



MATER 2 ATIAM

RAPPORT DE STAGE

Modélisation et simulation temporelle de flûtes de pan Antaras

Auteur :
Paul MAGRON

Responsable :
Patricio DE LA CUADRA

Organisme d'accueil :
Centro de Investigación en Tecnologías de Audio
Santiago, Chili

CITA

18 mars 2013 - 16 août 2013

Por la razón o la fuerza!

Résumé

Ce rapport présente les résultats d'un stage de 5 mois à la Pontificia Universidad Católica de Chile, au sein du *Centro de Investigación en Tecnologías de Audio* (Centre de Recherche sur les Technologies Audio). L'objectif était d'établir un modèle acoustique d'antara, une flûte de pan précolombienne, afin d'en déduire un programme de synthèse sonore. Il s'agissait non seulement de reproduire des sons archéologiques à vue de restauration du patrimoine, mais également de mieux comprendre les mécanismes de production sonore qui déterminent les procédés de construction de ces instruments.

Nous avons ainsi, par une analyse des fréquences de résonance de l'instrument, identifié certains rapports géométriques qui gouvernent l'apparition d'une série pseudo-harmoniques dans le spectre de celui-ci. Nous avons également mis au point un programme de synthèse qui possède l'avantage d'être contrôlable finement via des paramètres physiques.

Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier très sincèrement Patricio De La Cuadra qui m'a encadré au cours de ce stage. En m'invitant au Chili, en étant systématiquement disponible et en ayant toujours une vision très nette des problématiques liées à mon travail, il m'a permis de mener à bien ce projet tout en assurant une ambiance très agréable, ce qui a rendu cette expérience professionnelle extrêmement plaisante.

J'adresse également de chaleureux remerciements à son associé Rodrigo Cádiz, qui conjointement avec Patricio, a organisé des réunions de travail avec des étudiants de différents horizons qui ont travaillé sur des sujets liés à la musique. Ce fût une expérience humaine et pédagogique très enrichissante en complément de mon travail. Plus généralement, je souhaite remercier toutes les personnes qui de près ou de loin m'ont aidé durant cette mission : Benoit Fabre depuis la France, toujours rayonnant, Timo Westkamper depuis la Finlande, et son aide précieuse sur la synthèse, Julius Smith depuis les Etats-Unis pour ses conseils sur Faust. Mais plus particulièrement, je tiens à remercier Felipe Meneses avec qui j'ai partagé mon bureau pendant ces 5 mois. Au delà d'un *compañero* de travail talentueux et stimulant, il est un ami estimé.

Il me semble également nécessaire de manifester ma gratitude envers les responsables du projet Achalá pour avoir soutenu ce projet, et pour avoir rendu un voyage professionnel en Bolivie possible, nouvelle expérience formidable. Je remercie en particulier Gérard Arnaud pour son accueil à Potosi et ses informations précieuses sur les antaras, ainsi qu'Edmundo Salinas, directeur du Musée Universitaire Charcas de Sucre, pour la mise à disposition de deux magnifiques instruments d'une valeur inestimable, afin que nous puissions travailler dessus.

Enfin, comment terminer ces remerciements sans une pensée particulière pour toutes les personnes, toutes les rencontres qui ont jalonné cette expérience ? Car c'est aussi le fait de partager tant de choses, et de découvrir tant de lieux et d'individus de tous horizons qui a assuré une motivation sans faille, rendant une expérience professionnelle productive tout aussi passionnante au quotidien.

Table des matières

1	Contexte et enjeux de l'étude	17
1.1	Les instruments étudiés	17
1.1.1	La flûte antara	17
1.1.2	La pifilca, ou <i>flauta de Chino</i>	18
1.2	Les particularités de ces flûtes	18
1.2.1	Le <i>sonido rajado</i>	18
1.2.2	Structure du résonateur	19
1.3	Les enjeux de l'étude	20
2	Un modèle acoustique du résonateur	21
2.1	Éléments du modèle	21
2.1.1	Considérations générales	21
2.1.2	Discontinuité de section	22
2.1.3	Pertes visco-thermiques	23
2.1.4	Rayonnement	23
2.2	Impédance d'entrée du résonateur	24
2.2.1	Représentation de l'impédance d'entrée	24
2.2.2	Comparaison a une mesure expérimentale	24
2.3	Fréquences de résonance	26
2.3.1	Condition de résonance	26
2.3.2	Cas sans pertes	26
2.3.3	Prise en compte des pertes	27
2.4	Mesure sur instruments réels	30
3	Un modèle numérique pour le résonateur	35
3.1	Lignes de retard	35
3.2	Jonction à deux ports	36
3.3	Pertes visco-thermiques	36
3.3.1	Position du problème	37
3.3.2	Linéarisation de l'exponentielle	37
3.3.3	Approximation du terme $\sqrt{i\omega}$	37
3.3.4	Numérisation	38
3.4	Rayonnement	39
4	Synthèse temporelle avec FAUST	43
4.1	Validation du modèle de résonateur	43
4.1.1	Modèle complet	43
4.1.2	Admittance d'entrée du résonateur	44

4.1.3	Comparaison aux mesures expérimentale	45
4.2	Optimisation du résonateur de synthèse	45
4.2.1	Minimisation de l'erreur	45
4.2.2	Test sur données de l'instrument LMA	46
4.2.3	Tests sur pifilcas réelles	47
4.2.4	Tests sur antaras à deux sections	48
4.2.5	Tests sur antaras à trois sections	48
4.3	Synthèse sonore	49
4.3.1	Retour sur le modèle de synthèse de flûte traversière	49
4.3.2	Synthèse de <i>flauta de Chino</i>	49
4.3.3	Synthèse de l'antara Paracas	50
4.3.4	Synthèse de l'antara Ayarachi	51
A	Méthode d'approximation de la dérivée fractionnaire	55
B	Résultats de l'optimisation de résonateurs sur pifilcas	57

Table des figures

1.1	Une antara en pierre de la culture Aconcagua (photo de Nicolàs Piwonka)	17
1.2	Musiciens jouant de la pifilca lors d'une traditionnelle <i>fiesta de Chinos</i> (Tabolango, Centre Chili - 3 mai 2013)	18
1.3	Vue scannée d'une antara qui révèle la structure interne du résonateur	19
2.1	Schéma du résonateur complexe	21
2.2	Variables d'ondes à la discontinuité de section	22
2.3	Module de l'impédance d'entrée du résonateur complexe : modèle théorique	25
2.4	Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur théorique et celle obtenue par mesure expérimentale	25
2.5	Rapport entre les valeurs des fréquences de résonance issues du modèle théorique sans pertes et les multiples correspondants de la fondamentale, considérant une série harmonique avec un partiel manquant sur trois	28
2.6	Ratio entre les rayons calculé pour rendre les premières fréquences de résonance les plus harmoniques possibles	30
2.7	Rapport entre les valeurs des fréquences de résonance issues du modèle théorique avec pertes et les multiples correspondants de la fondamentale,(série harmonique avec un partiel manquant sur trois)	31
2.8	Mesure d'impédance d'entrée d'une flûte puntera (Pucalan, Janvier 2011)	32
2.9	Facteur d'inharmonicité calculé sur les instruments réels : prototype LMA et pifilcas	33
3.1	Représentation schématique de la jonction à deux ports sous FAUST	36
3.2	Coefficient de pertes visco-thermiques théorique et filtres numériques correspondants	38
3.3	Coefficient de pertes visco-thermiques théoriques et numériques pour différentes valeurs de L_1	39
3.4	Coefficients de rayonnement théoriques et numériques pour différentes valeurs de α_i	41
4.1	Schéma complet du modèle de résonateur	43
4.2	Vue schématique du modèle de synthèse du résonateur	44

4.3	Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur théorique et celle calculée par synthèse	44
4.4	Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse	45
4.5	Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse avant et après optimisation : Cas de l'instrument LMA	46
4.6	Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse avant et après optimisation : Cas de la <i>segundera</i>	47
4.7	Une antara à trois section de la civilisation Paraca (Lima - 2012)	48
4.8	Comparaison entre un filtre de rayonnement statique et un modèle paramétrique pour différentes valeurs du rayon	50
4.9	Comparaison entre un filtre de pertes visco-thermiques statique et un modèle paramétrique pour différentes valeurs du rayon	51
4.10	Capture d'écran de l'interface graphique du programme de synthèse de <i>flauta de Chino</i>	52
4.11	Capture d'écran du patch MAX de synthèse d'antara Paracas	52
A.1	Comparaison entre $\sqrt{i\omega}$ et son approximation par des puissances entières de $i\omega$	56
B.1	Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse avant et après optimisation : Cas de la <i>catarra</i>	57
B.2	Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse avant et après optimisation : Cas de la <i>segundera</i>	58
B.3	Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse avant et après optimisation : Cas de la <i>puntera</i>	58

Liste des tableaux

2.1	Valeurs des paramètres de l'impédance de rayonnement pour les cas extrêmes d'écran nul et infini	24
2.2	Géométrie de l'instrument construit au LMA pour des mesures expérimentales	25
2.3	Différentes configurations géométriques utilisées pour déterminer le ratio r_1/r_2	29
2.4	Géométries mesurées des résonateurs de pifilcas réelles	31
4.1	Paramètres physiques du résonateur correspondant à l'instrument construit au LMA avant et après optimisation du modèle de synthèse	47
4.2	Géométrie (en <i>mm</i>) de la flûte antara Paraca (quatre tubes à trois sections)	49
B.1	Paramètres physiques du résonateur de synthèse correspondant aux pifilcas réelles après optimisation	59

Introduction

Les avancées dans le domaine de la synthèse sonore, notamment par modèles physiques, permettent non seulement la production de sons d'une qualité croissante, mais offrent également un moyen de valider à posteriori un modèle acoustique selon certains critères tels que le réalisme, la flexibilité ou la contrôlabilité.

Il semble donc assez logique d'adopter une telle démarche pour étudier un instrument archéologique, comme l'Antara, une flûte précolombienne que l'on retrouve dans les vestiges de civilisations Andines éteintes il y a plusieurs millénaires, instrument qui nous intéresse ici. L'objectif de synthèse par modèles physiques induit en effet de comprendre le fonctionnement acoustique de l'instrument, et d'identifier quelles sont les propriétés qui sont responsables de sa sonorité particulière, aussi bien en termes de géométrie (étude du résonateur) que de technique de jeu (étude du jet excitateur). Les résultats en termes d'acoustique et de synthèse contrôlée par les paramètres physiques permettent donc d'obtenir des informations sur le dimensionnement et la construction de l'instrument, mais aussi sur son utilisation par l'instrumentiste, ce qui apporte de nouveaux éléments de connaissance de ces civilisations antiques.

Nous livrerons en premier lieu quelques éléments qui permettent de comprendre le contexte de ce travail. Nous y décrirons les instruments étudiés ainsi que les objectifs du projet dont il fait partie. Puis, nous détaillerons le modèle acoustique du résonateur, et analyserons finement les résonances qui possèdent certaines propriétés remarquables. Nous développerons ensuite les techniques qui ont permis d'implémenter ce modèle en un schéma de synthèse. Enfin, nous présenterons les résultats de celle-ci en prenant soin de la comparer à des données expérimentales.

Chapitre 1

Contexte et enjeux de l'étude

1.1 Les instruments étudiés

1.1.1 La flûte antara

L'histoire de l'antara remonte à la civilisation Paraca du sud du Pérou (800 av. JC à 200 ap. JC). Elle a été étudiée et décrite par José Pérez de Arce (notamment dans [PdA98] et [PdA00]) qui s'intéresse au rôle de cet instrument dans les civilisations précolombiennes. L'antara est ensuite retrouvée dans la civilisation Nazca qui a succédé aux Paracas, puis s'est répandue dans diverses civilisations du nord et du centre du Chili (Aconcagua et San Pedro en particulier).

Elle était initialement fabriquée en céramique, mais les cultures ultérieures ont plutôt utilisé de la pierre. De l'extérieur, elle ressemble à une petite flûte de pan constituée de 4 tubes creusés à l'intérieur d'un bloc de matériau, fermés à une extrémité, en général en utilisant un bouchon qui permet d'en ajuster la longueur finement.



FIGURE 1.1 – Une antara en pierre de la culture Aconcagua (photo de Nicolàs Piwonka)

Cependant, elle n'est aujourd'hui plus ni fabriquée ni jouée. Quelques rares exemplaires archéologiques d'antaras se trouvent essentiellement dans des musées, et il a fallu attendre les travaux de Claudio Mercado [Mer05] pour parvenir à

savoir comment cet instrument est supposé être joué, quel son est sensé en sortir.

1.1.2 La pifilca, ou *flauta de Chino*

Bien que l'antara ne soit plus utilisée ni fabriquée, sa pratique s'étant éteinte avec les civilisations précolombiennes après l'arrivée des conquistadors, on retrouve sa descendante dans certains lieux de la région Centre du Chili. Cette flûte, du nom de pifilca, est relativement similaire à l'antara : sa structure interne particulière permet la production du même type de son et la méthode de jeu est la même. Cependant, elle n'est constituée que d'un seul tube, et est généralement fabriquée en canne ou en bois. Les dimensions peuvent également être plus importantes que pour une antara.

Cette flûte est jouée lors de manifestations religieuses par les *chinos*, des populations du centre du Chili. Le mode de fonctionnement est simple : deux rangées de musiciens (de 5 à 13 par rangée) se font face, chacun avec sa flûte, et le rituel consiste en une alternance de sons entre chaque rangée de *chinos*. Le tout est rythmé par deux percussionnistes, dont un qui effectue également certaines danses, que doivent suivre les musiciens.



FIGURE 1.2 – Musiciens jouant de la pifilca lors d'une traditionnelle *fiesta de Chinos* (Tabolango, Centre Chili - 3 mai 2013)

Le sens de ces rituels reste assez mystérieux : ils se pratiquent en effet lors de cérémonies catholiques, mais l'ancienneté de l'instrument, des populations qui le pratiquent, et sa sonorité si particulière qui est directement héritée de l'antara, vieille de plus de 3000 ans, laissent à penser que ces rituels ont en fait été adaptés aux croyances des conquistadors afin de survivre au moins partiellement.

1.2 Les particularités de ces flûtes

1.2.1 Le *sonido rajado*

La particularité de ces flûtes est la production d'un son typique appelé *sonido rajado*, ce qui signifie littéralement *son déchiré*. En effet, il s'agit d'un son extrêmement dissonant et agressif qui était recherché par les instrumentistes pour

créer un espace sonore bien particulier. Les chercheurs s'accordent à dire que le travail était porté sur le timbre et sur la puissance, et non pas sur la mélodie ou l'harmonie. Le son de ces flûtes est également marqué par une sorte de tremblement, d'oscillation d'amplitude connue sous le nom de *ganseo*.

Ce sont ces particularités sonores que l'on essaie d'expliquer à travers un modèle acoustique et de synthèse sonore. Précisons enfin que des recherches sur le spectre sonore de la pifilca ont déjà été menées, notamment dans [WC98], sans pour autant que les mécanismes de production du *sonido rajado* soient clairement identifiés. On y apprend toutefois que les fréquences utiles pour caractériser le spectre de l'instrument sont inférieures à $6000Hz$.

1.2.2 Structure du résonateur

Le résonateur de ces instrument possède une géométrie bien caractéristique. Alors que nos flûtes occidentales traditionnelles se modélisent usuellement comme un tube cylindrique de section approximativement constante, l'antara, tout comme la pifilca, possède ce que l'on appelle un résonateur complexe. Celui-ci est constitué de deux sections cylindriques, dont le rapport de longueur est proche de 1, et dont le rapport de rayon est proche de 2.

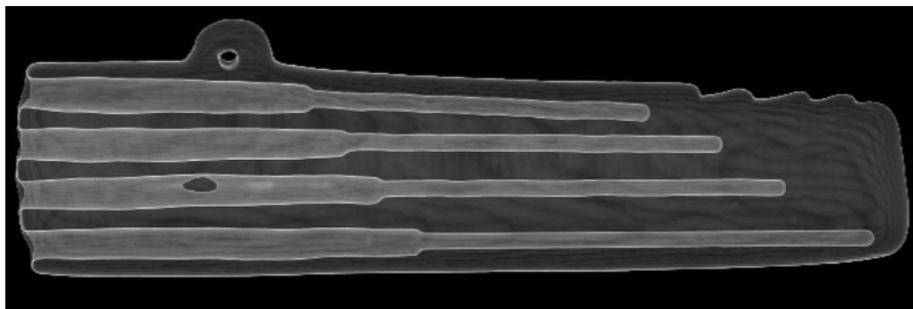


FIGURE 1.3 – Vue scannée d'une antara qui révèle la structure interne du résonateur

Même si l'état de surface de ces conduits, ainsi que l'irrégularité de leur géométrie peuvent suggérer une modélisation complexe (qui pourra être envisagée ultérieurement), on commence par modéliser de façon simple le résonateur, c'est-à-dire comme deux cylindres parfaits en série avec une discontinuité de section. Ce modèle mono-dimensionnel est à la base des premiers développements. Cette géométrie particulière est naturellement cruciale dans la production du *sonido rajado*, comme le savent les Chinos eux-même. A noter cependant qu'il est tout à fait possible de produire un son doux et proche de ceux des flûtes occidentales grâce à une telle structure : on parle alors de *sonido limpio*, ou *son propre*. D'après Perez de Arce, ce n'est toutefois pas le but recherché, et les Chinos considèrent que ce son-là est peu digne d'intérêt, et réservé aux femmes et aux enfants.

1.3 Les enjeux de l'étude

Le but de ce stage est donc de comprendre en premier lieu les mécanismes acoustiques de production du son des antaras. Comme il est en pratique plus simple d'étudier sa descendante, la pifilca, puisque celle-ci est toujours employée, le modèle sera confronté tout d'abord à celle-ci. On cherche également à reproduire numériquement le *sonido rajado*, c'est pourquoi notre modèle acoustique sera transformé en schéma de synthèse et implémenté dans FAUST. L'avantage de cette démarche sera de pouvoir ensuite améliorer notre schéma de synthèse en jouant sur quelques degrés de liberté du modèle pour correspondre au mieux au comportement d'un instrument réel (d'abord un instrument prototype idéalisé, puis une véritable pifilca).

Par ailleurs, l'objectif est de pouvoir aider les facteurs d'instruments ainsi que les archéologues qui travaillent sur les civilisations qui ont utilisé l'antara à déterminer des paramètres déterminants dans la production du *sonido rajado*. On ne sait en effet à l'heure actuelle pas exactement reproduire de tels instruments, et des informations sur la géométrie précise du résonateur en adéquation avec le son recherché peuvent permettre d'en savoir plus sur les procédés de fabrication des instruments, et donc d'enrichir notre savoir relativement à des civilisations disparues dont on ne sait encore que peu de choses. Cette étude s'inscrit dans les recherches regroupées au sein du projet Achalai qui vise à la récupération de musique ancestrale préhispanique (cf. [ref]).

Chapitre 2

Un modèle acoustique du résonateur

2.1 Eléments du modèle

2.1.1 Considérations générales

La modélisation du résonateur comme deux portions de cylindre de sections différentes (cf. figure 2.1) motive une paramétrisation mono-dimensionnelle des variables d'ondes.

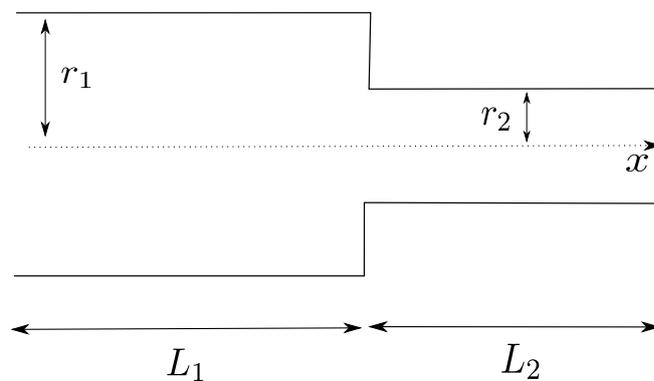


FIGURE 2.1 – Schéma du résonateur complexe

Cela revient à faire l'hypothèse classique d'ondes planes, la pression acoustique étant donc simplement fonction de la dimension longitudinale ainsi que du temps. On utilise alors la décomposition de d'Alembert qui décrit l'onde de pression (et donc celle de débit) comme la somme de deux ondes se propageant dans deux sens différents (ondes aller et retour) :

$$p(x, t) = p^+(x - ct) + p^-(x + ct)$$
$$u(x, t) = \frac{1}{Z_c} (p^+(x - ct) - p^-(x + ct))$$

où l'on note c la célérité des ondes sonores, Z_c l'impédance caractéristique du milieu.

On peut alors formaliser la propagation d'ondes de la façon suivante dans le cas sans pertes :

$$p^+(L_1 - ct) = p^+(0)$$

avec t le temps de propagation de l'onde sur la longueur L_1 . Dans le domaine fréquentiel, cela s'écrit :

$$\frac{P^+(x = L_1, \omega)}{P^+(x = 0, \omega)} = e^{-ikL_1}$$

en notant $k = \frac{\omega}{c}$ le nombre d'onde dans le cas sans pertes. On peut établir les mêmes relations pour les ondes retour, ainsi que dans le deuxième cylindre.

2.1.2 Discontinuité de section

Il est nécessaire d'étudier précisément la discontinuité de section si on veut établir un modèle de propagation globale telle que présenté dans [BDLCF⁺10].

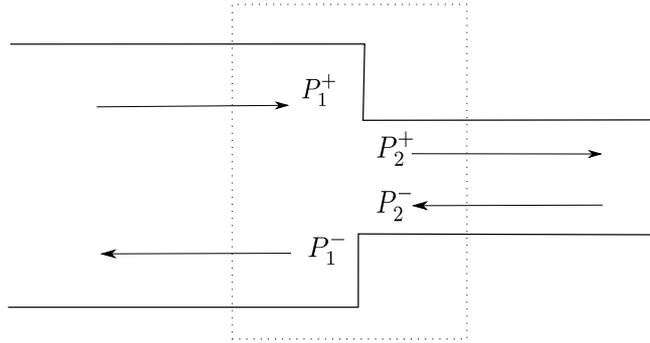


FIGURE 2.2 – Variables d'ondes à la discontinuité de section

La conservation du débit et la continuité de la pression à la jonction sont les conditions physiques qui permettent de trouver un lien entre variables d'onde avant et après la discontinuité, comme présentées sur la figure 2.2 (par souci de lisibilité, on s'affranchissant de préciser la dépendance fréquentielle). Le calcul est conduit dans [CK08] et se résume en deux égalités :

$$\begin{cases} P_2^+ = P_1^+ + r_k(P_1^+ - P_2^-) \\ P_1^- = P_2^- + r_k(P_1^+ - P_2^-) \end{cases}$$

$r_k = \frac{r_1^2 - r_2^2}{r_1^2 + r_2^2}$ étant un paramètre géométrique traduisant la discontinuité de section.

A partir de ces égalités et des écritures de propagations conduites précédemment, il est aisé de remonter aux coefficients de réflexion ainsi qu'à l'impédance d'entrée de l'instrument dans le cas sans pertes :

$$Z_e = Z_c \frac{1 + r_k(e^{-2ikL_2} + e^{-2ikL_1}) + e^{-2ik(L_1+L_2)}}{1 + r_k(e^{-2ikL_2} - e^{-2ikL_1}) - e^{-2ik(L_1+L_2)}}$$

2.1.3 Pertes visco-thermiques

Les pertes visco-thermiques peuvent être prises en compte via l'introduction d'un nombre d'onde complexe :

$$k = i\frac{\omega}{c} + (1+i)\frac{\beta}{r}\sqrt{f}$$

La constante β tient compte des propriétés physiques de l'écoulement et de l'interaction entre la colonne d'air vibrante et les parois et a été évaluée analytiquement dans [CK08]. On en donne une bonne approximation numérique (unités SI) :

$$\beta = 3.10^{-5}$$

r est le rayon du cylindre considéré. Un tel nombre d'onde représente bien les différents phénomènes mis en jeu que sont la propagation (terme $i\frac{\omega}{c}$), la dissipation (terme $\frac{\beta}{r}\sqrt{f}$) qui traduit la perte d'énergie induite par les effets visco-thermiques, et la dispersion (terme $i\frac{\beta}{r}\sqrt{f}$) qui montre l'impact des pertes sur les fréquences de résonance de la flûte.

On peut alors écrire les fonctions de transfert de propagation avec pertes dans chacun des cylindres :

$$H_1^+ = \frac{P^+(x=L_1)}{P^+(x=0)} = e^{-k_1 L_1}$$

$$H_2^+ = \frac{P^+(x=L_1)}{P^+(x=0)} = e^{-k_2 L_2}$$

Il faut bien sûr multiplier les longueurs par deux si on considère une propagation aller-retour :

$$H_1 = e^{-2k_1 L_1}$$

$$H_2 = e^{-2k_2 L_2}$$

Par ailleurs, on voit qu'il est nécessaire d'introduire deux nombres d'onde car ceux-ci dépendent du rayon de chaque cylindre via le terme de pertes.

L'impédance d'entrée du résonateur peut alors se réécrire :

$$Z_e = \frac{1 + r_k(H_2 + H_1) + H_1 H_2}{1 + r_k(H_2 - H_1) - H_1 H_2}$$

2.1.4 Rayonnement

La caractérisation du rayonnement d'un tube cylindrique a déjà fait l'objet d'études poussées, que l'on peut notamment retrouver dans [KFCS99]. L'approximation communément faite pour le rayonnement d'instruments de type flûtes est celle du piston circulaire plan de même surface que celle du cylindre. On a, dans

le domaine des basses fréquences (soit pour $ka < 1$, ou encore $f < 10kHz$ environ avec un rayon d'1cm, ce qui est le domaine qui nous intéresse) l'expression suivante de l'impédance de rayonnement :

$$Z_{rad} = Z_c(\alpha_r(ka)^2 + i\alpha_i ka)$$

avec a le rayon du piston équivalent et $Z_c = \frac{\rho c}{S}$ l'impédance acoustique caractéristique.

α_r et α_i sont des coefficients qui tiennent compte de la géométrie de l'écran entourant le piston. On donne dans le tableau 2.1 les valeurs de ces coefficients que l'on peut calculer explicitement.

	α_r	α_i
Pas d'écran	1/4	0.6133
Écran infini	1/2	0.8488

TABLE 2.1 – Valeurs des paramètres de l'impédance de rayonnement pour les cas extrêmes d'écran nul et infini

Dans le cas d'un écran fini et non-nul (cas pratique), il faut donc ajuster ces paramètres entre les valeurs extrêmes. Cependant, on sait (toujours d'après [KFCS99]) que la variation de α_r est très lente, c'est-à-dire que pour des écrans relativement petits, on peut en bonne approximation fixer ce paramètre à la valeur $\frac{1}{4}$. Ce n'est par contre pas le cas de α_i (à variation rapide) que nous laisserons donc variable.

2.2 Impédance d'entrée du résonateur

2.2.1 Représentation de l'impédance d'entrée

Nous donnons figure 2.3 une courbe représentant le module de l'impédance d'entrée de l'instrument.

Précisons que les mesures d'impédance d'entrées d'instruments réels ne tiennent pas compte du rayonnement (il est nul puisque l'appareil de mesure l'empêche). Notre modèle théorique (et à fortiori notre modèle de synthèse) visant dans un premier temps à être comparé à de telles mesures, il n'intègre pas ici cet aspect-là.

On retrouve, conformément aux travaux menés dans [BDLCF⁺10] des minima d'impédance (correspondant aux résonances) doubles de part et d'autre d'une fréquence centrale. Nous menons un peu plus loin une analyse précise des fréquences de résonances, qui caractérisent assez fortement le timbre de l'instrument.

2.2.2 Comparaison a une mesure expérimentale

Afin d'évaluer la pertinence du modèle, un prototype de résonateur de *flauta de Chino* a été construit au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA) à Marseille. Diverses mesures ont été effectuées sur un instrument à la géométrie idéalisée (deux cylindres parfaits avec une jonction directe).

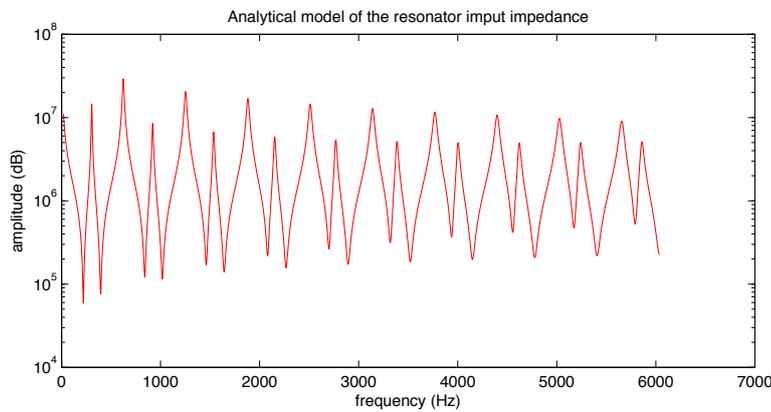


FIGURE 2.3 – Module de l'impédance d'entrée du résonateur complexe : modèle théorique

L_1	L_2	r_1	r_2
28 cm	28 cm	9 mm	5 mm

TABLE 2.2 – Géométrie de l'instrument construit au LMA pour des mesures expérimentales

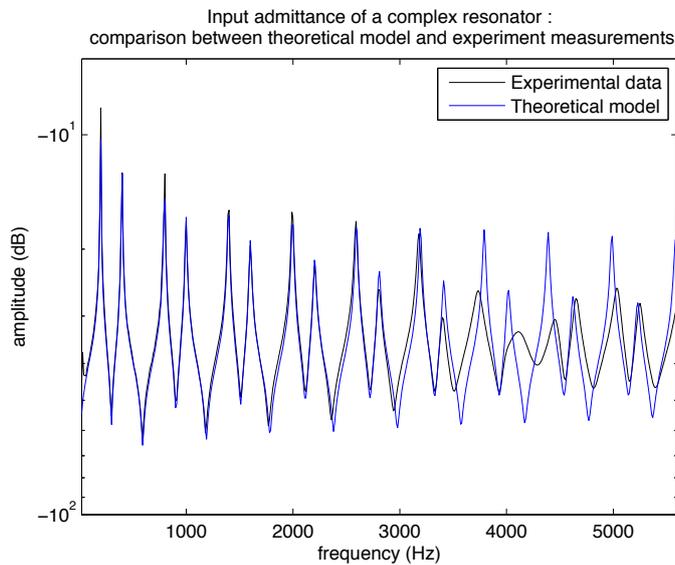


FIGURE 2.4 – Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur théorique et celle obtenue par mesure expérimentale

La géométrie de cet instrument est présentée dans le tableau 2.2. Nous constatons sur la figure 2.4 que le modèle analytique reproduit de façon

satisfaisante le comportement global du résonateur. Quelques légers décalages des pics de résonance ainsi que des variations d'amplitudes sont constatées aux hautes fréquences, mais nous observons toutefois que le modèle analytique est d'une précision remarquable. On note en particulier un pic expérimental autour de 4000 Hz assez éloigné de sa valeur théorique, mais ceci est expliqué par le fait qu'il s'agit d'un couplage avec la machine de mesure, ayant une première fréquence propre autour de cette valeur.

2.3 Fréquences de résonance

2.3.1 Condition de résonance

On s'intéresse à présent à déterminer les fréquences de résonance de la structure. On observe la résonance lorsque la pression à l'entrée de l'instrument est nulle, ce qui revient à annuler l'impédance d'entrée :

$$1 + r_k(e^{-2ik_2L_2} + e^{-2ik_1L_1}) + e^{-2i(k_1L_1+k_2L_2)} = 0$$

Ceci peut se reformuler de la façon suivante :

$$e^{-i(k_1L_1+k_2L_2)} + e^{i(k_1L_1+k_2L_2)} = -r_k(e^{-i(k_1L_1-k_2L_2)} + e^{i(k_1L_1-k_2L_2)})$$

Enfin, en utilisant les formules d'Euler ainsi que quelques égalités remarquables de trigonométrie, on aboutit à :

$$\tan(\Im(k_1)L_1) \tan(\Im(k_2)L_2) = \frac{S_1}{S_2}$$

On ne retient effectivement que la partie imaginaire du nombre d'onde, c'est-à-dire les termes de propagation et de dispersion, puisque la dissipation induit une perte d'énergie mais pas de décalage des fréquences de résonance. Le terme correspondant se simplifie de lui-même en menant le calcul précédent.

2.3.2 Cas sans pertes

On étudie dans un premier temps le cas sans pertes : on a alors un nombre d'onde $k_1 = k_2 = ik = i\frac{\omega}{c}$

Cette équation est résolue et analysée dans [BDLCF⁺10] en utilisant l'approximation $L_1 \approx L_2$. Nous proposons ici notre méthode de résolution, qui commence par le développement suivant :

$$\tan kL_1 \tan kL_2 = \frac{\cos k(L_1 - L_2) - \cos k(L_1 + L_2)}{\cos k(L_1 - L_2) + \cos k(L_1 + L_2)}$$

On considère que les longueurs des deux cylindres sont très proches, ce qui est bien vérifié dans la pratique. Ainsi, on suppose $L_1 - L_2 \approx 0$ et en notant $L_1 + L_2 = 2L$, la condition de résonance se réécrit :

$$\cos 2kL = -r_k$$

On peut donc résoudre explicitement cette équation pour aboutir à l'expression des fréquences de résonance dans le cas sans pertes :

$$\tilde{f} = f_0 \times \begin{cases} 3n + \frac{3}{2}(1 - \frac{1}{\pi} \arccos r_k) \\ 3n + \frac{3}{2}(1 + \frac{1}{\pi} \arccos r_k) \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

où l'on note :

$$f_0 = \frac{c}{6L}$$

On constate que les fréquences de résonance se décomposent en deux séries "presque" harmoniques, avec un léger décalage par rapport à la fondamentale. Il est justement intéressant de se demander si on peut choisir le rapport r_k de sorte à éliminer ce décalage, auquel cas non seulement chaque série est harmonique, mais on observe la propriété remarquable qu'elles ne forment qu'une seule et même série harmonique à laquelle manquerait un harmonique sur trois :

$$\tilde{f} = f_0 \times \begin{cases} 3n + 1 \\ 3n + 2 \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$$

Cette piste de réflexion est en fait naturellement suggérée par l'observation des pics de résonance (cf. figure 2.3) où l'on constate ce résultat.

On écrit alors la condition pour observer cela (valable quelque soit les partiels considérés) :

$$\frac{3}{2}(1 - \frac{1}{\pi} \arccos r_k) = 1$$

qui donne en fin de compte :

$$r_k = 1/2$$

Plus explicitement, cela conduit à un rapport entre les rayons des cylindres qui vaut exactement $\sqrt{3}$. On peut représenter l'écart à l'harmonicité des partiels mesurés via le modèle théorique, c'est-à-dire la grandeur :

$$\frac{\tilde{f}}{p\tilde{f}_1}$$

où \tilde{f}_1 est le premier partiel, et p le numéro du partiel correspondant à une série harmonique où il en manque un sur trois : $p = 1, 2, 4, 5, 7...$

On considère un résonateur de longueurs L_1 et L_2 valant $28cm$, un premier rayon de $9.5mm$ et plusieurs valeurs pour r_2 .

Comme on peut le voir sur la figure 2.5, les fréquences de résonance sont effectivement très proches de former une série parfaitement harmonique où manquerait un harmonique sur trois lorsqu'on a un rapport de rayons qui se rapproche de $\sqrt{3}$ (ce rapport donne, pour $r_1 = 9.5mm$, un deuxième rayon $r_2 \approx 5.5mm$).

2.3.3 Prise en compte des pertes

On s'intéresse à présent à la résolution du même problème en tenant en compte cette fois les pertes visco-thermiques. On rappelle la condition de résonance :

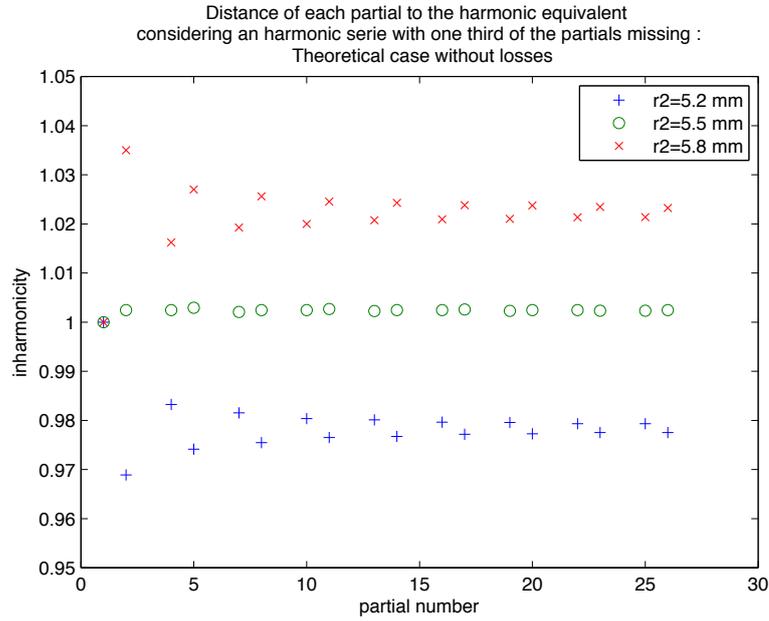


FIGURE 2.5 – Rapport entre les valeurs des fréquences de résonance issues du modèle théorique sans pertes et les multiples correspondants de la fondamentale, considérant une série harmonique avec un partiel manquant sur trois

$$\tan(\Im(k_1)L_1) \tan(\Im(k_2)L_2) = \frac{S_1}{S_2}$$

avec :

$$k_1 = i\frac{\omega}{c} + (1+i)\frac{\beta}{r_1}\sqrt{f}$$

$$k_2 = i\frac{\omega}{c} + (1+i)\frac{\beta}{r_2}\sqrt{f}$$

On utilise une fois de plus la formule trigonométrique de linéarisation de la tangente pour aboutir à :

$$\left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right) \cos\left(\left(\frac{L_1}{r_1} - \frac{L_2}{r_2}\right)\beta\sqrt{f}\right) = \left(1 + \frac{S_1}{S_2}\right) \cos\left(2L\frac{\omega}{c} + \left(\frac{L_1}{r_1} + \frac{L_2}{r_2}\right)\beta\sqrt{f}\right)$$

Une rapide application numérique donne, pour une géométrie de pifilca commune (longueurs de l'ordre de 28cm, rayons de l'ordre de 5 et 9mm, et limite haute en fréquence à 6000Hz) :

$$\left|\left(\frac{L_1}{r_1} - \frac{L_2}{r_2}\right)\beta\sqrt{f}\right| \approx 0.05$$

On fait donc le choix de négliger ce terme, comme on l'a fait de façon similaire dans le cas sans pertes. Si on reprend la notation précédemment utilisée \tilde{f} pour

désigner les fréquences de résonance dans le cas sans pertes, on aboutit alors à l'égalité suivante :

$$f + b\sqrt{f} = \tilde{f} \text{ avec } b = \left(\frac{L_1}{r_1} + \frac{L_2}{r_2}\right) \frac{c\beta}{4\pi L}$$

Par suite, il s'agit de résolution d'une équation de degré 2 en \sqrt{f} . Cette équation a une unique solution (l'autre n'ayant pas de sens physique), que l'on peut approcher au premier ordre par :

$$f_{res} = \tilde{f} - b\sqrt{\tilde{f}}$$

On trouve donc que les fréquences de résonance sont égales à celles dans le cas sans pertes avec un décalage non-constant et dépendant du terme de pertes. Il est donc certain qu'aucun choix de ratio entre rayons ne peut rendre cette série harmonique, néanmoins le choix $r_k = \frac{1}{2}$ annule l'inharmonicité pour les hautes fréquences (lorsque le numéro des partiels examinés tendent vers l'infini).

On peut également se poser la question en basses fréquences et examiner le problème pour les premiers partiels. L'équation qui donne la condition sur r_k pour que les premiers partiels soient harmoniquement liés n'est toutefois pas solvable analytiquement, il nous faut utiliser un code numérique pour résoudre cette équation implicite, qui après écriture de la condition se reformule de la façon suivante :

$$3x_k - 1 = \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{L}} \left(\frac{L_1}{r_1} + \frac{L_2}{r_2}\right) (\sqrt{1+x_k} - 2\sqrt{1-x_k})$$

en notant $x_k = \frac{1}{\pi} \arccos r_k$. On constate en particulier que le ratio optimal dépend des autres paramètres géométriques. On peut par exemple calculer celui-ci pour différentes valeurs de r_1 , dans diverses configurations présentées tableau 2.3.

	$L_1(cm)$	$L_2(cm)$
Configuration 1	28	28
Configuration 2	28	20
Configuration 3	28	50

TABLE 2.3 – Différentes configurations géométriques utilisées pour déterminer le ratio r_1/r_2

La figure 2.6 montre le comportement global du ratio calculé pour ces diverses configurations. On constate en réalité que les divers choix géométriques effectués n'influent pas beaucoup sur le ratio optimal, et que le ratio tend à rapidement converger vers la valeur $\sqrt{3}$ lorsque le rayon du grand cylindre atteint des valeurs importantes. Cependant, pour un cas d'étude standard tel qu'un rayon de 9.5 mm, on constate que le ratio est situé environ 1% autour de la valeur limite, ce qui est à considérer lors du dimensionnement de l'instrument.

On en déduit donc que même en considérant l'effet des pertes visco-thermiques, choisir un rapport entre rayons aux alentours de $\sqrt{3}$ permet de s'approcher d'un comportement harmonique du résonateur, aussi bien en hautes qu'en basses

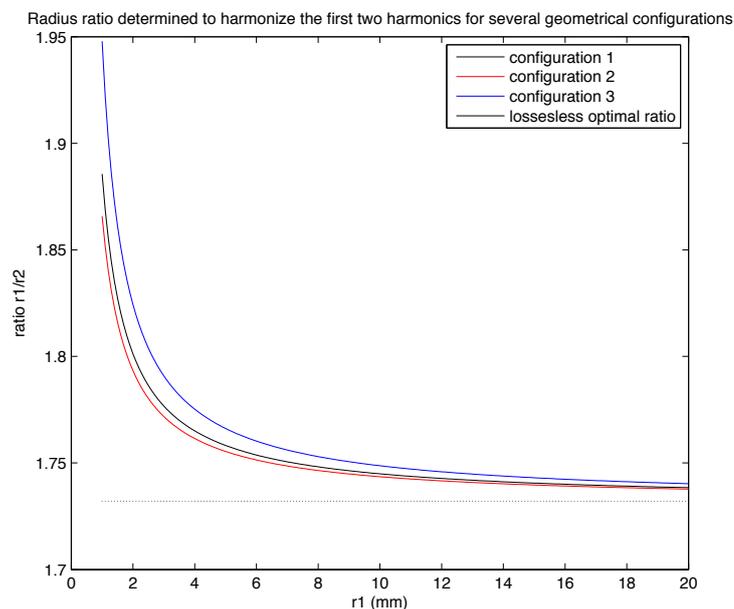


FIGURE 2.6 – Ratio entre les rayons calculé pour rendre les premières fréquences de résonance les plus harmoniques possibles

fréquences. Notons enfin que dans la pratique, les *flauta de chinós* sont fabriquées en perçant les cavités à rayons fixes. Il s’agit ensuite de faire varier la longueur L_2 en insérant à l’extrémité du petit cylindre un bouchon de longueur variable afin d’ajuster celle-ci pour atteindre l’harmonicité.

La figure 2.7 montre en effet un calcul d’inharmonicité dans le cas avec pertes, pour différentes valeurs de r_1 . On constate qu’il faut, conformément au résultat précédent, augmenter légèrement le ratio par rapport au cas sans pertes afin d’approcher au mieux l’harmonicité.

On se rend également compte que l’inharmonicité semble, lorsqu’on est proche d’un certain rapport, diminuer aux hautes fréquences (en dessus d’un certain seuil après lequel ce comportement n’est plus observé). Ceci est également conforme à un résultat préalablement établi, et montre qu’un bon choix de rapport de rayons permet donc d’obtenir un bon compromis entre accord des premiers partiels et inharmonicité réduite dans les aigus.

2.4 Mesure sur instruments réels

On peut également calculer le facteur d’inharmonicité sur des mesures d’instruments réels. Les mesures d’impédances d’entrées des pifilcas ont été menées par Patricio De La Cuadra et Christophe Vergez à Pucalan (centre du Chili), les résultats étant présentés sur [DLC].

Les flûtes étudiés sont au nombre de trois : la puntera (longue, avec un son grave et puissant, que l’on montre figure 2.8), la catarra petite et aigue, au son

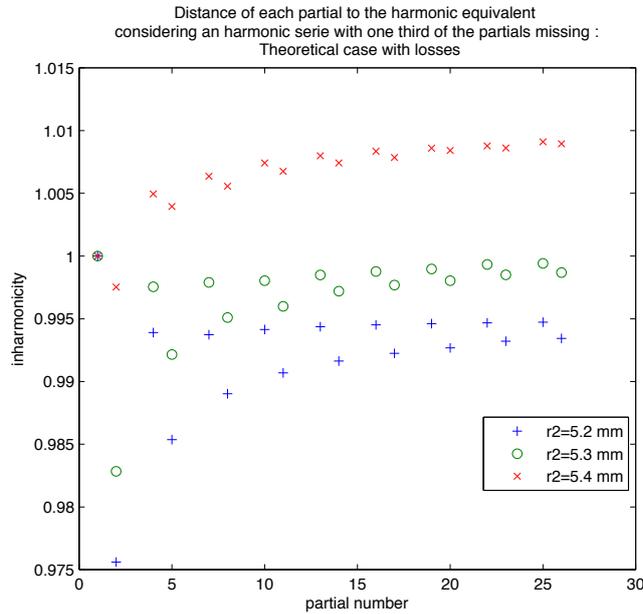


FIGURE 2.7 – Rapport entre les valeurs des fréquences de résonance issues du modèle théorique avec pertes et les multiples correspondants de la fondamentale, (série harmonique avec un partiel manquant sur trois)

particulièrement marqué par un tremblement, une oscillation d’amplitude) et la segundera (de dimensions comprises entre les deux premières).

On fournit dans le tableau 2.4 les géométries de ces différents instruments. On rappelle également la géométrie de l’instrument du LMA idéalisé.

	Catarra	Segundera	Puntera	LMA
L_1 (cm)	11.1	28	31	28
L_2 (cm)	12.4	26	30	28
r_1 (mm)	8.5	7.5	9	9
r_2 (mm)	5.25	5	5.5	5

TABLE 2.4 – Géométries mesurées des résonateurs de pifilcas réelles

On présente figure 2.9 les valeurs du coefficient d’inharmonicité pour ces différentes flûtes et pour le prototype.

Il apparaît clairement que l’instrument du LMA présente un comportement quasi-harmonique. Ceci est naturellement dû à son procédé de construction, à son dimensionnement et au fait que sa géométrie idéale le rende particulièrement proche de ce que l’on peut en attendre compte-tenu du modèle théorique. Cela confirme une fois de plus la pertinence de celui-ci.

La catarra présente ensuite la particularité d’être nettement moins inharmonique que les deux autres pifilcas, tout en ayant des fréquences de résonances qui alternent entre valeurs supérieures et inférieures à celle de la série har-



FIGURE 2.8 – Mesure d'impédance d'entrée d'une flûte puntera (Pucalan, Janvier 2011)

monique théorique (inharmonicité oscillant autour de 1). Il n'est pas à exclure que cette propriété joue un rôle important dans la production du *ganseo*, l'oscillation d'amplitude que l'on constate en écoutant jouer l'instrument.

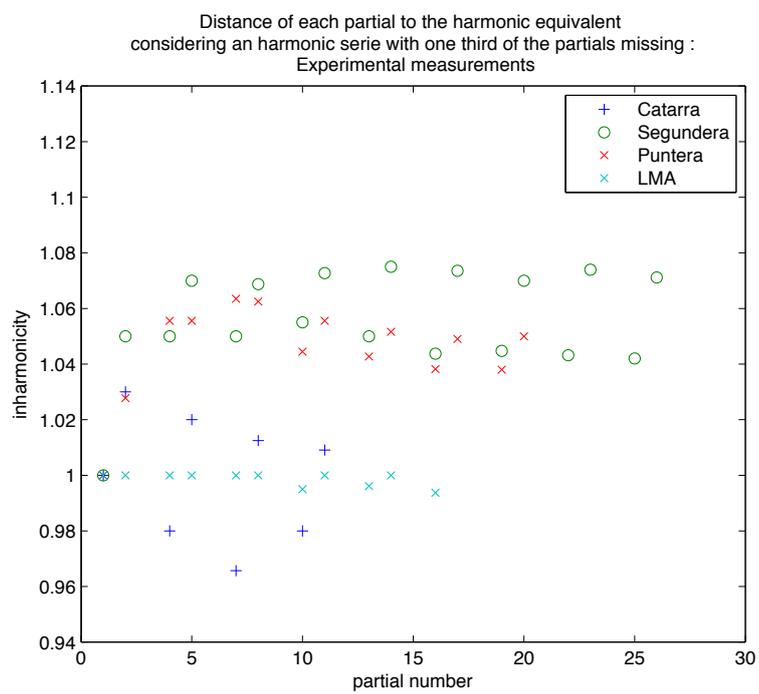


FIGURE 2.9 – Facteur d'inharmonicité calculé sur les instruments réels :
prototype LMA et pifilcas

Chapitre 3

Un modèle numérique pour le résonateur

Un des objectifs de cette étude est d'arriver à synthétiser des sons de flûtes antaras et pifilcas. Nous avons fait le choix d'implémenter un modèle de synthèse sous le langage FAUST qui est adapté à ce type de problèmes. Il nous faut donc convertir notre modèle acoustique en un schéma numérique. Les principaux éléments du modèle sont les lignes de retard pour la propagation (modèle de guides d'ondes), la définition de la jonction à la discontinuité de section, et la représentation sous forme de filtres numériques des phénomènes de pertes (visco-thermiques et rayonnement).

On fait le choix de traiter séparément ces différents éléments pour pouvoir ensuite les recombinaison afin d'obtenir un schéma numérique complet.

3.1 Lignes de retard

La propagation des ondes de pression dans le résonateur peut simplement se voir comme une ligne de retard d'un nombre d'échantillons N_s (temps discret de propagation de l'onde). Par exemple, la propagation sur le tube de longueur L_1 correspond à un retard de $N_s = F_s \frac{L_1}{c}$ échantillons, où F_s est la fréquence d'échantillonnage. De telles lignes de retard s'implémentent facilement dans FAUST grâce à la commande `delay`.

Cependant, il peut exister un problème de délai fractionnaire si le nombre d'échantillons en question n'est pas entier. En effet, pour une propagation sur une longueur $L_1 = 28cm$, avec les valeurs standards $F_s = 44100Hz$ et $c = 340m/s$,

$$N_s = 44100 * \frac{0.28}{340} = 36.3$$

La solution décrite par [LVKL96] consiste alors à interpoler les valeurs du signal définies aux temps discrets dans l'entourage de N_s afin d'en estimer la valeur.

L'interpolation peut bien sûr être plus ou moins précise (linéaire, quadratique...). FAUST prend en charge ces spécificités au travers de la commande `fdelayk` où k est l'ordre de l'interpolation.

3.2 Jonction à deux ports

On peut aisément écrire la condition de discontinuité de section dans FAUST sous forme de de jonction deux ports. Il faut en effet reprendre les équations issues du modèle théorique :

$$\begin{cases} P_2^+ = P_1^+ + r_k(P_1^+ - P_2^-) \\ P_1^- = P_2^- + r_k(P_1^+ - P_2^-) \end{cases}$$

Si les entrées de la jonction sont P_1^+ et P_2^- (ce qui "arrive" à la jonction) et les sorties sont P_2^+ et P_1^- (ce qui "repart") alors on peut fournir un schéma de synthèse de la discontinuité :

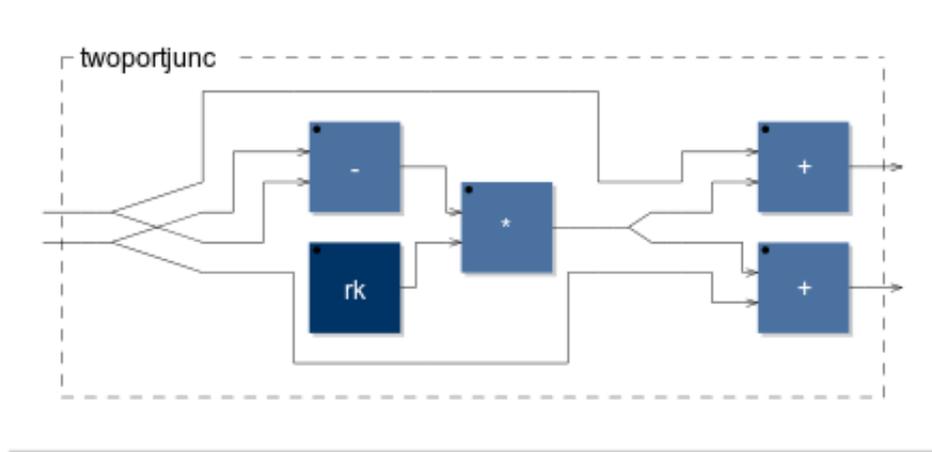


FIGURE 3.1 – Représentation schématique de la jonction à deux ports sous FAUST

3.3 Pertes visco-thermiques

Rappelons tout d'abord l'expression du filtre analogique décrivant les pertes visco-thermiques obtenues dans l'élaboration du modèle théorique (sur une longueur L) :

$$H_{theo} = e^{-kL}$$

$$k = i\frac{\omega}{c} + (1+i)\frac{\beta}{r}\sqrt{f}$$

Comme la propagation est implémentée sous forme de ligne de retard, nous allons donc nous intéresser seulement au phénomène de pertes, qui après calcul se réécrit :

$$H = e^{-\tilde{\beta}\frac{L}{r}\sqrt{i\omega}} \text{ avec } \tilde{\beta} = \frac{\beta}{\pi}$$

3.3.1 Position du problème

Cette expression se révèle compliquée à implémenter numériquement du fait d'une non-linéarité (dépendance en $\sqrt{i\omega}$). La méthode jusqu'alors appliquée pour résoudre ce problème consiste à approcher le filtre analogique par optimisation numérique en considérant un produit de filtres digitaux simples (passes-bas, passes-bandes...) dont on fait varier les principaux paramètres (pôles et zéros) afin d'approcher au mieux la fonction de transfert initiale.

Les résultats sont bons (cf. [DLC05]) mais l'inconvénient est que si on change la géométrie, ou n'importe quel paramètre physique, il faut recalculer tout le filtre numérique.

Comme nous souhaitons conserver une dépendance explicite en les grandeurs physiques du problème, afin d'éviter de tout recalculer à chaque modification de ceux-ci, il nous faut nous diriger vers une autre méthode. Nous présentons ici les grandes étapes de conception du filtre selon la méthode d'approximation de dérivée fractionnaire étudiée par Denis Matignon dans [Mat94].

3.3.2 Linéarisation de l'exponentielle

On commence par écrire différentes approximations de l'exponentielle afin de faire apparaître une dépendance linéaire en $\sqrt{i\omega}$.

$$H_{losses}^1 = 1 - \tilde{\beta} \frac{L}{r} \sqrt{i\omega}$$

$$H_{losses}^2 = 1 - \tilde{\beta} \frac{L}{r} \sqrt{i\omega} + \left(\tilde{\beta} \frac{L}{r}\right)^2 i\omega$$

$$H_{losses}^3 = \frac{1 - \frac{\tilde{\beta}}{2} \frac{L}{r} \sqrt{i\omega}}{1 + \frac{\tilde{\beta}}{2} \frac{L}{r} \sqrt{i\omega}}$$

Ces développements sont justifiés par Matignon en effectuant un simple calcul d'erreur dans le "pire" des cas (valeurs de rayon minimale, bande de fréquence la plus large possible...). Dans notre cas, l'erreur obtenue est inférieure à 1%.

3.3.3 Approximation du terme $\sqrt{i\omega}$

Il faut à présent approximer du terme $\sqrt{i\omega}$ par des puissances entières de $i\omega$. [Mat94] donne une méthode systématique basé sur l'étude de la dérivation fractionnaire pour construire cette approximation, et ce pour toute puissance non-entière de $i\omega$. En réalité, cette approximation n'est paramétrée que par son ordre et la plage de fréquences concernées, ce qui en fait un avantage notable étant donné qu'elle pourra par suite être fixée dans le modèle sans être systématiquement recalculée. On trouvera en annexe A le détail de conception de l'approximation.

L'ordre 3 donne de très bons résultats, et on se fixant la bande de fréquence standard [20Hz, 2000Hz]), on peut précalculer les coefficients de l'approximation et l'implémenter directement, permettant ainsi un gain de temps de calcul certain.

3.3.4 Numérisation

Il suffit enfin de passer du monde des fréquences continues à celui des fréquences discrètes. Pour cela, plusieurs transformations existent, nous choisissons d'utiliser la transformée bilinéaire :

$$i\omega = 2F_s \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}$$

Celle-ci présente l'avantage d'assurer un bon comportement aussi bien en amplitude qu'en phase, sans distortion de l'axe fréquentiel. Les filtres numériques ainsi obtenus sont présentés sur la figure 4.9.

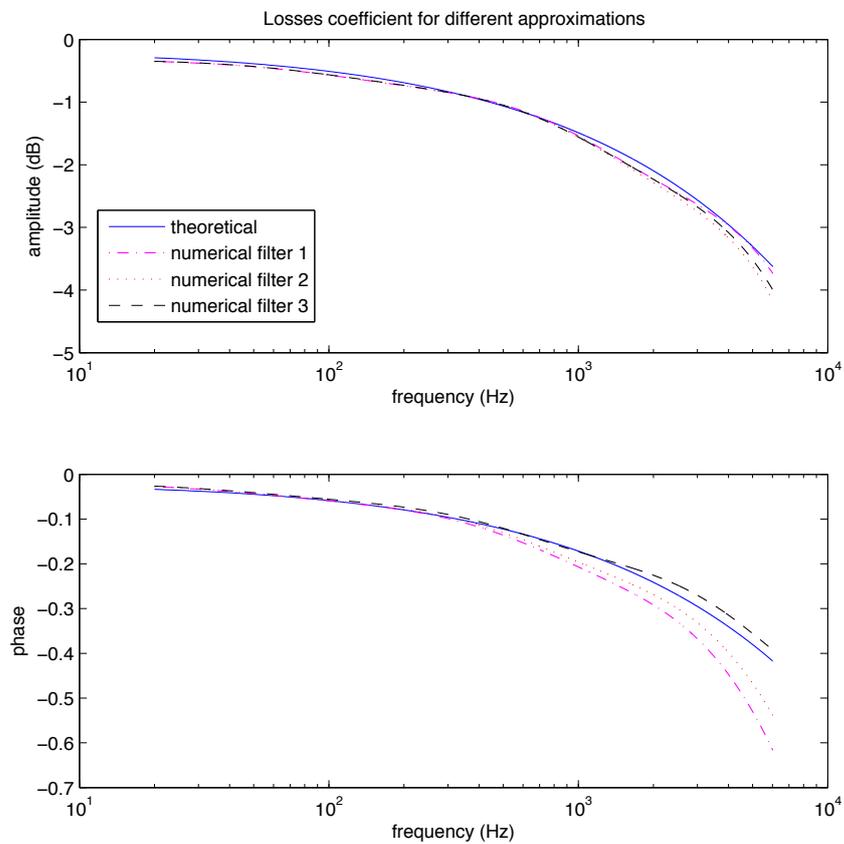


FIGURE 3.2 – Coefficient de pertes visco-thermiques théorique et filtres numériques correspondants

On constate que la méthode employée fournit de bons résultats (même pour un ordre faible), et que les comportements en phase et en amplitude sont plus ou moins précis selon l'approximation utilisée. Celle offrant le meilleur compromis semble être la troisième :

$$H_{losses}^3 = \frac{1 - \frac{\tilde{\beta}}{2} \frac{L}{r} \sqrt{i\omega}}{1 + \frac{\tilde{\beta}}{2} \frac{L}{r} \sqrt{i\omega}}$$

Ainsi, c'est celle-ci que nous implémentons en FAUST. Son caractère récursif n'est nullement un problème puisque FAUST dispose d'opérateurs de composition adaptés à ce type de filtres.

Enfin, nous avons effectué plusieurs simulations en faisant varier la géométrie afin de s'assurer que le filtre numérique fournit une réponse proche de sa version analogique dans différents cas. Nous présentons figure 3.3 des courbes montrant la qualité de l'approximation pour diverses valeurs de L_1 . Des tests similaires ont été faits en faisant varier r_1 ainsi que β et le résultat est le même, à savoir que le filtre numérique ainsi obtenu approche très bien le modèle théorique.

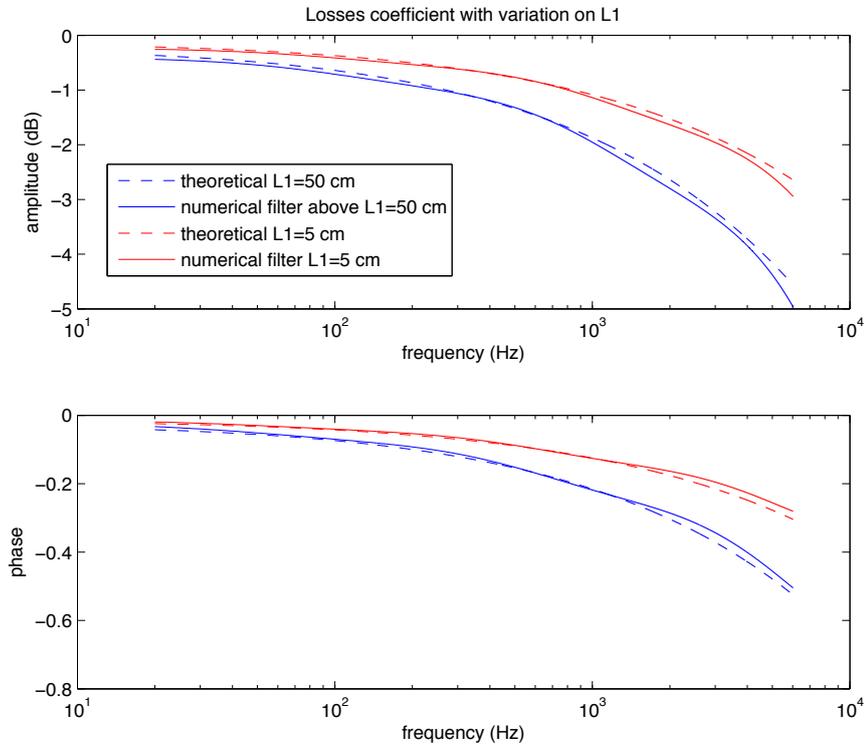


FIGURE 3.3 – Coefficient de pertes visco-thermiques théoriques et numériques pour différentes valeurs de L_1

3.4 Rayonnement

Le rayonnement est caractérisé par une impédance déterminée en 2.1.4. A partir de celle-ci, il est aisé d'obtenir une approximation numérique du filtre de réflexion associé. On commence par utiliser la relation :

$$\frac{Z}{Z_c} = \frac{P}{Z_c U} = \frac{P^+ + P^-}{P^+ - P^-}$$

Qui conduit à :

$$H_{rad} = \frac{\frac{Z}{Z_c} - 1}{\frac{Z}{Z_c} + 1}$$

Connaissant l'expression de l'impédance de rayonnement, nous pouvons donc écrire :

$$H_{rad} = \frac{\frac{1}{4}(ka)^2 + i\alpha_i ka - 1}{\frac{1}{4}(ka)^2 + i\alpha_i ka + 1}$$

Enfin, pour numériser ce filtre analogique, nous pouvons passer dans le domaine temporel et utiliser un schéma d'approximation de la dérivée (méthode décrite dans [Ver95] notamment). On obtient alors le filtre numérique d'ordre 3 :

$$H_{rad,num} = \frac{(1 + A - B) + (B - 2A)z^{-1} + Az^{-2}}{(A - B - 1) + (B - 2A)z^{-1} + Az^{-2}}$$

avec $A = \left(\frac{aF_s}{2c}\right)^2$ et $B = \frac{aF_s\alpha_i}{c}$

Un petit calcul des pôles du filtre nous apprend que la stabilité de celui-ci est assurée si la condition suivante est respectée :

$$a < \frac{c}{F_s(\sqrt{1 + \alpha_i^2} - \alpha_i)}$$

Pour une fréquence d'échantillonnage de 44100 Hz et une célérité des ondes sonores standard, on obtient donc un rayon limite de 14 mm .

La figure 3.4 montre le résultat de la numérisation pour plusieurs valeurs de α_i (d'autres comparaisons similaires ont été faites en faisant varier r_1 et montrent également une bonne validité du filtre numérique si on fait varier ce paramètre).

On constate une fois de plus de très bons résultats pour un ordre de filtre assez faible et une numérisation simple.

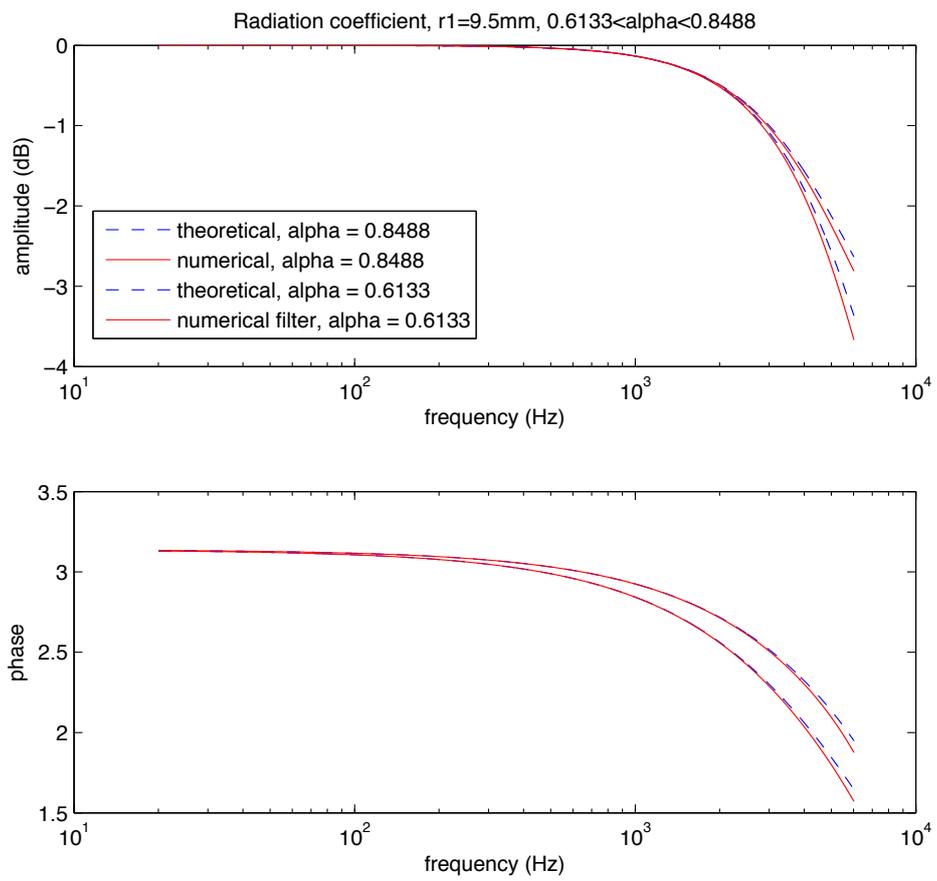


FIGURE 3.4 – Coefficients de rayonnement théoriques et numériques pour différentes valeurs de α_i

Chapitre 4

Synthèse temporelle avec FAUST

4.1 Validation du modèle de résonateur

4.1.1 Modèle complet

On peut à présent coder la totalité de notre modèle de résonateur en FAUST. On en donne une représentation schématique figure 4.1.

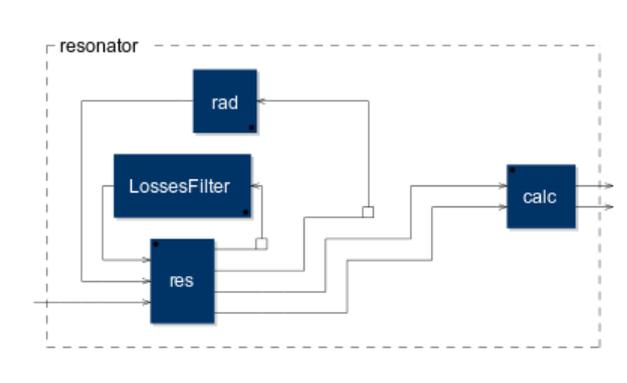


FIGURE 4.1 – Schéma complet du modèle de résonateur

`res` est un module qui inclue la propagation dans le résonateur, donc les lignes de retard ainsi que la jonction à deux ports. Par ailleurs, on voit que celui-ci est retro-alimenté via le filtre de pertes (`LossesFilter`) et celui de rayonnement (`rad`) et qu'il possède une entrée (information de débit acoustique). Enfin, un module `calc` convertit les informations sur les ondes aller et retour en pression totale et débit acoustique.

La figure 4.2 montre plus globalement le principe du schéma de synthèse : lignes de retard, jonction à deux ports et filtres.

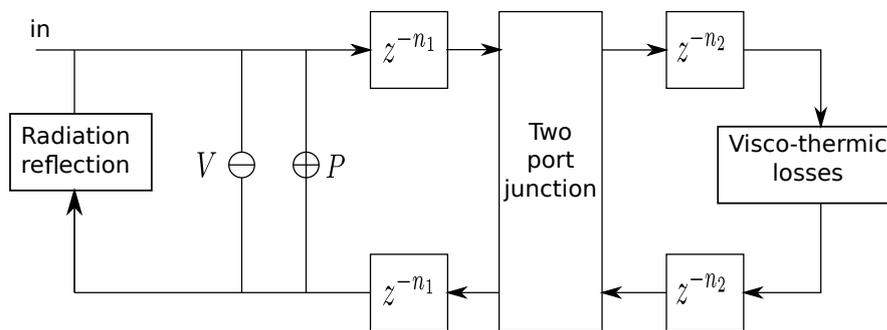


FIGURE 4.2 – Vue schématique du modèle de synthèse du résonateur

4.1.2 Admittance d'entrée du résonateur

Nous cherchons tout d'abord à comparer l'admittance d'entrée du résonateur théorique et de synthèse. Cette première étape essentielle nous informe sur la qualité globale de notre modèle de synthèse du résonateur : respect des pics de résonance et des intensités.

L'admittance d'entrée du résonateur est en fait l'inverse de l'impédance d'entrée, qui est la réponse en pression du résonateur à une impulsion de vitesse (à multiplication par l'impédance caractéristique près). On envoie donc un dirac de vitesse en entrée de notre modèle et on récupère les données via une interface FAUST-MATLAB. Après traitement du signal obtenu, on peut tracer l'admittance d'entrée ainsi synthétisée sur la figure 4.3.

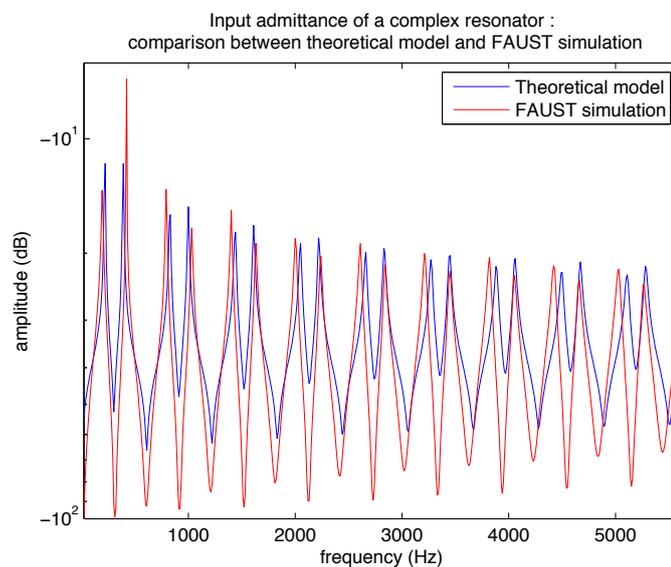


FIGURE 4.3 – Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur théorique et celle calculée par synthèse

On constate une très bonne reproduction du comportement de celle-ci par FAUST, avec un léger décalage prévisible aux hautes fréquences dû à la numérisation du modèle (qui induisait un déphasage légèrement différent du modèle théorique, croissant avec la fréquence).

4.1.3 Comparaison aux mesures expérimentale

À présent que nous savons que le programme de synthèse reproduit assez fidèlement le modèle théorique, nous pouvons comparer (cf. figure 4.4) l'admittance d'entrée de synthèse à celle obtenue expérimentalement sur le dispositif construit au LMA.

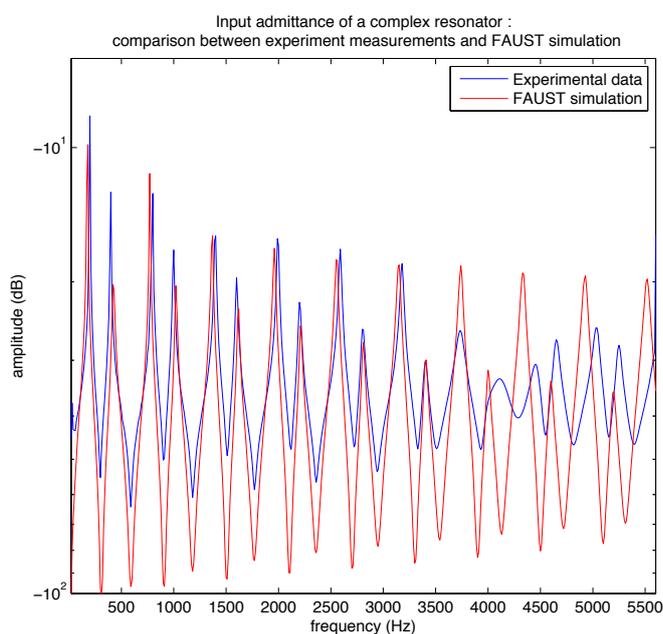


FIGURE 4.4 – Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse

On observe également une bonne approximation des données expérimentales par notre modèle de synthèse, au moins sur le cas idéalisé.

4.2 Optimisation du résonateur de synthèse

4.2.1 Minimisation de l'erreur

On peut considérer que les écarts constatés entre le modèle de synthèse et l'expérience est dû à certains décalages induits par la numérisation du modèle théorique. On peut donc envisager de faire varier certains paramètres (longueurs, rayons, coefficient de pertes visco-thermiques) afin d'obtenir un système de synthèse qui se rapproche au plus d'une expérience donnée. On met ainsi en avant

certaines marges d'erreurs à se donner afin de reproduire au mieux le comportement réel du résonateur.

On écrit donc un algorithme d'optimisation qui va ajuster les paramètres du modèle numérique de sorte à ce que l'impédance d'entrée de synthèse se rapproche au maximum d'une expérience donnée. C'est là tout l'intérêt d'avoir construit ce modèle de sorte à ce qu'il garde une dépendance en ces paramètres afin de pouvoir l'ajuster et de minimiser les temps de calcul.

Le premier algorithme écrit minimise l'erreur (au sens des moindres carrés) entre la courbe d'impédance expérimentale et la courbe de synthèse. Les paramètres variables sont la géométrie (L_1 , L_2 , r_1 et r_2) et le coefficient de pertes visco-thermiques β . On améliore ensuite l'algorithme en pondérant l'erreur par la fréquence afin d'ajuster le résultat plus spécifiquement à certaines bandes de fréquences. En l'occurrence, on s'intéresse en priorité à obtenir un bon résultat dans les basses fréquences sur les premiers partiels.

On peut également penser à un algorithme qui optimise non pas les distances entre amplitudes, mais la distance entre fréquences de résonance. Cela a l'avantage d'utiliser tous les paramètres du modèle, d'être plus rapide, et de pouvoir librement choisir quelles fréquences on souhaite ajuster.

Enfin, le dernier algorithme proposé est une sorte de mélange des deux premiers : on calcule l'erreur entre les courbes d'expérience et de synthèse, et on multiplie cette erreur par l'impédance expérimentale afin d'accorder plus d'importance à celle-ci autour des valeurs de résonance.

4.2.2 Test sur données de l'instrument LMA

Le résultat d'une telle optimisation opérée sur l'instrument du LMA est présenté figure 4.5

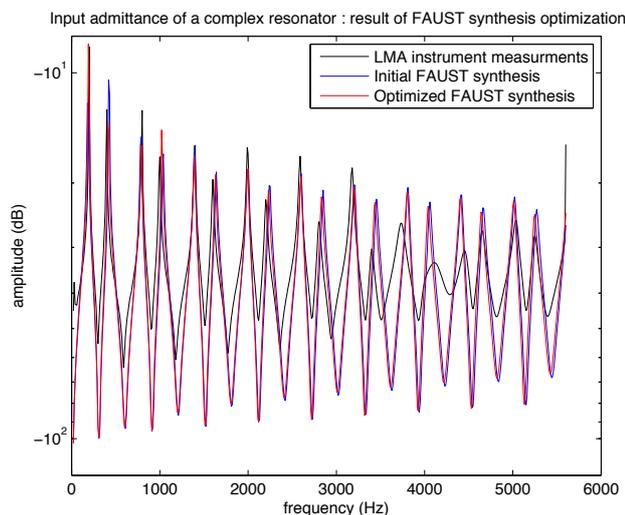


FIGURE 4.5 – Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse avant et après optimisation : Cas de l'instrument LMA

On constate en particulier un recalage précis des fréquences de résonance après optimisation, qui nous fournit un nouveau jeu de paramètres de résonateur dit "paramètres optimisés", listés tableau 4.1

	Paramètres initiaux	Paramètres optimisés
L_1 (cm)	28	28.09
L_2 (cm)	28	28.1
r_1 (mm)	9	8.9
r_2 (mm)	5	4.3
β (SI)	3.10^{-5}	$2.9.10^{-5}$

TABLE 4.1 – Paramètres physiques du résonateur correspondant à l'instrument construit au LMA avant et après optimisation du modèle de synthèse

L'algorithme d'optimisation semble donc fonctionner sur un cas simplifié de *flauta de chino*, et ajuster de façon précise les paramètres, au moins sur ce cas simple.

4.2.3 Tests sur pifilcas réelles

Nous appliquons à présent l'algorithme sur les mesures de *flautas de chino* réelles.

Input admittance of a complex resonator : result of FAUST synthesis optimization on segundera

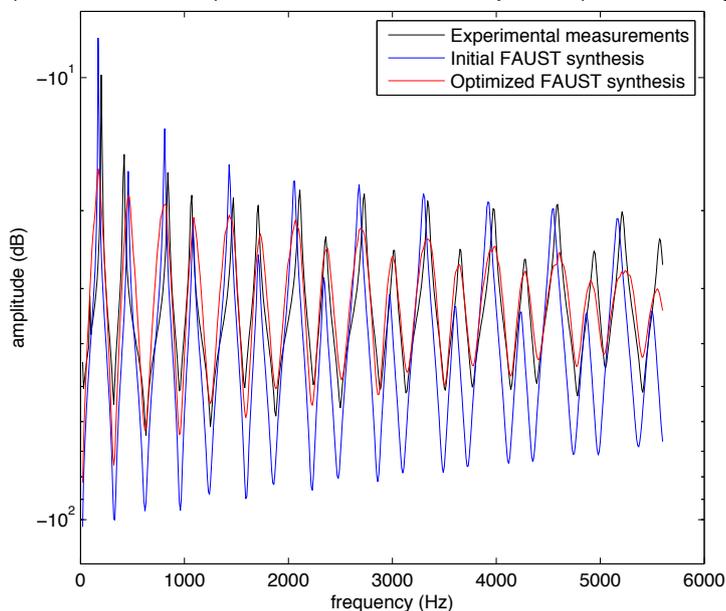


FIGURE 4.6 – Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse avant et après optimisation : Cas de la segundera

On constate que celui-ci fournit également de bons résultats sur ces mesures, même si l'erreur est légèrement plus importante du fait de l'imperfection des instruments relativement au modèle théorique. Sur la figure 4.6, on peut par exemple constater la qualité de l'algorithme sur la *segundera*. Les résultats sur les autres *flautas de chino* sont présentés en annexe B. Il est possible que l'erreur résiduelle soit due à des éléments de la géométrie absents du modèle, aussi on peut envisager, dans un temps ultérieur, d'affiner celui-ci.

Toutefois, notre objectif étant ici la synthèse sonore, nous avons à présent un outil puissant qui permette d'adapter en bonne approximation le jeu de paramètres de synthèse à un instrument réel donné.

4.2.4 Tests sur antaras à deux sections

Nous avons eu l'occasion de partir en Bolivie, au Musée Universitaire Charcas à Sucre dans lequel se trouve une antara avec un résonateur complexe à deux sections cylindriques. Le but du voyage était d'effectuer des mesures d'impédance d'entrée sur cet instrument afin de nous en servir comme point de repère pour notre modèle de synthèse. Par ailleurs, les mesures de la géométrie de celle-ci fournissent une bonne référence pour la comparaison de l'impédance mesurée avec celle donnée par le modèle acoustique, et nous permettent également d'initialiser efficacement notre algorithme d'optimisation. Nous ne pouvons cependant pas encore livrer les résultats puisque faute de temps, nous n'avons pas encore pu traiter les données.

4.2.5 Tests sur antaras à trois sections

Notre attention a également été portée sur un autre type d'antara qui possède en réalité trois sections cylindriques, que l'on retrouve également dans la civilisation Paraca (Pérou) car la synthèse sonore de cette flûte intéresse particulièrement les membres du projet Achalai.



FIGURE 4.7 – Une antara à trois sections de la civilisation Paraca (Lima - 2012)

Les mesures sur cet instrument ont été effectuées en 2012, nous disposons donc de l'impédance d'entrée de chacun des tubes ainsi que de sa géométrie, que l'on peut lire tableau 4.2.

	L_1	L_2	L_3	r_1	r_2	r_3
Tube 1	29	48	109	8	9.5	6.5
Tube 2	28	55	116	8	10	6.5
Tube 3	28	64	137	8	10	6.5
Tube 4	30	76	154	8.5	11	6.5

TABLE 4.2 – Géométrie (en mm) de la flûte antara Paraca (quatre tubes à trois sections)

Nous avons écrit un nouveau résonateur de synthèse pour celles-ci en ajoutant une jonction à deux ports et une ligne de retard pour la section supplémentaire. L’algorithme d’optimisation a lui aussi été adapté pour permettre une synthèse de qualité de ce nouveau type de résonateur, après un simple ajout des paramètres de contrôle (une longueur et un rayon).

4.3 Synthèse sonore

4.3.1 Retour sur le modèle de synthèse de flûte traversière

Pour pouvoir procéder à une synthèse sonore complète, il est nécessaire d’avoir un excitateur en plus du résonateur. Un modèle d’excitateur pour instruments de type flûtes traversières à déjà été développé par Patricio De La Cuadra en C++. Celui-ci a ensuite été migré vers FAUST avec le modèle complet de flûte traversière.

L’objectif était donc de s’approprier ce modèle d’excitateur et de le brancher sur le résonateur complexe que nous avons développé ici afin de faire sonner les flûtes à sections multiples. Cependant, le code FAUST en question ne fonctionnait pas, était instable et produisait des sons assez éloignés de ceux du code originel.

Une longue phase de débogage a donc été nécessaire afin d’obtenir un excitateur de synthèse fonctionnel. Cela a permis de raffiner également un peu le code originel, notamment au niveau des filtres de réceptivité et du calcul de l’impulsion initiale, mais également d’implémenter une version paramétrique des filtres de rayonnement et de pertes visco-thermiques comme développé plus tôt. Les courbes 4.8 et 4.9 montrent la flexibilité que l’on peut obtenir au niveau de ces deux filtres entre l’ancienne version (filtre à coefficients fixes) et la nouvelle (filtres à coefficients variables), tout en gardant le même comportement global.

Le modèle complet d’excitateur implémenté dans ce programme est décrit avec précision dans [DLC05], aussi nous avons fait le choix de nous concentrer d’avantage sur une implémentation exacte de ce modèle plutôt que sur un raffinement de celui-ci. Les résultats sur la flûte traversière sont d’ailleurs particulièrement probants par leur réalisme et leur adaptabilité.

4.3.2 Synthèse de *flauta de Chino*

Nous avons alors branché le nouveau résonateur (à deux sections) à l’excitateur afin de reproduire le fameux *sonido rajado* des *flauta de Chino*.

Les résultats sont assez satisfaisants. En effet, nous remarquons que la conséquence d’une synthèse par modèles physiques est que pour un jeu de paramètres

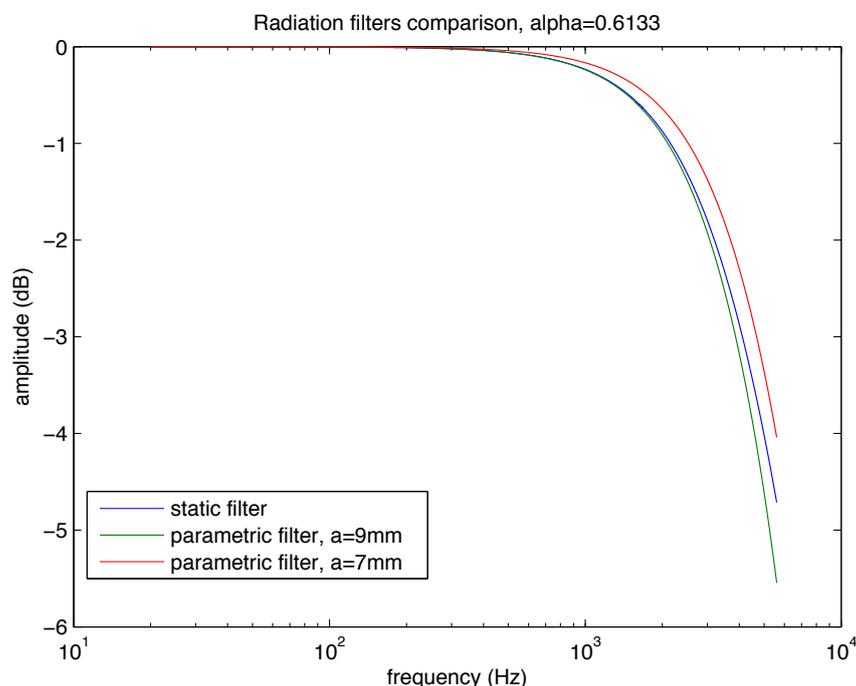


FIGURE 4.8 – Comparaison entre un filtre de rayonnement statique et un modèle paramétrique pour différentes valeurs du rayon

très précis, nous obtenons un son très réaliste. Cependant, en s'éloignant un peu trop des valeurs de référence, le son produit a tendance à devenir assez peu similaire à un son naturel et revêt une couleur très synthétique.

En choisissant des valeurs de paramètres excitateurs avec précaution, nous sommes donc arrivés à produire dans un premier temps un *sonido limpio* de catarra et de puntera. On pourra comparer les sons de synthèse avec les enregistrements présents sur le site [DLC].

Par ailleurs, en choisissant très précisément les paramètres, nous sommes également parvenus à produire le *sonido rajado*, marqué par une dissonance forte ainsi qu'un tremblement d'amplitude très caractéristique.

Les résultats ont été obtenues aussi bien en utilisant une compilation du code FAUST vers une architecture ALSA-GTK (cf. figure 4.10) indépendante que vers un patch MAX, qui permet une utilisation intuitive et adaptée aux compositeurs.

4.3.3 Synthèse de l'antara Paracas

Nous avons également produit un système de synthèse complet pour l'antara Paracas, c'est-à-dire avec un résonateur à trois sections. Une fois encore, le résultat est relativement réaliste même si on ne sait pas très bien comment produire un *sonido limpio* en raison de l'extrême précision requise pour ajuster les paramètres. Par ailleurs, étant donnée la structure différente du résonateur,

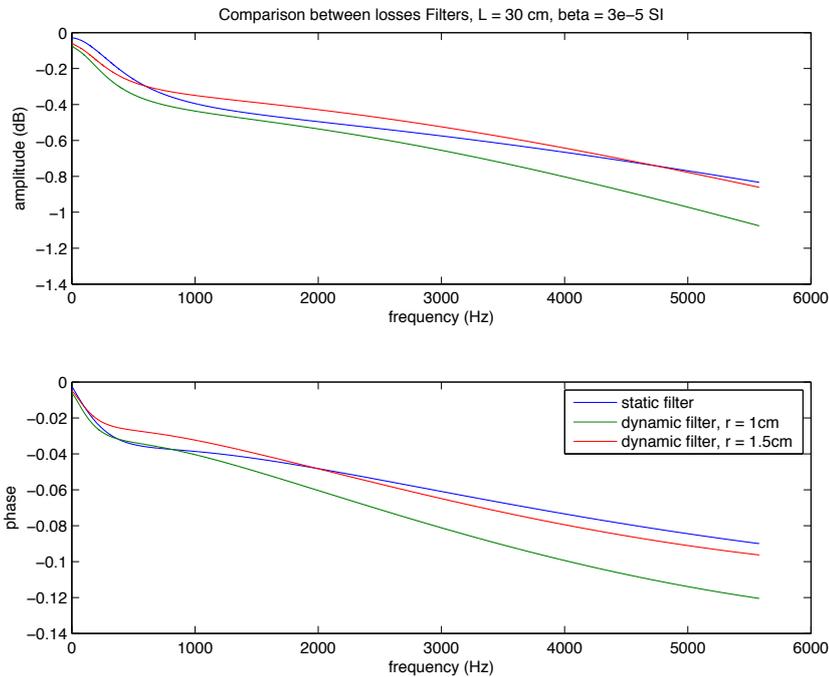


FIGURE 4.9 – Comparaison entre un filtre de pertes visco-thermiques statique et un modèle paramétrique pour différentes valeurs du rayon

une étude acoustique en terme de fréquences de résonance serait justifiée afin de savoir s'il est possible de produire ce type de sons.

Le patch MAX développé, montré figure 4.11, permet en particulier une utilisation ergonomique de ces sons de synthèse. Chacun des 4 tubes de l'instrument est représenté, et on peut pour chacun choisir un jeu pré-enregistré de paramètres afin de modéliser une attaque, une excitation particulière. Ces pré-sets sont bien sûr complètement éditables par l'utilisateur.

Enfin, n'ayant pas la connaissance exacte du type de son recherché par les instrumentistes Paracas sur cette flûte, il nous est difficile d'affirmer avoir trouvé comment synthétiser le son de cette antara. On peut toutefois produire un son doux et aérien ainsi qu'un son plus dissonant marqué par un léger tremblement d'amplitude : ces nouveaux sons s'ajoutent au pannel des sons archéologiques que nous pouvons reproduire avec plus ou moins de certitude, et offrent en tout cas un nouveau matériau de production musicale pleinement contrôlable.

4.3.4 Synthèse de l'antara Ayarachi

Le dernier instrument pour lequel nous avons mis au point un programme de synthèse est l'antara à 2 sections, ici une antara dite Ayarachi. Nous sommes allés en Bolivie pour effectuer des mesures de géométrie ainsi que d'impédance d'entrée de cette flûte, pour alimenter notre programme d'optimisation et donc

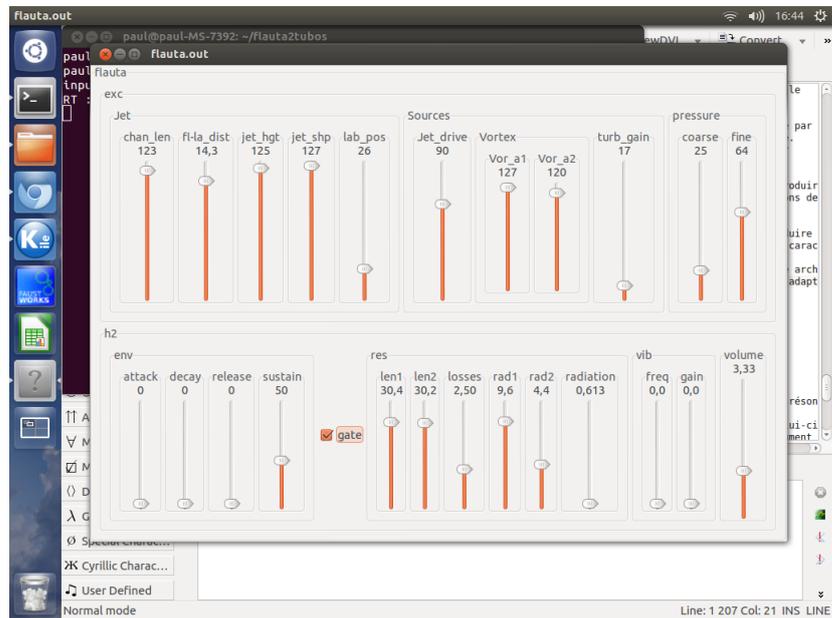


FIGURE 4.10 – Capture d’écran de l’interface graphique du programme de synthèse de *flauta de Chino*

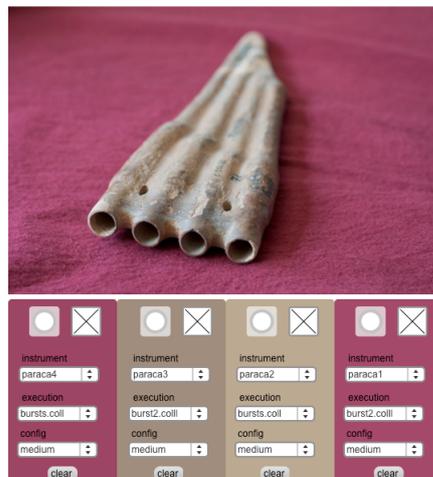


FIGURE 4.11 – Capture d’écran du patch MAX de synthèse d’antara Paracas

optimiser notre résonateur de synthèse sur chacun des tubes de cet instrument.

Là encore, un patch MAX a été développé sur le même principe que pour l’antara Paracas, en permettant une utilisation facilitée et graphique. Les sons produits sont fidèles à ce que nous avons pu produire par nous même et vont d’un *sonido limpio* très doux à un son presque *rajado* nettement plus dissonant.

Conclusion

Un modèle acoustique complet de résonateur de type complexe à été développé, et une étude fine des résonances de celui-ci a mis en lumière l'influence du dimensionnement géométrique sur le son déchiré. Après numérisation de ce modèle, nous avons mis au point un programme de synthèse pour ce résonateur. Celui-ci a été complété par un programme d'optimisation qui vise à adapter le modèle de synthèse à un instrument réel donné. Enfin, nous avons corrigé un précédent modèle d'excitateur afin d'aboutir à un programme de synthèse complet.

Celui-ci nécessite une certaine précision sur le choix des paramètres pour fournir des résultats réalistes. On peut grâce au programme développé reproduire de façon réaliste une grande variété de sonorités, des plus aériennes pour les flûtes archéologiques jusqu'au fameux son *rajado* caractéristique de ces structures complexes. Le développement de patch MAX et PureData permet par ailleurs une utilisation facilitée de ces programmes par les musiciens.

Le projet Achalai a d'ailleurs pour but la composition de pièces musicales et l'utilisation en concert de ces sons archéologiques retrouvés, et un compositeur à d'ores et déjà commencé à travailler avec ces outils.

Des raffinements ultérieurs pourraient cependant être apportés au modèle acoustique (conduits cylindriques, couplage excitation/résonateur...) afin de perfectionner à fortiori la synthèse et d'améliorer notre compréhension des phénomènes tels que le *ganseo*. Enfin, il n'est pas impensable d'adapter ce modèle à d'autres types d'instruments archéologiques, comme des flûtes globulaires que l'on trouve au Chili et qui présente une structure interne proche d'un résonateur complexe, bien que courbée.

L'adaptabilité d'un tel modèle de résonateur laisse donc à penser qu'il pourrait servir de base solide pour la synthèse de nombreux instruments, qu'ils soient archéologiques, ou pourquoi pas plus modernes.

Annexe A

Méthode d'approximation de la dérivée fractionnaire

Afin de pouvoir construire un filtre numérique reproduisant les effets dus aux pertes visco-thermiques, il est nécessaire d'approximer le terme $\sqrt{i\omega}$ par une série rationnelle comportant uniquement des termes qui soient des puissances entières de $i\omega$. L'idée développée dans [Mat94] est en fait assez intuitive si on considère le problème d'un point de vue géométrique.

On considère la fonction D qui a ω associe $\sqrt{\omega}$. Il est alors clair que la représentation graphique de D est, dans un plan log-log, une droite de pente $1/2$. L'idée est alors de chercher à approcher cette droite par des tronçons de droites de pentes entières : ici, on retiendra des droites de pentes 0 et 1 car ce sont les plus proches de $1/2$ (et elle correspondent donc aux puissances 0 et 1 de $\sqrt{\omega}$). Il faut donc découper l'axe des fréquences pour construire ces portions de droites.

Plus on choisit de portions de droites, plus l'ordre du filtre sera élevé, on jongle donc toujours entre précision de l'approximation et temps de calcul. En travaillant sur la bande de pulsations $[\omega_B; \omega_H]$, on pose le paramètre $\alpha = (\frac{\omega_B}{\omega_H})^{\frac{1}{2N+1}}$, $p = 2N + 1$ l'ordre de l'approximation, et on construit récursivement les pôles et les zéros du filtre comme suit :

$$\frac{\omega_k}{\omega'_k} = \frac{\omega'_{k+1}}{\omega_k} = \frac{1}{2}$$

et

$$\omega_0 = (\alpha \sqrt{\omega_B \omega_H})^{\frac{1}{2}}$$

On obtient alors l'expression de l'approximation :

$$\sqrt{i\omega} \approx \frac{1}{\alpha^{p/2}} \prod_{k=1}^p \frac{1 + \frac{i\omega}{\omega'_k}}{1 + \frac{i\omega}{\omega_k}}$$

Ces formules sont directement issues du découpage de l'axe des fréquences dans le domaine logarithmique.

On a donc ici une méthode simple, efficace et donnant des résultats très satisfaisants même pour un ordre de filtre peu élevé. Cette technique peut bien

sûr s'appliquer à n'importe quelle dérivée fractionnaire, la puissance 1/2 présentant l'avantage d'offrir un certain nombre de simplifications dans le calcul des coefficients.

On fournit sur la figure A.1 le résultat d'une telle approximation de $\sqrt{i\omega}$.

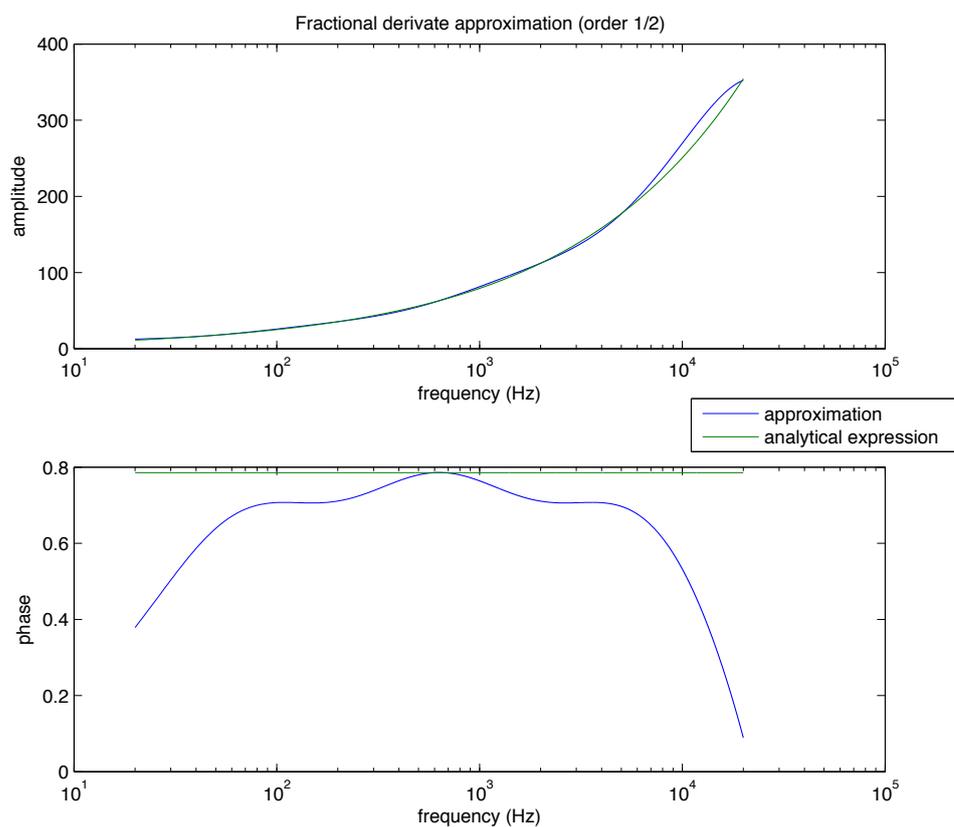


FIGURE A.1 – Comparaison entre $\sqrt{i\omega}$ et son approximation par des puissances entières de $i\omega$

Annexe B

Résultats de l'optimisation de résonateurs sur pifilcas

Nous donnons ici le résultat des optimisations de résonateurs de pifilcas de synthèse.

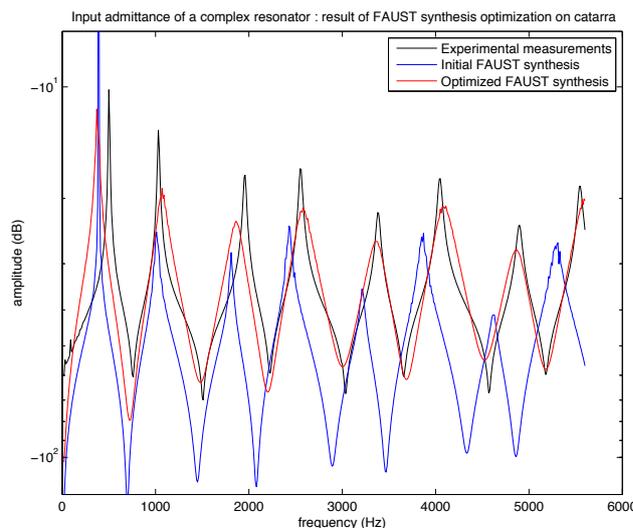


FIGURE B.1 – Comparaison entre l'admittance d'entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse avant et après optimisation : Cas de la catarra

On donne également tableau B.1 les valeurs des paramètres obtenus avant et après optimisation. Les écarts de géométrie peuvent s'expliquer par des imperfections du modèle et des mesures, et l'écart du paramètre de pertes peut se voir comme l'influence de la porosité des matériaux, sujet par ailleurs étudié dans [BDLCF⁺10].

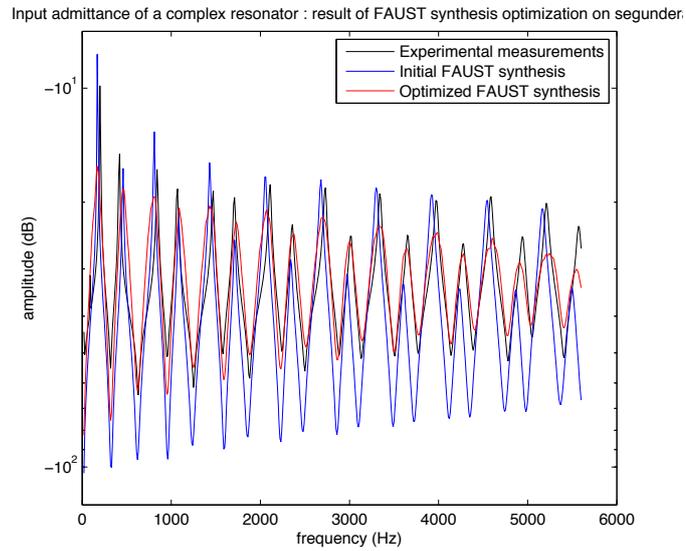


FIGURE B.2 – Comparaison entre l’admittance d’entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse avant et après optimisation : Cas de la segundera

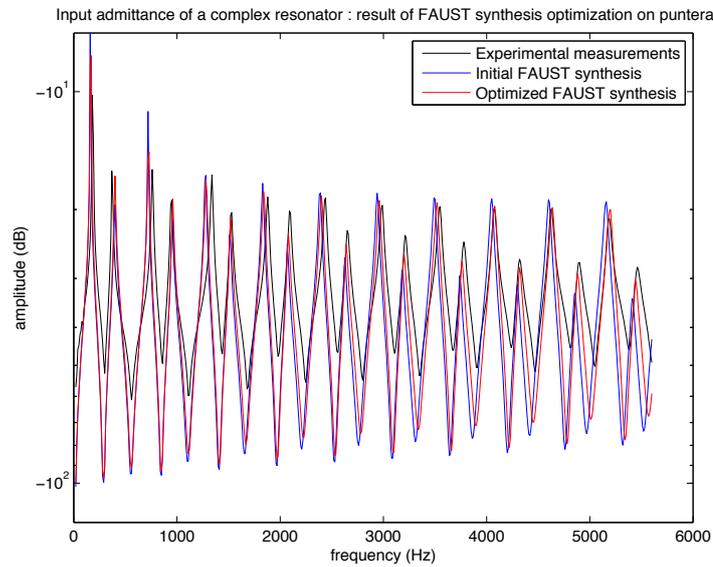


FIGURE B.3 – Comparaison entre l’admittance d’entrée du résonateur obtenue expérimentalement et celle calculée par synthèse avant et après optimisation : Cas de la puntera

	Catarra	Segundera	Puntera
L_1 (cm)	10.64	28.0.	30.35
L_2 (cm)	11.58	25.40	30.18
r_1 (mm)	9.4	10	9.6
r_2 (mm)	4	7.2	4.4
β (SI)	$6.7 \cdot 10^{-5}$	$1.9 \cdot 10^{-5}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$

TABLE B.1 – Paramètres physiques du résonateur de synthèse correspondant aux pifilcas réelles après optimisation

Bibliographie

- [BDLCF⁺10] Francis Blanc, Patricio De La Cuadra, Benoit Fabre, Gabriel Castillo, and Christophe Vergez. Acoustics of the *Flautas de Chinos*. *Proceedings of 20th International Symposium on Music Acoustics, Sydney and Katoomba, Australia*, aug 2010.
- [CK08] Antoine Chaigne and Jean Kergomard. *Acoustique des instruments de musique*. Belin, 2008.
- [DLC] Patricio De La Cuadra. Mesures d'impédances d'entrées d'instruments à résonateur complexe. <https://ccrma.stanford.edu/~pdelac/Antaras/html/>.
- [DLC05] Patricio De La Cuadra. *The sound of oscillating air jets : Physics, modeling and simulation in flute-like instruments*. PhD thesis, Stanford University, dec 2005.
- [KFCS99] Lawrence E. Kinsler, Austin R. Frey, Alan B. Coppens, and James V. Sanders. *Fundamentals of Acoustics*. John Wiley & Sons, Inc., dec 1999.
- [LVKL96] Timo I. Laakso, Vesa Välimäki, Matti Karjalainen, and Unto K. Laine. Splitting the unit delay. *IEEE Signal Processing Magazine*, jan 1996.
- [Mat94] Denis Matignon. *Représentations en variables d'état de modèles de guides d'ondes avec dérivation fractionnaire*. PhD thesis, Université Paris XI Orsay, nov 1994.
- [Mer05] Claudio Mercado. Con mi flauta hasta la tumba. *Boletín del Museo Chileno de Arte Precolombino*, 2005.
- [PdA98] José Pérez de Arce. Sonido Rajado : the sacred sound of chilean Pifilca flutes. *The Galpin Society Journal*, pages 17–50, jul 1998.
- [PdA00] José Pérez de Arce. Sonido rajado, historical approach. *The Galpin Society Journal*, pages 233–251, 2000.
- [ref] Site du projet achalai. achalai.redclara.net/
- [Ver95] Marc-Pierre Verge. *Aeroacoustics of confined jets, with applications to the physical modeling of recorder-like instruments*. PhD thesis, Technische Universiteit Eindhoven, oct 1995.
- [WC98] H. A. K. Wright and Murray Campbell. Analysis of the sound of chilean Pifilca flutes. *The Galpin Society Journal*, 1998.