)$ au niveau du capteur et la fonction de détection par variation d'énergie (Eq.3.4). Cet algorithme présente une grande robustesse de détection des pics, grâce au fait que l'on puisse informer du nombre de pics à trouver dans la fonction de détection.

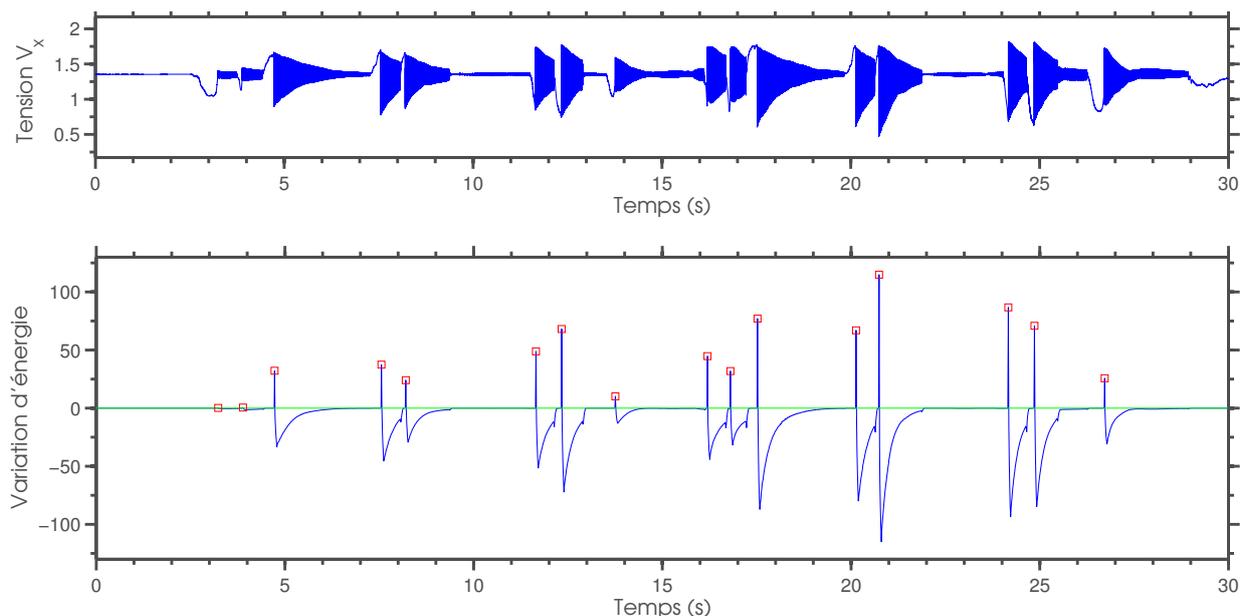


FIGURE 3.3 – Signaux tension du capteur optique suivant l’axe x et variation d’énergie sans recouvrement temporel et avec $h = 3$ périodes d’oscillation. Déclenchements trouvés (carré rouge). Corde de Dob3 . Phase de jeu 3, variation 12, harpiste P8.

On s’aperçoit que l’algorithme est capable de distinguer les débuts des oscillations indifféremment de l’amplitude d’oscillation, c’est-à-dire, il permet la détection des pincements aussi bien dans le jeu *forte* que *piano*. On remarque que la précision de la détection dépend de la taille des fenêtres (h dans l’Eq.3.1), c’est pour cela que l’on segmente la base de données selon cette méthode puis on procède ensuite –après calibrage– à une étude plus précise de chaque segment afin de déterminer les instants limitant le pincement (t_c et t_r).

3.3 Calibrage des données de déplacement

Les capteurs optiques utilisés dans ce travail ont été étudiés précédemment pour établir leur courbe de sensibilité [29] et pour identifier leurs propriétés physiques [16]. On a mis en place le calibrage des données issues de capteurs selon la méthodologie établie dans [29] et exposée dans l’Annexe C.

3.4 Détermination des caractéristiques du pincement

3.4.1 Instants caractéristiques

Une fois que l’on connaît la position des déclenchements des oscillations, on doit séparer de manière précise la phase de pincement de la phase vibratoire (*cf.* Fig. 2.3). On va établir un critère pour choisir le début du pincement t_c et une méthode pour déterminer l’instant de lâcher de la corde t_r , et donc la fin du pincement (Sec. 3.4.1). On va également pouvoir identifier le début de la phase de glissement t_s . En considérant les phases d’interaction doigt–corde, on pourra ensuite déterminer les caractéristiques du pincement (Sec. 3.4.2) à considérer pour

comparer les harpistes suivant différents modes de jeu.

Afin d’obtenir les trajectoires de pincement dans le plan perpendiculaire à la corde au point de pincement, on choisit de visualiser les trajectoires dans le plan $x - z$ comme montré dans la Fig. 3.4. La direction z montre les déplacements à gauche (z^+) et à droite (z^-) du harpiste et la direction x représente les déplacements vers le harpiste (x^+) ou vers la colonne (x^-).

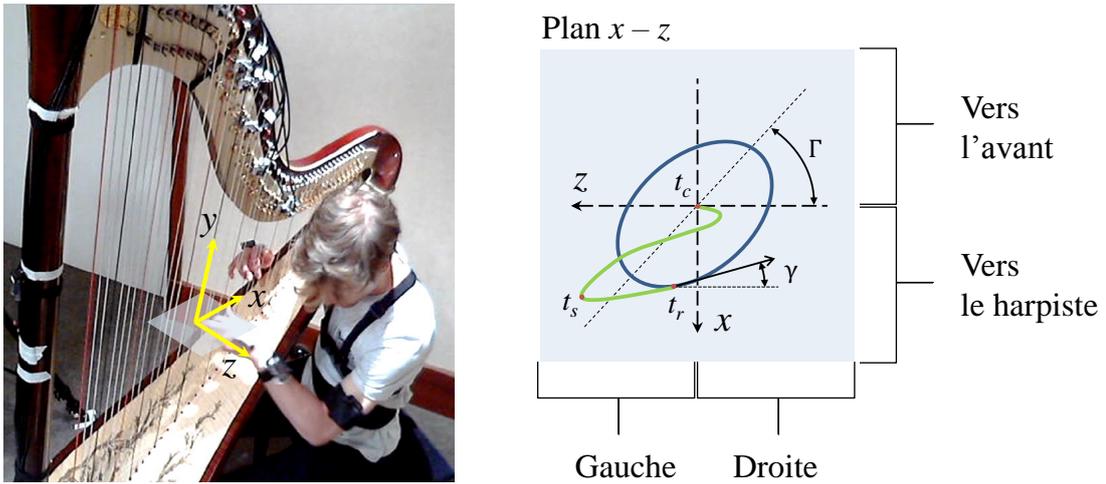


FIGURE 3.4 – Représentation des axes sur la harpe et du plan $x - z$ avec les axes choisis en convention “vue du harpiste” pour la visualisation des trajectoires de pincement. Pincement avec la main gauche et doigt g_3 (vers la gauche et vers le harpiste). Représentation de la trajectoire (vert) avec les instants caractéristiques t_c , t_s , t_r , l’angle de lâcher γ et de polarisation Γ .

Détermination de l’instant de lâcher

L’instant de lâcher (t_r) a été étudié dans la Sec. 2.3.3. On peut le déterminer en connaissant le point de pincement, la position du capteur et la vitesse des ondes sur la corde. Le calcul de l’intervalle $\Delta\theta$ (Eq.2.36) requiert ensuite l’identification dans le signal de déplacement (au niveau du capteur) du premier pic d’amplitude d’oscillation opposée à la direction du pincement (t_3 dans la Fig. 2.1 : t_3 est trouvé en x^+ car le pincement est effectué en x^-). Ensuite, l’instant t_r peut être déterminé par la soustraction $t_r = t_3 - \Delta\theta$. On pourrait aussi s’aider des déplacements transférés au point de pincement pour identifier l’instant de lâcher selon l’amplitude maximale d’oscillations dans les premières périodes des vibrations libres.

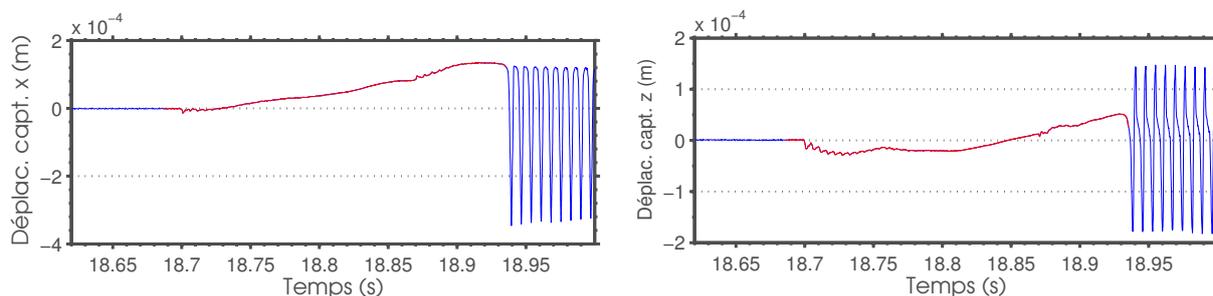
Détermination de l’instant initial du pincement

Pour déterminer l’instant de début de contact t_c entre la corde et le doigt, on se sert des caractéristiques et des contraintes mécaniques du pincement dans le plan $x - z$. Selon la position des axes choisis sur la harpe (Fig. 3.4), en considérant que le harpiste utilise un seul doigt à chaque pincement et que la phase d’accrochage demeure dans le mouvement quasi-statique, on peut prévoir que un doigt n’est pas capable d’occasionner des déplacements en

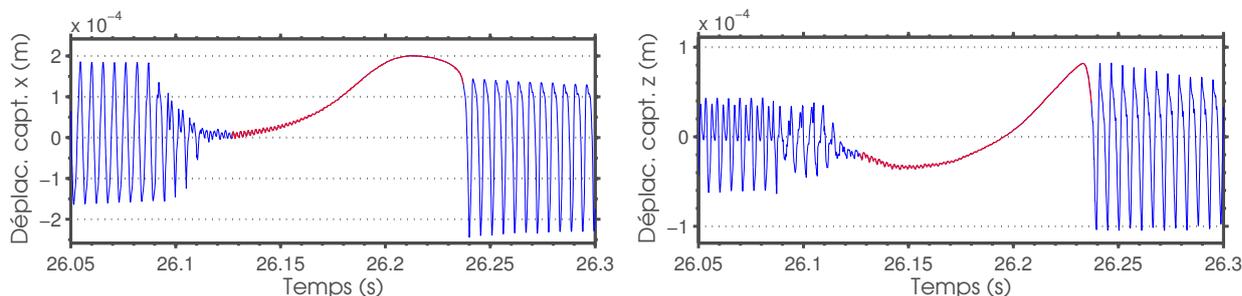
3.4. Détermination des caractéristiques du pincement

x^+ et en x^- pendant un même pincement. Ce n'est pas le cas de la direction z , car la corde peut croiser plusieurs fois l'axe $z = 0$ (à droite et à gauche du plan de la harpe : deux fois dans la Fig. 3.4). On montre dans la Fig. 3.5 deux exemples de pincement qui montrent ces caractéristiques. On y distingue deux cas :

- La corde est pincée en partant du repos : un seuil a été établi pour séparer l'amplitude d'oscillation aux premiers instants du contact de la position corde au repos.
- La corde est pincée suite aux vibrations libres : on prend le début du pincement comme le dernier passage par zéro du déplacement suivant l'axe x .



(a) Pincement après corde au repos



(b) Pincement après corde en vibration

FIGURE 3.5 – Déplacements au niveau des capteurs x et z pour (a) la corde Reb2 en partant du repos et (b) la corde Solb2 en partant de la corde vibrante. La phase de pincement est signalée en rouge. Variation 12 sans contraintes, harpiste P9.

Détermination de l'instant de début du glissement

Le début du glissement a été considéré, dans une première approximation, comme l'instant d'occurrence du dernier maximum d'amplitude dans la trajectoire au plan $x-z$ (t_s dans la Fig. 3.4). C'est-à-dire, à la position du maximum d'écart de la position de la corde par rapport à la position du repos ($x = 0, z = 0$) avant l'instant de lâcher.

Jusqu'ici nous avons traité un seul déplacement v correspondant aux deux axes orthogonaux d'étude x et z . On remarque que le début de la phase de glissement peut être trouvé différemment si l'on analyse les deux axes séparément. Par exemple, dans le cas (b) de la Fig.

3.5 on voit que les maxima d'amplitude sont atteints à des instants différents.

En faisant donc l'hypothèse que la phase de glissement commence avec un changement de direction de déplacement dans le plan $x - z$ à l'instant t_s , on définit la fonction distance entre la position de la corde dans le plan $x - z$ et la position de la corde au repos $x = 0, z = 0$ comme :

$$d = \sqrt{x^2 + z^2} \quad (\text{Eq.3.5})$$

On peut donc identifier l'instant de début du glissement t_s au maximum de la fonction distance d avant l'instant de lâcher (t_r). L'instant t_s est généralement associé à une augmentation brusque de la vitesse de déplacement, car le mouvement évolue de quasi-statique à dynamique. On pourrait donc déterminer t'_s comme le dernier instant de mouvement quasi-statique $\dot{v}(y, t < t_r) \simeq 0$.

Ces deux options de calcul de t_s ne sont pas contradictoires et doivent généralement identifier un l'instant unique $t_s \simeq t'_s$. Des cas singuliers ont été observés, où on identifie des instants différents $t_s < t'_s$ (comme dans la Fig. 2.3). Cette différence peut s'expliquer par une diminution de l'effort du doigt pendant le pincement. C'est un phénomène observé souvent dans les pincements lents, dans les nuances faibles ou dans les étapes d'évolution de la position de la main pendant le pincement. On peut l'identifier par un maximum d'amplitude qui ne correspond pas à une augmentation de la vitesse, cas que l'on va devoir traiter de forme spécial. Malgré cela, on garde l'identification de t_s selon le maximum de déplacement par rapport à la position du repos comme la méthode générale.

3.4.2 Paramètres caractéristiques du pincement

Les paramètres de contrôle du harpiste sur la corde sont : le point de pincement y_0 , les conditions initiales de mise en vibration en termes de déplacement $v(y_0, t_r)$, de vitesse $\dot{v}(y_0, t_r)$ et d'angle de lâcher $\gamma(y_0, t_r)$ [14] ainsi comme l'angle de polarisation $\Gamma(y_0, t \in [t_r, t_r + 1/f_0])$ au cours des premières oscillations (Fig. 3.4). On note par $v(y_0, t)$ le déplacement transfert au point de pincement pour les axes x et z indépendamment. Ces paramètres peuvent se déterminer comme :

- $v(y_0, t_r)$: déplacement du point de pincement y_0 à l'instant de lâcher t_r .
- $\dot{v}(y_0, t_r)$: vitesse du point de pincement y_0 à l'instant de lâcher t_r , trouvée par dérivation temporelle d'une fonction polynômial modélisant le déplacement autour de l'instant t_r .
- $\gamma(y_0, t_r)$: angle entre la direction de la corde à l'instant de lâcher t_r et l'axe z (Fig. 3.4). On le calcule selon la pente de la tangente à la trajectoire de pincement au plan $x - z$:

$$\gamma(y_0, t_r) = \arctan \left(\frac{\dot{x}(y_0, t_r)}{\dot{z}(y_0, t_r)} \right) \quad (\text{Eq.3.6})$$

- $\Gamma(y_0, t \in [t_r, t_r + 1/f_0])$: l'angle initial de polarisation peut être évalué comme l'angle entre l'axe z et l'axe principal d'une ellipse qui modèle la trajectoire de la première oscillation libre, comme proposé dans [3] et montré dans la Fig. 3.4.

Dans les perspectives à venir, on pourra se servir de tous les paramètres introduits dans cette section, et d'autres si besoin, pour mettre en place une méthodologie pour automatiser l'analyse et la classification des pincements.

Analyse à haute résolution

Le modèle de pincement proposé dans ce travail (Sec. 2.2) a montré de bons résultats dans l'établissement des trajectoires de pincement (Sec. 2.4). Cependant, il peut y avoir des erreurs liées à la méthode de calcul (*e.g.* le nombre d'harmoniques considérés), aux hypothèses considérées (*e.g.* la largeur du doigt, 2.3), où encore aux données issus des capteurs optiques. Une autre façon de pouvoir traiter les données est d'effectuer une analyse à haute résolution.

Dans ce projet, nous nous intéressons à la phase de pincement et aux conditions initiales de vibration de la corde. L'algorithme ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques [23]) permet d'analyser le signal vibratoire comme une somme de sinusoïdes exponentiellement décroissantes et de pouvoir ainsi déterminer les coefficients modaux A_n et B_n (Eq.2.8), lesquels fournissent un outil d'évaluation des conditions initiales de mise en vibration.

Dans le cadre du projet, cette méthode présente l'avantage de pouvoir faire l'analyse directement sur le signal au niveau du capteur, évitant les possibles erreurs en le transfert au pincement. L'inconvénient est d'obtenir des paramètres modaux qui requièrent des hypothèses sur l'allure des conditions initiales afin de pouvoir les interpréter physiquement. De plus, comme le spectre de l'oscillation des cordes de harpe présente très peu d'harmoniques (Annexe B.2), le nombre de paramètres A_n et B_n significatifs est très réduit, on dispose donc de très peu de paramètres pour l'analyse. C'est pour cela que l'on a gardé les résultats de la méthodologie décrite dans la Sec. 2.2 pour l'analyse des trajectoires proposée dans la suite de ce document.

Chapitre 4

Analyse des trajectoires de pincement

Ce chapitre présente une analyse des trajectoires de pincement issues d'un extrait de la base de données de l'expérience décrite dans ce travail. On y distingue trois sections, pour interpréter les effets des divers phénomènes présents dans la trajectoire de la corde en fonction du contexte musical : la capacité de répétabilité du geste du harpiste, l'adaptation de la trajectoire de pincement selon le doigt et la tessiture et les effets du contexte de jeu.

Le contexte musical, propre à la pièce jouée, inclut l'interprétation des nuances et du tempo (propre du harpiste où indiquée sur la partition) qui peut être une source de différences entre pincements. Le contexte de jeu, propre à chaque pincement, nous sert à étudier les conditions par rapport à la position sur la harpe et au temps d'exécution pour effectuer un pincement lesquelles dépendent des événements passés et futurs du moment où le pincement a lieu.

La nomenclature utilisée dans les Figures de ce chapitre indique la corde (C#, Annexe A.1), le doigt (g# ou d#, Annexe A.3), le numéro du pincement dans la variation jouée (p#, Annexe A.4). Les harpistes sont indiqués avec P# ou A# selon si sont des professionnels ou des amateurs expérimentés. On notera par ph# s'il y a des différentes modalités de jeu dans une figure.

4.1 Répétabilité de la forme de pincement

Les pincements des cordes de harpe ont été décrits comme très répétables pour chaque instrumentiste dans [15], montrant des similitudes des trajectoires et des conditions initiales de mise en vibration pour des situations de jeu identiques. Nous avons aussi constaté cette capacité, et nous nous intéressons à étudier des conditions de jeu et des contextes musicaux plus variés.

Effet des nuances

On montre dans la Fig. 4.1 les trajectoires obtenues pour deux paires de pincements de la corde Reb2, avec le doigt g3 (en vert sur la partition Annexe A.4) et d2 (en violet sur la partition Annexe A.4). Chaque paire est jouée dans le même contexte de jeu mais le premier pincement est *piano* et le second *forte*.

4.1. Répétabilité de la forme de pincement

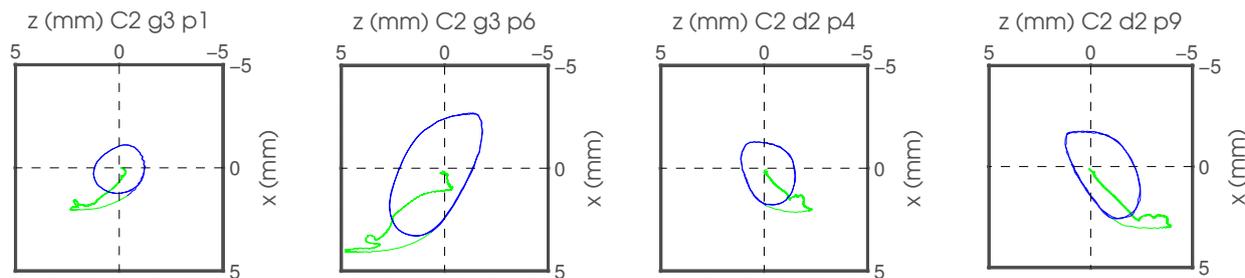


FIGURE 4.1 – Trajectoires de pincement (vert) dans le plan $x - z$ au point de pincement avec les doigts g3 et d2 dans la variation 12, harpiste P8. En bleu, premières oscillations libres.

On y remarque une différence d’amplitude du mouvement et, par conséquent, une amplitude d’oscillation plus grande. Cependant, on s’aperçoit que la forme de la trajectoire est parfaitement identique entre deux répétitions malgré le changement de nuance (*piano vs. forte*). Cette propriété du geste est également trouvée pour tous les doigts. Elle n’est pas propre aux harpistes professionnels ; les harpistes amateurs (de bon niveau) semblent être capables aussi de reproduire fidèlement un geste avec une amplitude différente (Fig. 4.2).

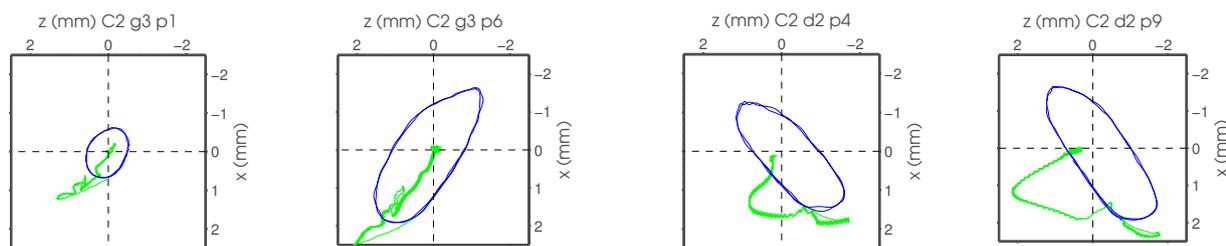


FIGURE 4.2 – Trajectoires de pincement (vert) dans le plan $x - z$ au point de pincement avec les doigts g3 et d2 dans la variation 12, harpiste A12. En bleu, premières oscillations libres.

Cependant, on remarque dans la Fig. 4.2 que le geste amateur pourrait être moins capable d’exécuter des changements d’amplitude plus différenciés. On repaire ainsi une différence plus notable entre doigts (g3 *vs.* d2) pour le geste amateur que pour le geste expert (Fig. 4.1), que l’on analyse dans la Sec. 4.2.

Effet du tempo

Les effets du tempo n’ont pas été observés de façon unique. De manière générale, une augmentation de tempo d’exécution se traduit par une réduction des durées de pincement, qui peut conduire à des pincements moins complexes [15]. Cependant, on a observé que les tempos d’exécution élevés peuvent conduire à une diminution de l’agilité sur le mouvement du harpiste qui fait que l’instrumentiste prépare en avance le pincement, résultant d’une augmentation de la durée du pincement. On pourra considérer l’avis d’un professeur de harpe sur ce sujet en nous aidant aussi d’une méthode de calcul de l’évolution du tempo pendant le jeu à partir de la méthode d’identification des événements dans un signal musical proposée dans la Sec. 3.2.

4.2 Adaptation selon le doigt et selon la corde

Différences entre doigts

Les trajectoires obtenues montrent que généralement chaque doigt du harpiste présente une technique de pincement adaptée à la corde jouée. En s'appuyant sur la morphologie de la main, on peut espérer des similitudes entre les doigts index et majeur (2 et 3), on peut aussi prévoir que la similitude gestuelle entre les doigts dépendra de l'expertise du musicien.

Pour des situations de jeu similaires, comme les pincements représentés dans la Fig. 4.1, on remarque à une symétrie axial prêt (car il s'agit des mains différentes), la similitude de la forme de la trajectoire entre les doigts index (2) et majeur (3). Contrairement au cas de la répétabilité, cette similitude entre les mouvements faits par des mains et doigts différents semble dépendre de l'expertise du harpiste. Par exemple, dans la Fig. 4.2, on observe que le harpiste amateur ne présente pas la similitude gestuelle entre doigts que l'on observe dans la Fig. 4.1.

Il y a des doigts qui sont plus capables que d'autres de refaire une même trajectoire de pincement, à cause des degrés de liberté configurant sa mobilité aux articulations. Les pouces (d1 et g1) conduisent souvent à des pincements très répétables, y compris pour des cordes différentes. La Fig. 4.3 montre des pincements avec le pouce (g1) sur les cordes Dob3 (C5) et Solb2 (C4).

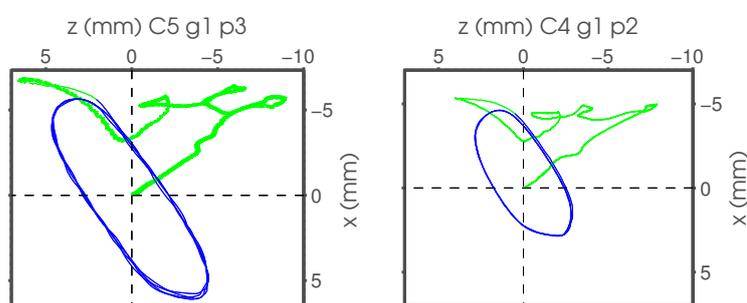


FIGURE 4.3 – Trajectoires de pincement dans le plan $x - z$ au point de pincement avec le doigt g1 pour les cordes Dob3 (C5) et Solb2 (C4). Marqué d'un astérisque rouge sur la partition Annexe A.4. Harpiste P8.

Différences selon la corde : effet de la tessiture

En regardant les trajectoires présentées dans la Fig. 4.3, où on trouve des similitudes pour des pincements avec un pouce des des cordes qui sont à la distance d'une quarte sur la harpe, on s'intéresse à étendre cette comparaison pour l'ensemble des cordes équipées. Les cordes qui sont proches entre elles sur la harpe ont une tension et un diamètre similaire (*cf.* Tableau A.1), on a donc observé que pour ces cordes et pour des contextes de jeu comparables, les gestes de pincement selon un doigt donné se ressemblent (Fig. 4.3).

La Fig. 4.4 montre divers pincements avec un même doigt sur différentes cordes (de gauche à droite en ordre ascendant en longueur et en tension et descendant en fréquence fondamentale,

4.2. Adaptation selon le doigt et selon la corde

voir Tableau A.1). On peut observer que le doigt agit différemment en fonction de la corde. Ensuite on s'est intéressé aux efforts pour ces quatre pincements, montrés dans la Fig. 4.5.

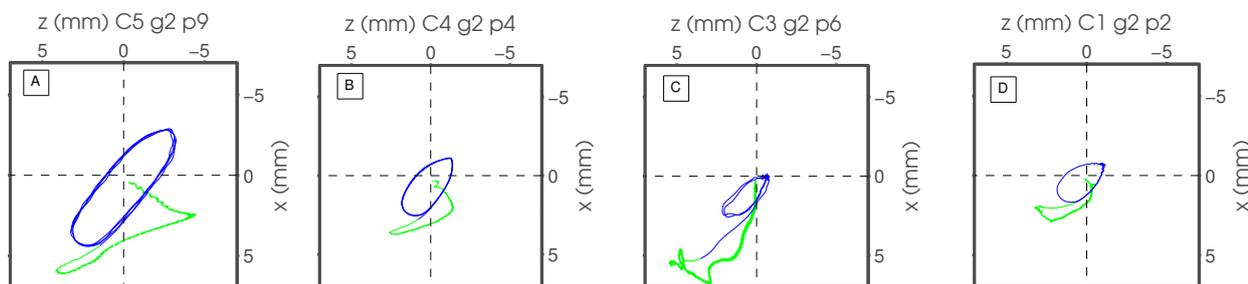


FIGURE 4.4 – Trajectoires de pincement dans le plan $x - z$ au point de pincement avec le doigt g2 pour les cordes 5, 4, 3 et 1 dans la variation 12 (en orange sur la partition Annexe A.4). Harpiste P8, phase 1.

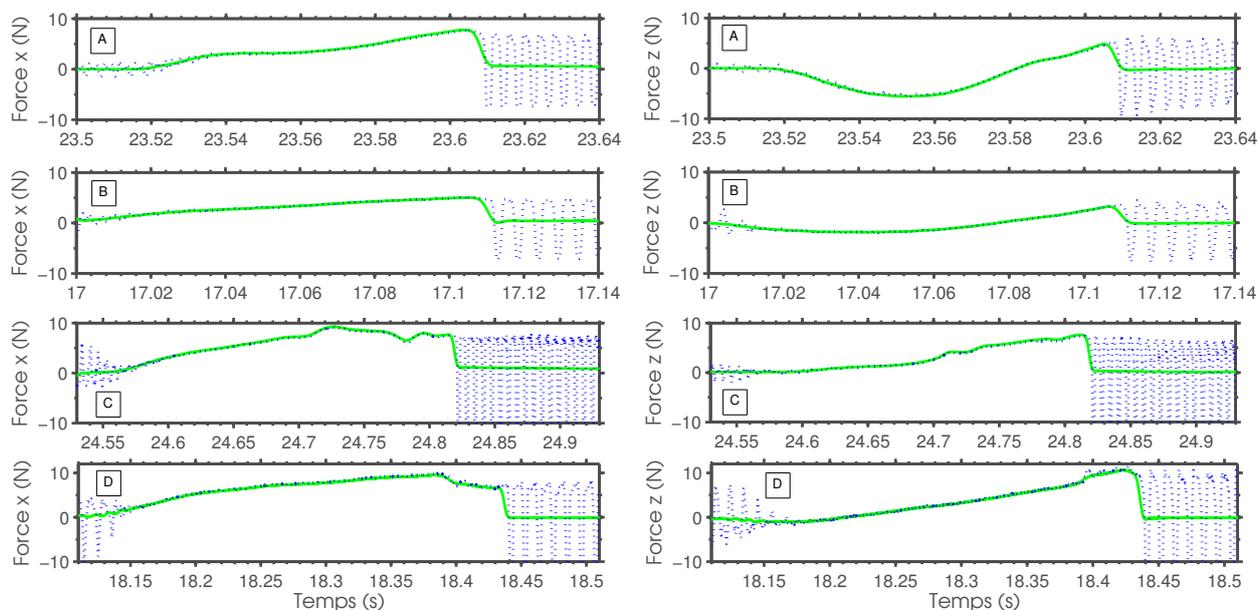


FIGURE 4.5 – Efforts de pincement dans les directions x et z des pincements de la Fig. 4.4. En vert, calcul selon le modèle (Sec. 2.2) et, en bleu pointillé, calcul selon l'approximation quasi-statique (Annexe B.4). Note : les échelles temporelles ne sont gardées entre pincements, car la durée des pincements est très irrégulière.

Selon la partition (pincements en orange sur la partition A.4), les pincements qui sont occasionnés dans des contextes de jeu similaires sont les A-B (accords) et les C-D (rythme rapide par double-croches). De la Fig. 4.4, on peut conclure qu'il existe une certaine adaptation du mouvement du doigt selon la tessiture, c'est-à-dire, selon l'effort requis pour pincer la corde (Fig. 4.5) et sa position sur la harpe. Cependant, on s'aperçoit que l'analyse de l'adaptation du mouvement de pincement en fonction de la corde jouée est très dépendant d'autres paramètres comme la rapidité d'exécution, la nuance désirée. Ainsi, une différence de trajectoire pour un même doigt n'est pas forcément liée à la tessiture de jeu.

4.3 Effet du contexte de jeu

Après avoir analysé la capacité de répétabilité, on s'intéresse à faire la liaison entre les trajectoires d'un ensemble doigt–corde dans les changements de situation de jeu d'une note. On utilise le concept de contexte de jeu pour parler de la situation à quelques instants avant, pendant et après un pincement qui conditionne le temps de préparation et d'exécution du pincement.

Jusqu'à présent, on avait distingué deux modalités de jeu : les accords et les arpèges [3]. Dans les accords, le harpiste joue divers cordes au même temps et dans les arpèges, les cordes sont jouées l'une après l'autre avec un pas de temps régulier. Dans la vraie situation de jeu, ces deux modalités se mélangent et d'autres modalités peuvent apparaître.

Une configuration qui fournit un cadre d'analyse du contexte de jeu est la répétition de notes consécutives qui se jouent avec un même doigt et qui ont à priori la même durée. C'est le cas des noires encadrés en bleu sur la partition (variation 12 A.4) et dont on présente la trajectoire pour un geste expert dans la Fig. 4.6.

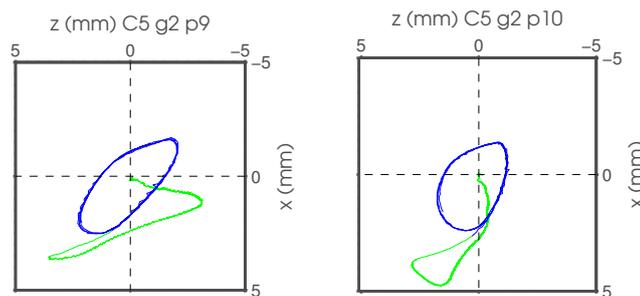


FIGURE 4.6 – Trajectoires de pincement dans le plan $x - z$ au point de pincement avec le doigt g2 pour deux notes consécutives sur la corde Dob3, dans la variation 12 (en bleu sur la partition A.4). Harpiste P9, phase 1.

La première occurrence est conditionnée pour le fait que, ensuite, la main va rester à la même position. Pour envisager l'évènement suivant qui se produit à une distance notablement éloignée, les propriétés du second pincement peuvent changer de différentes façons :

- L'une des premières caractéristiques du pincement que l'on peut remarquer est la durée d'exécution. Cette durée est directement liée à l'évènement précédente à un pincement, qui procure un certain temps pour sa préparation. Dans le cadre des notes consécutives, le second pincement a généralement plus de temps de préparation, car il n'y a pas de déplacement antérieur de la main, pouvant durer quatre fois plus longtemps que le premier pincement. La Fig. 4.6 montre un exemple de ce phénomène. La durée du premier pincement est de 83 ms tandis que le second est de 238 ms.
- On a pu observer des changements entre les deux pincements par rapport au point de pincement. Le deuxième pincement s'effectue à une position qui va faciliter le déplacement de la main vers l'évènement suivant.

Un autre cadre d'analyse sont les répétitions dans une même variation, dont on a parlé dans le cas de l'analyse de répétabilité. Quand les répétitions ne provoquent pas de trajectoires semblables, on peut parler de divers cas :

- Dans les premiers pincements de chaque morceau ou bien les pincements après une pause, le temps de préparation ne dépend plus de l'évènement précédent. Ces pincements se caractérisent pour un temps d'exécution lent et, habituellement, pour un changement de la forme de pincement par rapport au même pincement dans la répétition. Les pincements de la Fig. 4.7 montrent ce phénomène : il s'agit de deux paires de pincements de la même corde dans la phase de jeu ph1 et ph3. On y observe une diminution de la capacité de répétabilité entre phases pour le premier pincement (p1) laquelle est récupérée pour la répétition (p9).

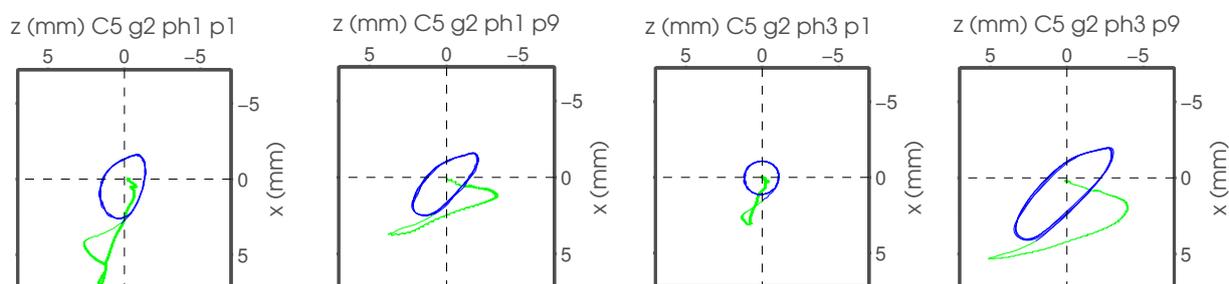


FIGURE 4.7 – Trajectoires de pincement dans le plan $x - z$ au point de pincement avec le doigt g2 pour quatre répétitions de la même note dans les modalités de jeu ph1 et ph3. Le pincement p1 est au début du morceau et p9 après la répétition. Corde Dob3, dans la variation 12 (en bleu et orange sur la partition A.4). Harpiste P9.

- Les pincements en changeant de nuance sont caractérisés pour présenter une grande répétabilité (*cf.* Sec. 4.1). Cependant, les différences peuvent être observées en amplitude et notamment pendant le glissement où il y a un changement plus rapide de l'effort d'interaction doigt-corde (Fig. 4.5). Quant au contexte de jeu, la nuance désirée dans les évènements suivants peut conditionner la forme d'un pincement.
- En regardant les pincements de la Fig. 4.7 on ne peut pas constaté de différences par rapport à la présence des balises de mouvement sur les mains et corps du harpiste (phase de jeu 3). Cet aspect devrait se combiner avec une étude des efforts de pincement d'une portion plus étendue de la base de données, afin de déterminer s'il y a des effets qui restent cachés en regardant les pincements individuellement. Cette validation sera fondamentale pour une analyse biomécanique des efforts de pincement.

Conclusion

Un nouveau protocole expérimental pour l'étude de l'interaction doigt–corde du pincement d'une harpe de concert a été présenté dans ce document : il consiste en l'analyse de signaux de déplacement de plusieurs cordes obtenus lorsque l'instrument est joué. Pour cette analyse, un modèle vibratoire de la corde pincée ainsi que des traitements spécifiques du signal ont été mis en place.

La modélisation de la corde par calcul des coefficients modaux a donné lieu à un algorithme de transfert au point de pincement des trajectoires mesurées près de l'extrémité de la corde qui permet ainsi d'obtenir les efforts de pincement. La méthodologie mise en place a été validée par des mesures directes avec une caméra rapide. Pour connaître le point de pincement, nous avons développé une méthode robuste basée sur l'identification des caractéristiques au passage aux capteurs des premières ondes se propageant dans la corde.

Pour la segmentation des signaux en identifiant des phases de pincement, un algorithme basé sur la détection des changements d'énergie du signal informé par la partition a été mis en place et utilisé avec succès sur toute la base de données. Les traitements ont donné des bons résultats sur la détermination des caractéristiques du pincement.

Après analyse des trajectoires au point de pincement obtenues sur un échantillon de la base de données, il est apparu que les harpistes avaient une grande capacité de répéter une trajectoire de pincement indépendamment de la nuance et, généralement, indépendamment du tempo. En ce qui concerne la tessiture, il a été observé que pour des cordes proches et conditions de jeu similaires, les trajectoires sont semblables pour un doigt donné ; les trajectoires s'adaptent à la corde en fonction de l'effort requis. En fonction du contexte musical (nuances et tempo) et du contexte de jeu d'un pincement (événement musical antérieur et postérieur), l'instrumentiste effectue des trajectoires plus ou moins complexes, qui dépendent fortement de l'espace temporel disponible pour la préparation du pincement.

Perspectives

Quelques améliorations peuvent être envisagées dans la suite du projet. Elles sont proposées ci-dessous suivant les quatre axes de la démarche : l'acquisition des données, le modèle du pincement, le traitement des données et l'analyse du pincement.

1. Pendant la phase de traitement des données, on s'est aperçu que certains détails du protocole expérimental pouvaient faciliter le traitement postérieur des données. Quant aux capteurs optiques, il serait intéressant d'étudier une stratégie de positionnement sur la harpe afin d'obtenir des oscillations qui présentent des pics facilement détectables par l'algorithme d'identification du point de pincement. La position proche de l'extrémité

utilisée a montré des bons résultats, cependant une vérification du positionnement selon chaque corde reste à faire. De plus, grâce à la réduction en amplitude du déplacement, on pourrait encore réduire les cas où la corde sort de la vue du capteur, où les données ne sont donc pas exploitables. Quant à l'analyse des trajectoires, on a observé que généralement les harpistes ont une grande conscience des doigtés utilisés pendant un morceau, car ils utilisent les mêmes doigts à chaque essai d'une même variation. On pourrait donc leur demander de noter ces doigtés afin de faciliter la tâche d'identification des doigts utilisés.

2. La modélisation de la corde pincée peut être améliorée prenant en compte les conditions aux limites : en rajoutant le couplage corde–table d'harmonie, les effets des transferts d'énergie aux extrémités et le couplage entre polarisations x et z , considérées indépendantes ici. En introduisant la raideur, ce qui différencierait les cordes filées et non–filées [30], on pourrait établir un modèle de corde raide selon les conditions aux extrémités.
3. En ce qui concerne le traitement des données issues des capteurs optiques pendant le jeu, on peut améliorer l'algorithme de segmentation afin de ne pas dépendre de la partition et pouvoir ainsi analyser les signaux de manière plus automatique. Une étude statistique des signaux peut conduire à l'établissement d'un seuil [26] pour distinguer les changements d'énergie du bruit de fond dans la fonction de détection.
4. Finalement, dans l'étape d'analyse des trajectoires, les dépendances entre l'ensemble doigt–corde et le contexte musical ont été remarquées. Les perspectives sont d'analyser de manière plus méthodique les paramètres caractéristiques du pincement, aussi bien que d'étendre l'étude à l'ensemble des harpistes pour établir les différences entre le geste expert et le geste amateur, entre écoles d'apprentissage des harpistes, etc. L'analyse par des algorithmes itératifs de *machine learning* peut fournir un outil de classification des trajectoires et des paramètres de pincement pour automatiser l'analyse des résultats. Une analyse conjointe avec un professeur de harpe est à envisager afin de comprendre les aspects techniques du geste du musicien. Par ailleurs, une analyse complète de l'interaction du musicien avec la harpe devra finalement inclure la biomécanique du doigt et de la main du harpiste dont le point de départ sont les efforts de pincement décrits.

Bibliographie

- [1] C d’Alessandro, I Cossette, B Fabre, C Fritz, C Vergez, M Wanderley, J Wolfe, and J Woodhouse. Musician–acoustic instrument interaction. *Acta Acustica united with Acustica*, 101(2) :v–vi, 2015.
- [2] C Vauthrin, B Fabre, and I Cossette. How does a flute player adapt his breathing and playing to musical tasks? *Acta Acustica united with Acustica*, 101(2) :224–237, 2015.
- [3] D Chadefaux. *Interaction musicien/instrument : le cas de la harpe de concert*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie–Paris VI, 2012.
- [4] C Fritz, J Curtin, J Poitevineau, P Morrel-Samuels, and F C Tao. Player preferences among new and old violins. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 109(3) :760–763, 2012.
- [5] A Paté, J L Le Carrou, B Navarret, D Dubois, and B Fabre. Influence of the electric guitar’s fingerboard wood on guitarists’ perception. *Acta Acustica united with Acustica*, 101(2) :347–359, 2015.
- [6] H Boutin, C Besnainou, and J D Polack. Modifying the resonances of a xylophone bar using active control. *Acta Acustica united with Acustica*, 101(2) :408–420, 2015.
- [7] I M Firth. On the acoustics of the harp. *Acta Acustica united with Acustica*, 37(3) :148–154, 1977.
- [8] J L Le Carrou. *Vibro–acoustique de la harpe de concert*. PhD thesis, Université du Maine, 2006.
- [9] J L Le Carrou, F Gautier, N Dauchez, and A O Messiaen. Acoustic radiation of the concert harp in the low frequency range. *Proc. ICSV12*, 2005.
- [10] J L Le Carrou, F Gautier, and E Foltête. Experimental study of a₀ and t₁ modes of the concert harp. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(1) :559–567, 2007.
- [11] J L Le Carrou, Q Leclere, and F Gautier. Some characteristics of the concert harp’s acoustic radiation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127(5) :3203–3211, 2010.
- [12] J L Le Carrou, F Gautier, and R Badeau. Sympathetic string modes in the concert harp. *Acta Acustica united with Acustica*, 95(4) :744–752, 2009.
- [13] D Chadefaux, J L Le Carrou, and B Fabre. A model of harp plucking. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(4) :2444–2455, 2013.

- [14] D Chadeaux, J L Le Carrou, B Fabre, and L Daudet. Experimentally based description of harp plucking. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(1) :844–855, 2012.
- [15] D Chadeaux, J L Le Carrou, M M Wanderley, B Fabre, and L Daudet. Gestural strategies in the harp performance. *Acta Acustica united with Acustica*, 99(6) :986–996, 2013.
- [16] O Jacquet. Mise en oeuvre d’une plate-forme expérimentale pour la caractérisation du contrôle gestuel du harpiste, 2013. Mémoire de stage.
- [17] I Franciosi. Caractérisation de la dépendance geste/tessiture du pincement d’une corde de harpe, 2014. Mémoire de stage.
- [18] A Chaigne and J Kergomard. *Acoustique des instruments de musique*. Belin, 2008.
- [19] J L Guyader. *Vibration in continuous media*. John Wiley & Sons, 2013.
- [20] C Traube and J O Smith. Estimating the plucking point on a guitar string. In *Proc. of the COST G-6 Conference on Digital Audio Effects, Verona, Italy*. Citeseer, 2000.
- [21] C Traube and P Depalle. Extraction of the excitation point location on a string using weighted least-square estimation of a comb filter delay. In *Proc. of the Conference on Digital Audio Effects (DAFx)*, 2003.
- [22] H Penttinen and V Välimäki. A time-domain approach to estimating the plucking point of guitar tones obtained with an under-saddle pickup. *Applied Acoustics*, 65(12) :1207–1220, 2004.
- [23] R Roy and T Kailath. Esprit – estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 37(7), 1989.
- [24] S Dixon. Onset detection revisited. In *Proc. of the Int. Conf. on Digital Audio Effects (DAFx-06)*, pages 133–137. Citeseer, 2006.
- [25] J P Bello, L Daudet, S Abdallah, C Duxbury, M Davies, and M B Sandler. A tutorial on onset detection in music signals. *Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on*, 13(5) :1035–1047, 2005.
- [26] C Duxbury, M Sandler, and M Davies. A hybrid approach to musical note onset detection. In *Proc. of the Conference on Digital Audio Effects (DAFx)*, pages 33–38, 2002.
- [27] B Scherrer and P Depalle. Onset time estimation for the exponentially damped sinusoids analysis of percussive sounds.
- [28] S A Abdallah and M D Plumbley. Probability as metadata : event detection in music using ica as a conditional density model. In *Proc. 4th Int. Symp. Independent Component Analysis and Signal Separation (ICA2003)*, pages 233–238, 2003.
- [29] J L Le Carrou, D Chadeaux, L Seydoux, and B Fabre. A low-cost high-precision measurement method of string motion. *Journal of Sound and Vibration*, 333(17) :3881–3888, 2014.

- [30] J Chabassier. *Modélisation et simulation numérique d'un piano par modèles physiques*. PhD thesis, Ecole Polytechnique X, 2012.
- [31] C Valette and C Cuesta. *Mécanique de la corde vibrante*. Hermes, 1993.
- [32] J R Taylor. *An introduction to error analysis : The study of uncertainties in physical measurements*. 1996.

Annexe A

Détails de l'expérience

A.1 Détail des cordes mesurées

Les cordes équipées sur la harpe sont représentées dans la portée suivante, selon la notation de la partition :

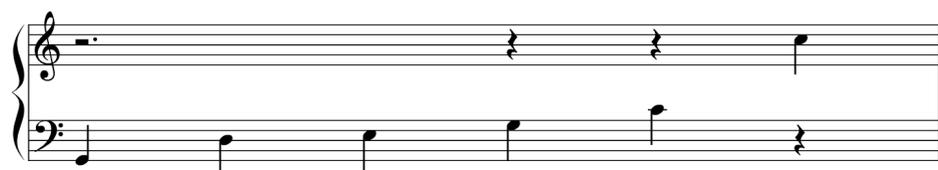


FIGURE A.1 – Notes sur lesquelles on a positionné un ensemble de capteurs optiques orthogonaux. De gauche à droite : Solb1 , Reb2 , Mib2 , Solb2 , Dob3 , Dob4.

On garde dans l'ensemble du document la notation \flat , car les cordes sont accordées un demi-ton au-dessous de la nomenclature utilisée dans la partition.

La table suivante montre les caractéristiques principales des cordes choisies.

Numérotation	C1	C2	C3	C4	C5	C6
Corde	Sol \flat 1	Re \flat 2	Mi \flat 2	Sol \flat 2	Do \flat 3	Do \flat 4
Tension (N)	706	294	303	238	173	127
Longueur (cm)	117.2	97.5	90.7	76.8	58.8	33.3
$y_m(x)$ (cm)	2.25	3.1	2.9	2.75	1.45	1.7
$y_m(z)$ (cm)	1.35	2.2	2	1.85	0.55	0.85
Fréq. fond. (Hz)	92	138	155	185	247	494
Erreur $\mathcal{E}(y_0)$ (cm)	0.82	1.06	1.10	1.12	1.14	1.29

Tableau A.1 – Caractéristiques des cordes équipées. La distance y_m est la position des capteurs par rapport à la console (haut de la corde). L'erreur $\mathcal{E}(y_0)$ a été calculée selon l'Eq.2.40. Les fréquences fondamentales de ce tableau ne sont pas utilisées dans la méthodologie de ce travail, sinon que l'on obtient ces fréquences par analyse à haute résolution de la vibration [23].

A.2 Détail des capteurs

On a récupéré de l'étude des capteurs faite dans [16] les propriétés des capteurs optiques utilisées dans le calibrage des données. Les valeurs V_{min} , V_{max} et γ sont indicatives, car on les mesure sur des signaux test à chaque séance de l'expérience. On se sert donc des valeurs obtenus pour le rayon équivalent R_{eq} .

Modèle	Id.	Note	Matériau	Dir.	V_{min} (V)	V_{max} (V)	γ (%)	R_{eq} (en μm)
815L	F18	Solb1	Acier	\vec{z}	0,0063	1,5833	99	574,6
815L	F17	Solb1	Acier	\vec{x}	0,0114	1,8553	100	493,8
815L	F15	Réb2	Boyau	\vec{z}	0,0106	1,6985	80	441,9
815L	F16	Réb2	Boyau	\vec{x}	0,0058	1,8837	82	441,2
815L	F19	Mib2	Boyau	\vec{z}	0,0106	1,9205	76	457,2
815L	F20	Mib2	Boyau	\vec{x}	0,0145	1,8702	73	456,3
815L	F10	Solb2	Boyau	\vec{z}	0,0034	0,6179	84	448,8
815L	F9	Solb2	Boyau	\vec{x}	0,0111	1,2014	83	407,1
815L	F7	Dob3	Boyau	\vec{z}	0,0566	1,6353	76	494,6
815L	F8	Dob3	Boyau	\vec{x}	0,0071	1,9028	86	464,6
828C	F12	Dob4	Boyau	\vec{z}	0,0000	2,0589	83	459,9
828C	F5	Dob4	Boyau	\vec{x}	0,0002	2,3021	70	503,0

Tableau A.2 – Modèle, identifiant expérimental, $(V_{min}, V_{max}, \gamma)$ mesurés, R_{eq} déduit par ajustement, et matériau de la corde correspondante pour chaque interrupteur optique utilisé [16].

A.3 Doigtés

Dans la méthodologie de jeu de la harpe, on n'utilise pas tous les doigts des mains, car l'auriculaire est limité en effort. On utilise dans ce document la notation établie de 1 à 4 pour le pouce, l'index, le majeur et l'annulaire respectivement (Fig. A.2).

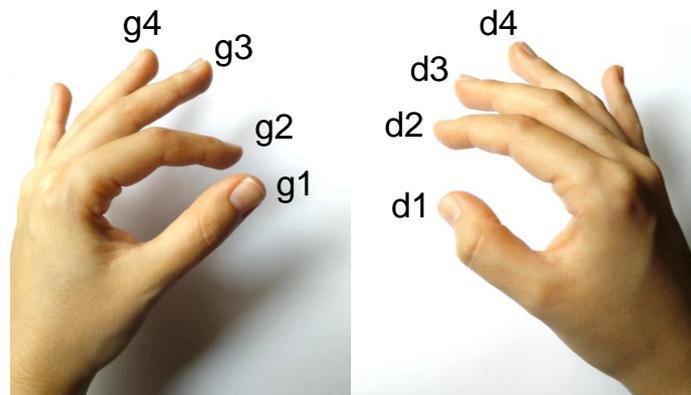


FIGURE A.2 – Numération des doigts des mains gauche ($g1 - g4$) et droite ($d1 - d4$)

A.4 Partition : La Giblette, Bernard Andrès

The image displays a musical score for the piece 'La Giblette' by Bernard Andrès. It is divided into three main sections: the Theme, the VIth Variation, and the XIIth Variation. The Theme section consists of two systems of music, each with a treble and bass clef staff. The VIth Variation follows, also in two systems, featuring a melodic line in the treble clef and a bass line with some notes marked with red asterisks. The XIIth Variation is the final section, spanning two systems. The first system of the XIIth Variation has a blue box around a chord in the bass clef and a green box around a note in the treble clef. The second system of the XIIth Variation has a purple box around a note in the bass clef and an orange box around a note in the treble clef. The word 'FINE' is written at the end of the XIIth Variation. The score includes various musical notations such as clefs, time signatures, and dynamic markings like 'm.g.'.

FIGURE A.3 – Partition des extraits Thème, Variation VI et Variation XII de La Giblette de Bernard Andrès utilisées dans le Chapitre 4 sur l’analyse des trajectoires de pincement.

Annexe B

Compléments du modèle de corde pincée

B.1 Vision temporelle de la solution du mouvement forcé

Dans le domaine temporel, on exprime la réponse impulsionnelle modale ou Fonction de Green de la corde comme [18] :

$$g_n(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ \sin(\omega_n(t))/\omega_n & \text{si } t \geq 0 \end{cases} \quad (\text{Eq.B.1})$$

Cette expression correspond aux coefficients modaux des vibrations libres de la corde pour une excitation unitaire en forme d'impulse temporel $p_n(t) = p(y)\delta(t)$. Avec $p(y)$ la distribution spatial de l'effort et $\delta(t)$ une impulsion de Dirac à l'instant t . En se servant de l'intégrale par convolution de cette réponse impulsionnelle avec les expressions des deux termes de l'Eq.2.19, on a :

$$I_n(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\ddot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t)) g_n(\tau - t) dt \quad (\text{Eq.B.2})$$

$$I_n(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{F_n(t)}{m_n} \right) g_n(\tau - t) dt \quad (\text{Eq.B.3})$$

En notant τ comme l'instant d'observation et la variable temps $t < \tau$, on peut récrire l'Eq.B.1 comme :

$$g_n(\tau - t) = \begin{cases} 0 & \text{si } \tau < t \\ \sin(\omega_n(\tau - t))/\omega_n & \text{si } \tau \geq t \end{cases} \quad (\text{Eq.B.4})$$

La caractéristique de causalité des termes temporels l'expression Eq.2.19 permet d'écrire :

$$q_n(t < 0) = 0 \quad F_n(t < 0) = 0 \quad (\text{Eq.B.5})$$

En intégrant par parties Eq.B.7 et en imposant que la réponse impulsionnelle suive l'équation du mouvement forcé, on a :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} q_n(t)\delta(\tau - t)dt = q_n(\tau) \quad (\text{Eq.B.6})$$

L'Eq.B.6 devient :

$$I_n(\tau) = q_n(\tau) + [\dot{q}_n(t)g_n(\tau - t)]_{-\infty}^{+\infty} - [q_n(t)\dot{g}_n(\tau - t)]_{-\infty}^{+\infty} \quad (\text{Eq.B.7})$$

Finalement, en utilisant l'Eq.B.3 et les limites temporelles selon l'Eq.B.4 et l'Eq.B.5, on obtient l'expression temporelle des coefficients modaux :

$$q_n(\tau) = \int_0^\tau g_n(\tau - t)\frac{F_n(t)}{m_n}dt + q_n(0)\dot{g}_n(\tau) + \dot{q}_n(0)g_n(\tau) \quad (\text{Eq.B.8})$$

En introduisant cette solution générique à l'Eq.2.5 et selon les déformées modales $\Phi_n(y)$, on trouve la solution :

$$v(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(y) \left(\int_0^\tau g_n(\tau - t)\frac{F_n(t)}{m_n}dt + q_n(0)\dot{g}_n(\tau) + \dot{q}_n(0)g_n(\tau) \right) \quad (\text{Eq.B.9})$$

Cette formulation pourrait nous conduire aussi aux q_n nécessaires pour faire le transfert des déplacements du point de mesure au point de pincement. Nonobstant, on a obtenu une mise en place plus robuste avec la méthode fréquentielle expliquée dans la Sec. 2.2.3.

B.2 Analyse spectral pour estimer le point de pincement

B.2.1 Effet du rejet d'harmonie

Pour des excitations aux points $y_0 = \frac{p}{n}L_c$ où p est un entier $< n$, la corde présente un spectre où la composante du mode n est fortement atténuée, ou idéalement supprimée [18]. Par exemple, si l'on pince la corde à $L_c/5$ (Fig. B.1 A), on n'excite pas les harmoniques multiples de 5, car ils ont un nœud à $L_c/5$. Dans le domaine fréquentiel, on parle de l'apparition d'une forme de peigne.

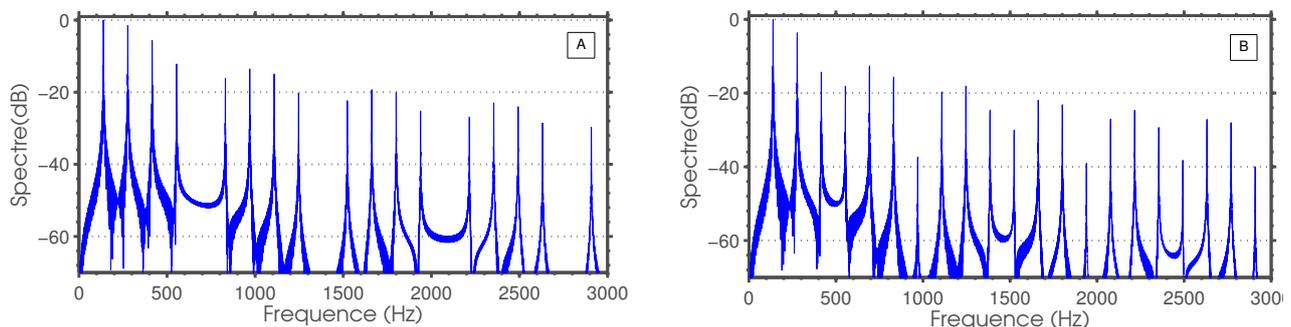


FIGURE B.1 – Spectre de magnitude d'un signal synthétisé de déplacement de la corde de harpe Reb2 de longueur $L_c = 97.5$ cm au point d'observation $y_m = L_c - 10^{-8}$ m . Les points de pincement sont à A : $y_0 = L_c/5$ et B : $y_0 = 27.5$ cm $\simeq 2L_c/7$.

Du fait du principe de réciprocité, il existe une symétrie entre le point de mesure et le point de pincement qui fait que cet effet de suppression des harmoniques soit aussi imposé pour le point d'observation. Si l'on mesure le déplacement de la corde à $L_c/5$, on ne peut pas observer la contribution des harmoniques multiples de 5. Cependant, pour assurer l'effet minimal de suppression des harmoniques due au point de mesure, il suffit de placer les capteurs proches des extrémités de la corde. Comme est le cas, par exemple, de certains microphones de guitare électrique [22] où des capteurs de position et accélération utilisés dans le présent projet.

Certaines études, notamment sur des cordes de guitare, ont profité de la dépendance entre la suppression d'harmoniques dans le spectre de l'oscillation et le point de pincement pour localiser la position du pincement sur la corde [20, 21]. La technique consiste à déterminer le point de pincement par minimisation de l'erreur entre un spectre idéal et le spectre de l'oscillation mesurée.

On montre dans la Fig. B.1 B un exemple du spectre d'harmoniques avec $y_0 \simeq 2L_c/7$. On y observe de manière moins précise l'effet de rejet, car la proportion du point de pincement par rapport à la longueur de la corde n'est pas un entier.

B.2.2 Application aux signaux de l'expérience

Des exemples de spectres obtenus pour un pincement isolé de la corde Reb2 sont présentés dans la Fig. B.2, pour un point de pincement connu à $y_0 = 27.5$ cm. En comparaison

B.2. Analyse spectral pour estimer le point de pincement

avec le spectre du signal numérique de la Fig. B.1 B, on constate une forte atténuation des harmoniques pour des signaux mesurés ; ainsi, la forme de peigne avec la suppression des harmoniques multiples de 7 est moins évidente dans les signaux issus des expériences (Fig. B.2) que pour un signal issu d'un modèle numérique (Fig. B.1).

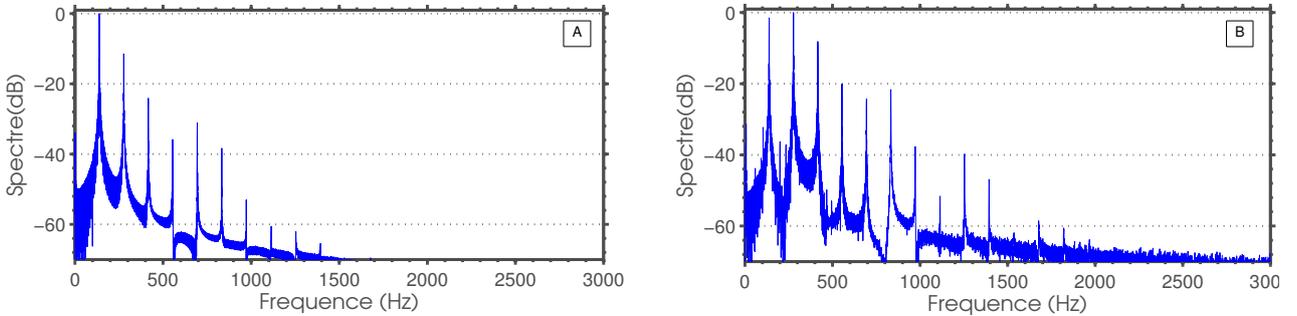


FIGURE B.2 – Spectre de magnitude des signaux déplacement en x (A) et accélération (B) des mesures d'un pincement isolé de la corde de harpe Reb2 de longueur $L_c = 97.5$ cm. Le point de pincement est à $y_0 = 27.5$ cm.

En prenant un exemple des oscillations en situation de jeu, on montre dans la Fig. B.3 les spectres de déplacement (A) et accélération (B) pour un pincement de la corde Reb2. On observe dans le spectre du déplacement (Fig. B.3 A) les harmoniques multiples de la fréquence fondamentale, mais on n'arrive pas à distinguer un effet de peigne représentatif du point de pincement. Pour le signal d'accélération (Fig. B.3 B), on remarque que, dû à la sensibilité de l'appareil de mesure, et au couplage corde-table d'harmonie, il y a des vibrations de la table d'harmonie qui sont enregistrées pour les accéléromètres mais qui peuvent procéder des oscillations des autres cordes.

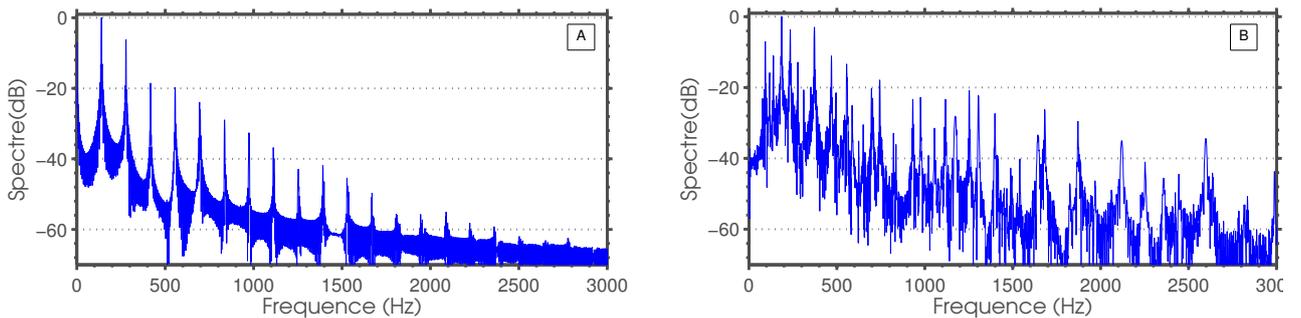


FIGURE B.3 – Spectre de magnitude des signaux déplacement en x (A) et accélération (B) des mesures d'un pincement de la corde de harpe Reb2 de longueur $L_c = 97.5$ cm en mode de jeu. A priori on n'en connaît pas le point de pincement. Harpiste P8.

On peut conclure que les oscillations des cordes de harpe ne contiennent pas assez d'harmoniques pour pouvoir faire une analyse de l'effet de rejet et estimer le point de pincement. Pour ce faire, on a du mettre en place une méthodologie temporelle comme expliqué dans le corps du rapport (Sec. 2.3), méthode conçue à partir de l'algorithme proposé dans [22].

B.3 Compléments du calcul des premières ondes sur la corde

On présente ici le calcul pour la détection du point de pincement et de l'instant de lâcher (complément de la Sec. 2.3). On utilise une modélisation de la corde `Dob3` pincée à $y_0 = L_c/3$, en la considérant souple et lâchée à t_r avec des conditions initiales de vitesse et de déplacement triangulaire. Pour une meilleure visualisation, on a choisi de positionner le point de mesure (ligne rouge sur la Fig. B.4) à $y_m = L_c - L_c/6$, plus éloigné de l'extrémité que pendant l'expérience. Les conditions initiales au point de pincement sont $v(y_0, t_r) = -0.7$ mm et $\dot{v}(y_0, t_r) = 0.8$ m/s.

Les Fig. B.4 et B.5 montrent les instants d'occurrence des points d'inflexion à niveau du capteur. L'instant t_2 se produit quand la première inflexion (onde p^-) arrive au capteur ; pour des conditions initiales de vitesse non nulle, cet instant n'occasionne pas de maximum local. Selon la vitesse des ondes c , l'intervalle t_2 correspond à un parcours sur la corde de :

$$t_2 - t_r = \frac{y_m - y_0}{c}$$

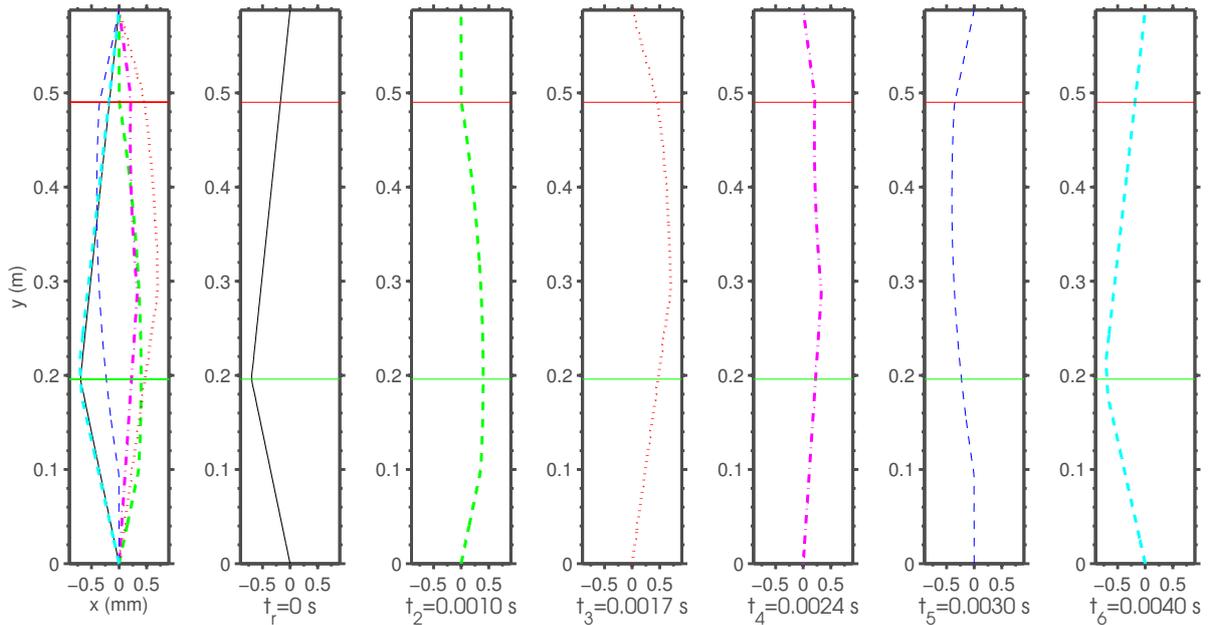


FIGURE B.4 – Simulation de l'allure de la corde pincée à l'instant t_r à l'abscisse $y_0 = L_c/3$ (ligne verte horizontale) pendant la première période d'oscillation. Les instants montrés représentent les passages des inflexions au niveau du capteur (ligne rouge horizontale), indiqués dans la Fig. B.5. On garde cette numérotation dans les Fig. B.5 et 2.1.

Ensuite, l'instant t_3 se produit quand, après réflexion à l'extrémité, le point d'inflexion arrive de nouveau au capteur. t_3 correspond à un parcours de l'onde p^- sur la corde :

$$t_3 - t_r = \frac{2L_c - (y_0 + y_m)}{c}$$

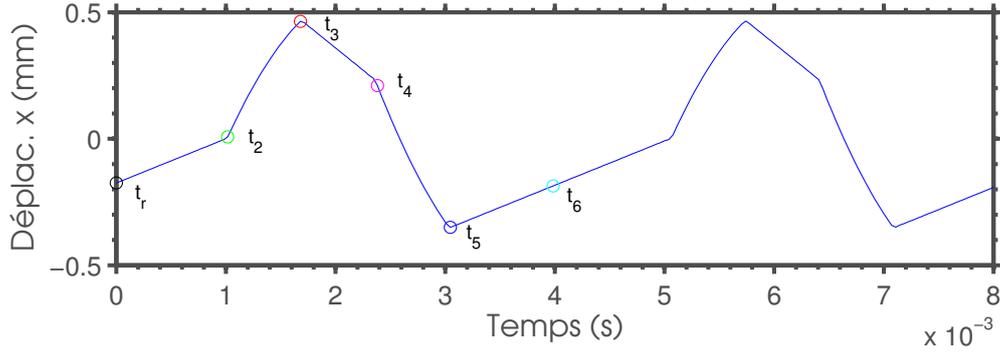


FIGURE B.5 – Déplacement au point de mesure $y_m = L_c - L_c/6$ (position du capteur en rouge dans la Fig. B.4) pendant les deux premières périodes d'oscillation. Modèle de corde souple pincée à l'instant t_r et à l'abscisse $y_0 = L_c/3$. Instants selon la Fig. B.4.

L'arrivée au capteur de l'onde p^+ ne produit pas de maximum local (instant t_4) mais ensuite, en se réfléchissant, elle occasionne un nouveau maximum à t_5 correspondant à :

$$t_5 - t_r = \frac{2L_c - (y_m - y_0)}{c}$$

Les deux intervalles d'intérêt se calculent alors comme :

$$\Delta\tau = t_5 - t_3 = \frac{2y_0}{c}$$

qui nous permet de déterminer, en introduisant $c = 2f_0L_c$, le point de pincement comme :

$$y_0 = \Delta\tau f_0 L_c$$

et l'intervalle :

$$\Delta\theta = t_3 - t_r = \frac{2L_c - (y_0 + y_m)}{c}$$

qui nous permet de trouver l'instant de lâcher t_r .

B.4 Simplification quasi–statique

Jusqu’à présent, dans les études du pincement des cordes de harpe, on enregistrait le mouvement directement au point de pincement et on prenait les conditions initiales de mise en vibration le long de la corde par un triangle de déplacement et un triangle de vitesse [3]. On s’intéresse ici à étendre cette idée à l’ensemble de la corde pour pouvoir considérer les effets d’utiliser ce modèle simplifié et en connaître la région de validité.

Cette simplification nous permet de considérer que la corde suit un mouvement quasi–statique pendant la phase d’accrochage, car le mouvement de l’ensemble doigt–corde est plus lent que le mouvement postérieur des ondes sur la corde. Dans le mouvement en régime quasi–statique on peut considérer que la corde idéale souple acquiert une allure à chaque instant qui ne dépend ni des instants passés ni de la vitesse, car elle est considérée nulle à chaque instant. En étendant cette hypothèse jusqu’à la fin du glissement, on peut obtenir une méthode simplifiée qui nous permet d’estimer les trajectoires dans le plan $x - z$ au point de pincement.

L’expression du déplacement de la corde souple en régime statique vérifie l’équation du mouvement Eq.2.1 avec $\dot{v}(y, t) = 0$ et on l’écrit aux deux côtés du point de pincement y_0 comme [31] :

$$v(y, t) = \begin{cases} p y(L_c - y_0)/(TL_c) & \text{pour } y \in [0, y_0] \\ p y_0(L_c - y)/(TL_c) & \text{pour } y \in [y_0, L_c] \end{cases} \quad (\text{Eq.B.10})$$

Où p est une force ponctuelle appliquée à y_0 , T est la tension de la corde. D’un point de vue géométrique, on peut exprimer ce déplacement comme un triangle idéal de base L_c et hauteur $v(y_0, t)$, où le point d’inflexion du triangle coïncide avec le point de pincement y_0 , comme dans la Fig. B.6 A. On peut calculer le déplacement $v(y, t)$ d’un point quelconque y en partant du déplacement au pincement $v(y_0, t)$ comme :

$$v(y, t) = \begin{cases} v(y_0, t)y/y_0 & \text{pour } y \in [0, y_0] \\ v(y_0, t)(L - y)/(L - y_0) & \text{pour } y \in [y_0, L_c] \end{cases} \quad (\text{Eq.B.11})$$

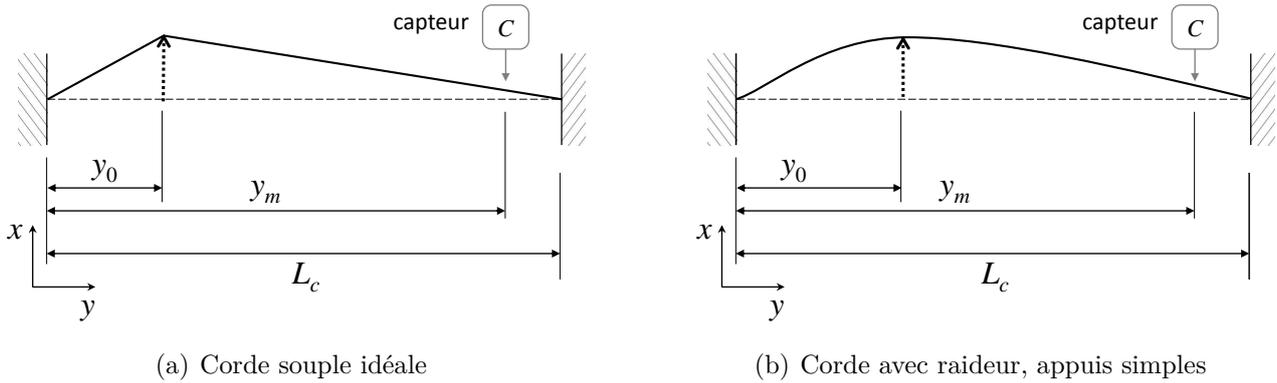
A chaque instant avant l’instant de lâcher $t < t_r$, on peut écrire l’équation du déplacement $v(y_0, t < t_r)$ au point de pincement y_0 en partant du déplacement $v(y_m)$ au point de mesure y_m , en fonction de l’allure de la forme triangulaire de la corde :

$$v(y_0, t < t_r) = v(y_m, t < t_r) \frac{y_0}{y_m} \quad (\text{Eq.B.12})$$

On remarque que les équations Eq.B.10, Eq.B.11 et Eq.B.12 représentent le même phénomène, montré dans la Fig. B.6 (a).

On a considéré aussi le cas de la corde munie de raideur et simplement appuyée à ses extrémités. Son allure est celle d’un pincement courbé (Fig. B.6 (b)) qui, toujours dans le cadre des lents déplacements, présente l’équation statique de déplacement [31] :

$$v(y_i)|_{y_i < y_0} = y \frac{p(L_c - y_0)}{TL_c} - \frac{p \sinh(\kappa(L_c - y_0))}{\kappa T \sinh(\kappa L_c)} \sinh(\kappa y) \quad (\text{Eq.B.13})$$

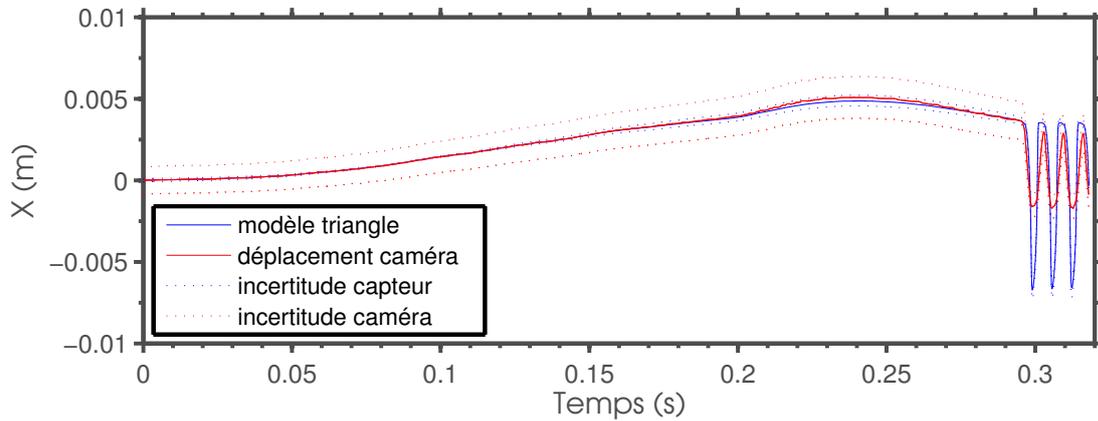

 FIGURE B.6 – Schémas d'un pincement idéal de la corde de longueur L_c au point y_0 .

Où κ est le facteur de raideur $\kappa = \sqrt{\frac{T}{EI}}$, avec E le module de Young du matériau et I le moment quadratique de la section. Pour des cordes peu raides et pour des pincements loin du point de mesure on peut assimiler la forme de la corde raide à celle de la corde souple [31], en retrouvant l'expression Eq.B.10.

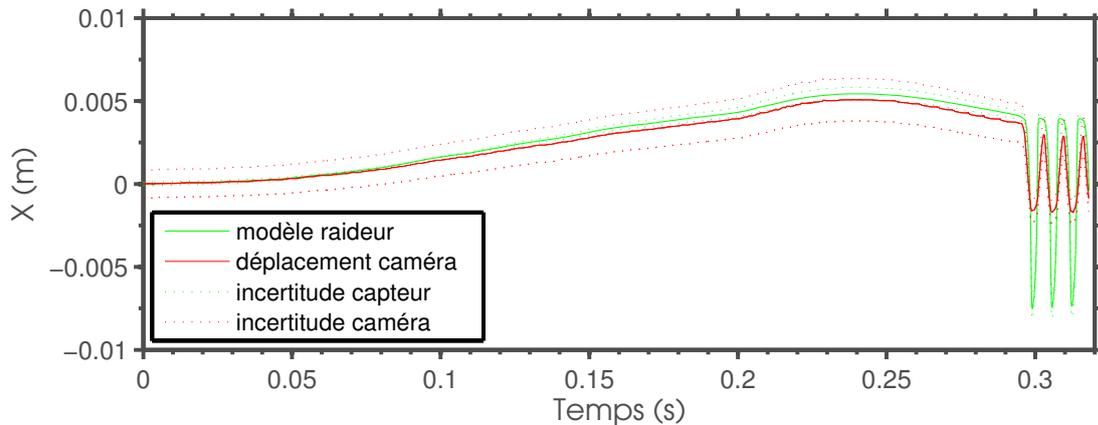
Pendant la phase de glissement, l'évolution est plus rapide que pendant l'accrochage [3], il apparait des phénomènes de frottement entre la corde et le doigt avant que, finalement, la corde soit relâchée avec unes certaines conditions initiales de déplacement et de vitesse. Le déplacement transversal dans cette phase n'est pas assez lent pour que l'on puisse le considérer quasi-statique [3] comme il a été montré dans la Sec. 2.4.

B.4.1 Comparaison avec la caméra rapide

Ensuite, on s'est intéressé à comparer selon les mesures avec la caméra rapide (*cf.* Sec. 2.4) les deux méthodes simplifiées de pincement quasi-statique : avec et sans raideur. La corde avec raideur est considérée fixe-fixe pour cette comparaison, car pour des matériaux peu raides le cas appuyée-appuyée ou appuyée-fixe donnent des résultats très proches de la corde souple. La Fig. B.7 montre les deux cas. On vérifie que la modélisation par triangle sans raideur est faiblement meilleur que le modèle avec raideur, mais on ne peut pas défausser le modèle avec raideur, car les deux simplifications estiment de manière similaire le comportement quasi-statique de la corde.



(a) Modèle triangulaire



(b) Corde avec raideur fixe-fixe

FIGURE B.7 – Signal caméra rapide et ses incertitudes de mesure (rouge) superposé au signal du capteur optique transféré au point de mesure de la caméra selon le modèle triangulaire (bleu) et modèle avec raideur et conditions aux limites fixe-fixe (vert). Pincement de la corde $Reb2$ avec le doigt index et la corde partant du repos. On remarque que le signal vibratoire venant du capteur optique est montré à titre d'exemple mais ce n'est pas correcte de l'obtenir par un modèle quasi-statique.

Annexe C

Calibrage des mesures de déplacement

C.1 Introduction

Les déplacements des vibrations transversales de six cordes d'une harpe ont été mesurés en utilisant un dispositif expérimentale proposé dans [29]. La vibration dans le plan transversal à la corde est obtenue avec deux capteurs optiques orthogonaux. Le modèle de sensibilité [29] et l'étude des capteurs optiques utilisés [16] ont permis d'obtenir les caractéristiques propres de chaque capteur et sa courbe de sensibilité pour pouvoir procéder au calibrage, c'est-à-dire, la conversion des tensions aux déplacements.

Les capteurs optiques utilisés sont formés par une diode électroluminescente (DEL) et d'un photo-transistor. Les variations de lumière arrivant au capteur sont mesurées par différence de tension. Le principe de mesure de position avec ces capteurs optiques est basé sur la différence de luminosité reçue par le photo-transistor selon le mouvement de la corde. La luminosité est maximale quand le faisceau de lumière générée par la DEL est sans obstacle et minimale quand un objet recouvre toute la surface du faisceau. La Fig. C.1 montre ce principe pour un capteur qui mesure les vibrations transversales de la corde en direction x . Ainsi, la luminosité Φ reçue par le capteur s'exprime comme [29] :

$$\Phi = \Phi_{\text{DEL}} - \Phi_{\text{corde}} + \Phi_{\text{ext}} \quad (\text{Eq.C.1})$$

Où Φ_{DEL} est la lumière émise par la DEL, Φ_{corde} est la partie absorbée par la corde et Φ_{ext} est la lumière extérieure reçue par le capteur. Pour une corde d'opacité homogène γ , on modélise la lumière absorbée en considérant les aires représentées dans la Fig. C.1 comme :

$$\Phi_{\text{corde}} = \frac{A_o(x)}{A_f} \gamma \Phi_{\text{DEL}} \quad (\text{Eq.C.2})$$

Où A_f est l'aire du faisceau libre et A_o est l'aire d'ombre de la corde sur la vue du capteur. On remarque que dans un stage précédant, Jacquet [16] a affiné les valeurs des rayons du faisceau, donnant lieu aux rayons équivalents (R_{eq} , cf. Tableau A.2).

C.2 Modèle de sensibilité

En considérant que la luminosité Φ est directement proportionnelle à la tension issue du capteur, on est capable d'établir un modèle de sensibilité qui relie la tension V à la position

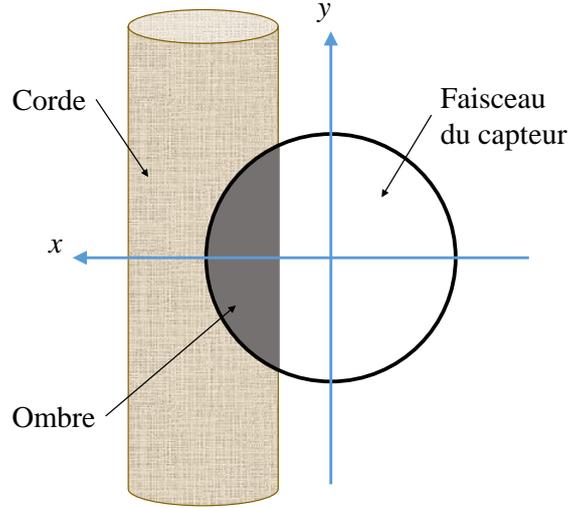


FIGURE C.1 – Schéma du principe de mesure de la position de la corde par différence de luminosité traversant le capteur.

de la corde x en fonction des caractéristiques du capteur, celles de la corde et les conditions de lumière extérieure [29] :

$$V(x) = (V_{\max} - V_{\min}) \left(1 - \frac{\gamma}{2} + \frac{\gamma}{\pi} \arcsin \left(\frac{x}{R_{\text{eq}}} \right) + \frac{\gamma x}{\pi R_{\text{eq}}} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{R_{\text{eq}}} \right)^2} \right) + V_{\min} \quad (\text{Eq.C.3})$$

On remarque que la position de la corde $x = 0$ recouvre la moitié de la surface du faisceau (Fig. C.1). On obtient l'opacité de la corde γ avec :

$$\gamma = \frac{V_{\max} - \min(V)}{V_{\max} - V_{\min}} \quad (\text{Eq.C.4})$$

Les valeurs de tension V_{\max} , V_{\min} et $\min(V)$ sont obtenues en mesurant les tensions suivants pour chaque capteur et à chaque séance d'expérience :

- V_{\max} : le faisceau de lumière est libre (on enlève la corde).
- V_{\min} : un objet opaque obstrue le faisceau (tension correspondant à la lumière extérieure).
- $\min(V)$: la corde recouvre la surface du faisceau.

Un traitement statistique des grandeurs mesurées nous permet de définir, dans la section suivante, les régions d'incertitude pour chaque courbe de sensibilité.

C.3 Calcul des incertitudes

Afin de quantifier la précision des capteurs, on calcule l'incertitude du modèle de sensibilité basé en une méthode statistique de propagation d'incertitudes [32]. D'après [29], on définit l'incertitude de la tension comme :

$$u_c^2(V) = \left(\frac{\partial V}{\partial R_{\text{eq}}} \right)^2 u^2(R_{\text{eq}}) + \left(\frac{\partial V}{\partial \gamma} \right)^2 u^2(\gamma) + \left(\frac{\partial V}{\partial V_{\text{min}}} \right)^2 u^2(V_{\text{min}}) + \left(\frac{\partial V}{\partial V_{\text{max}}} \right)^2 u^2(V_{\text{max}}) \quad (\text{Eq.C.5})$$

Dont les incertitudes $u^2(R_{\text{eq}})$, $u^2(V_{\text{min}})$ et $u^2(V_{\text{max}})$ sont obtenues par traitement statistique des mesures des rayons équivalents et des tensions minimale et maximale, respectivement. Et l'incertitude $u^2(\gamma)$ est obtenue par combinaison des incertitudes déjà mentionnées et l'incertitude $u^2(\min(V))$ de la tension du maximum de recouvrement du faisceau d'après l'équation Eq.C.4 (voir [29] pour plus de détails).

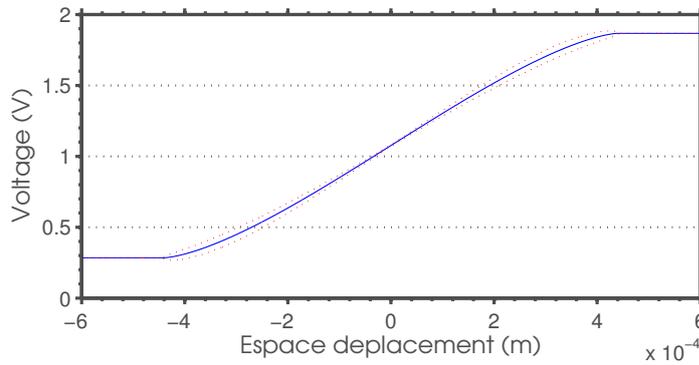


FIGURE C.2 – Courbe de sensibilité reliant la tension d'un capteur avec la position de la corde selon l'Eq.C.3. En rouge, limites de la région d'incertitudes d'après l'Eq.C.5.

On obtient pour chaque capteur utilisé une fonction de sensibilité qui nous permet de convertir les données de tension en position de la corde, comme présenté dans la Fig. C.2. La comparaison des mesures des capteurs optiques avec celles d'une caméra rapide nous a sert à s'assurer du bon fonctionnement des deux systèmes (Sec. 2.4).