



Synthèse binaurale en champ proche : étude théorique et expérimentale

Hélène BAHU

Rapport de stage M2 ATIAM
Encadrant de stage : Olivier Warusfel

Le 31 juillet 2013
helene.bahu@ircam.fr

IRCAM – CNRS UMR 9912 STMS
Espaces Acoustiques et Cognitifs
1 place Igor-Stravinsky
75004 PARIS France
<http://www.ircam.fr>

Résumé

Les HRTFs (Head Relative Transfer Functions) caractérisent la fonction de transfert acoustique entre une source sonore et les tympans d'un individu. Elles dépendent de la position de la source et de la morphologie de l'individu. Elles sont mesurées sur une grille discrète de directions autour de la tête et généralement à une distance donnée.

Une méthode efficace pour représenter les HRTFs est la décomposition en harmoniques sphériques. Elle offre une solution efficace au problème d'interpolation angulaire entre les points de mesures. La précision de la représentation dépend du nombre et de la distribution des points répartis sur la surface d'une sphère. Cette étude se penche la comparaison de différentes grilles d'échantillonnage sphérique à partir de critères liés à la décomposition du champ sonore en harmoniques sphériques et aux contraintes pratiques.

D'importants changements ont été constatés dans le comportement des HRTFs pour des sources situées à moins d'un mètre (champ proche), qui ne peuvent être modélisés par un simple gain. Ce travail tente de déterminer s'il est possible d'obtenir des HRTFs à différentes distances à partir de mesures à une distance donnée. La représentation de la dépendance spatiale des HRTFs dans le domaine des harmoniques sphériques permet alors de considérer le problème d'extrapolation à différentes distances comme un simple problème de rayonnement acoustique. Une étude théorique et expérimentale des HRTFs sur un modèle de tête sphérique permettra de mettre en évidence les caractéristiques des HRTFs en champ proche et de tester le modèle d'extrapolation par propagation radiale.

Abstract

Head Relative Transfer Functions (HRTF) represent the acoustic transfer path in the free field between a sound source and the ears of a listener. They depend on the source position and morphology of the listener. They are measured on a discrete grid around the listener's head and generally at a single distance.

An efficient method to represent HRTFs is spherical harmonics decomposition. It offers a good solution for the angular interpolation between measurement points. The representation accuracy depends on the number and the distribution of the sampling points on the surface of the measurement sphere. This study summarizes fundamental discretization schemes on the sphere, and compares them with respect to representation accuracy (e.g., numerical stability) and their applicability to practical HRTF measurements.

For sources in the proximity of the head (i.e. with less than 1m distance) the interaural level and time differences do not only depend on the direction of arrival but also on the distance. The spherical wave spectral representation of HRTFs allows to interpret the range extrapolation problem as an acoustic radiation problem. Thus starting from measurements on a single radius HRTFs can be calculated for any position in space. In this work we present theoretical and experimental studies of HRTF range extrapolation applied to a simple sphere model.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Représentation du champ sonore dans le domaine des harmoniques sphériques	3
2.1	Le problème continu	3
2.2	Le problème discret	4
2.2.1	Echantillonnage spatial et pondération	4
2.2.2	Repliement spatial	4
2.2.3	Inversion de la matrice et régularisation de Tikhonov	5
2.2.4	Problème d'orthonormalité	6
3	Grilles d'échantillonnage sphérique	7
3.1	Présentation des grilles et critères d'évaluation	7
3.2	Etude des différentes grilles	8
3.2.1	Conditionnement et erreur d'orthonormalité	8
3.2.2	Etude de la grille de Fliege	12
3.3	Comparaison entre les différentes grilles d'échantillonnage	13
3.4	Etude d'une grille particulière	14
3.5	Le problème du "vide polaire"	15
4	Comportement du modèle théorique	17
4.1	Recomposition et extrapolation	17
4.2	Simulations	18
4.2.1	Théorie de la diffraction	18
4.2.2	Paramètres des simulations	19
4.2.3	Effet de la distance	19
4.2.4	Effet de l'ordre maximal de la décomposition	21
4.2.5	Extrapolation et <i>hard limiting</i>	23
5	Mesures d'HRTFs en champ proche sur un modèle de tête sphérique	26
5.1	Dispositif	26
5.1.1	Source	26
5.1.2	Montage	29
5.1.3	Signal d'excitation	32
5.2	Post-traitement des données	33
5.2.1	Déconvolution	33
5.2.2	Egalisation	35
5.2.3	Application de la symétrie sphérique	36
6	Comparaison entre les mesures et le modèle analytique	38

7	Extrapolation à partir des mesures	40
8	Conclusion	42
A	Photos du dispositif expérimental	44
B	Résultats expérimentaux	45

1 Introduction

Dans les dispositifs de réalité virtuelle (RV), l'illusion du réel repose sur la restitution fine et cohérente de plusieurs modalités sensorielles. Ces dernières années, l'accent a été mis en particulier sur le rendu visuel tridimensionnel créé par images de synthèse. Pour reproduire les sensations auditives, le dispositif de RV requiert l'intégration d'un système de diffusion sonore spatialisée, sur réseau de haut-parleurs ou casque d'écoute, permettant de simuler des sources sonores dans tout l'espace virtuel. La technologie binaurale, technique de spatialisation sonore sur casque d'écoute, apparaît alors comme l'outil privilégié, simple et peu coûteux, pour intégrer le rendu sonore tridimensionnel dans les dispositifs de réalité virtuelle.

La technique binaurale est basée sur la captation et la reproduction exacte de l'ensemble des indices acoustiques nécessaires à la localisation sonore. En effet, elle permet la restitution non seulement des différences de temps (Interaural Time Differences, ITD) et d'intensité (Interaural Level Differences, ILD) qui permettent de restituer la sensation de latéralisation mais également des phénomènes spectraux qui fournissent des informations sur l'élévation et la distance de la source. Elle consiste à caractériser la fonction de directivité de la tête sous forme de filtres appelés HRTFs (Head Related Transfer Functions), obtenus en enregistrant à l'entrée du canal auditif les transformations acoustiques subies par le champ sonore créé par une source placée à différentes positions autour de la tête de l'individu. Ces filtres dépendent donc de la position de la source et de la morphologie de l'auditeur. La technique binaurale permet ainsi de spatialiser une source sonore en un point de l'espace avec seulement deux filtres linéaires relatifs à chacune des oreilles.

L'acquisition d'HRTFs suppose de discrétiser l'espace en un nombre fini et limité de directions spatiales. Il est donc nécessaire d'interpoler entre les différents points de mesure pour assurer la continuité et limiter les artefacts lors de la transition entre les filtres successifs utilisés lors du filtrage dynamique de la source sonore par les couples d'HRTFs (pour la simulation de sources mobiles par exemple). Deux types de techniques permettent de réaliser l'interpolation angulaire. La plus courante est l'interpolation locale, réalisée en séparant l'amplitude et la phase, qui vise à déterminer les HRTFs d'une direction cible à partir des HRTFs aux directions voisines, par moyenne pondérée [1]. Une autre méthode, l'interpolation globale, utilisée ici, consiste à décomposer la fonction de directivité de la tête sur la base des harmoniques sphériques. L'ordre de décomposition choisi permet alors d'effectuer un lissage de cette fonction et de prédire ensuite les HRTFs en toute direction de l'espace. Le nombre de points de mesures et la distribution des points d'échantillonnage sphérique déterminent l'ordre maximal de l'encodage et donc la précision de la reconstruction du champ sonore. En effet, la discrétisation du champ sonore sur la sphère soulève de nombreuses problématiques liées à l'encodage des HRTFs sur la base des harmoniques sphériques : en limitant l'ordre elle cause du repliement spatial, elle introduit une erreur d'orthonormalité des fonctions sphériques, et pose un problème d'inversion de matrice. La distribution des points de mesures est alors une question importante qui mérite une étude approfondie des grilles d'échantillonnage sphérique.

De plus, des contraintes pratiques empêchent l'obtention des mesures pour certaines directions, ce qui engendre une grille incomplète de mesures et complique la décomposition du champ sonore en harmoniques sphériques. Nous présenterons les différentes approches qui permettent de répondre à ce problème du "vide polaire".

La procédure de mesure étant longue, les mesures ne sont généralement réalisées que pour une seule distance et en champ lointain (à plus d'un mètre du centre de la tête). Pour simuler l'effet de la distance, une première approximation consiste à appliquer une simple fonction d'atténuation éventuellement couplée à un effet de réverbération. Cependant, cette approximation s'avère insuffisante pour certaines applications de réalité virtuelle, notamment lorsqu'il s'agit de reproduire des événements sonores dans la région proximale du sujet (c'est-à-dire à moins d'un mètre du centre de la tête, appelé aussi champ proche), comme étudié dans [2]. Serait-il alors possible d'obtenir des HRTFs à différentes distances à partir de mesures effectuées à une distance donnée ?

Plusieurs méthodes de synthèse de la distance ont déjà été mises au point. L'approche géométrique propo-

sée par Romblom et Cook [3] consiste à déterminer l'angle de la source située en champ proche séparément pour chaque oreille et à sélectionner l'HRTF correspondante, chacune ayant été mesurée en champ lointain. Une autre approche proposée par Duda [4] se base sur l'utilisation d'un filtre générique de compensation prenant en compte les effets de diffraction spécifiques au champ proche. Par ailleurs, des études menées à l'IRCAM, notamment dans le cadre de la thèse de K.-V. Nguyen [2], ont abouti à une méthode d'extrapolation basée sur l'expression radiale de la solution de l'équation d'onde à l'aide des fonctions de Hankel. Contrairement aux approches de Romblom ou Duda, cette approche sphérique a l'ambition de fournir une extrapolation d'HRTFs individualisées.

Cette technique a été évaluée par comparaison avec des mesures réelles effectuées à différentes distances [5] en utilisant une méthode inverse sur tête artificielle, qui consiste à mettre les haut-parleurs dans les canaux auditifs et à enregistrer avec plusieurs microphones placés à différentes distances. La méthode d'extrapolation s'est avérée plus fiable dans le cas de l'extrapolation vers l'extérieur (de champ proche à champ lointain) et a donc soulevé l'intérêt de réaliser des mesures en champ proche. Cela dit, la méthode de mesure proposée ici reste limitée car l'utilisation de haut-parleurs miniaturisés est contraignante et il serait de toute façon trop dangereux de placer des haut-parleurs à l'intérieur de canaux auditifs humains.

Nous souhaitons donc continuer cette étude en développant une méthode de mesure en champ proche plus réaliste, directe et non inverse. Pour cela, nous nous inspirerons du dispositif de mesure en champ proche proposé par Brungart et Rabinowitz [6], qui consiste à placer des microphones dans les canaux auditifs et à utiliser une source ponctuelle dans la région proximale du sujet.

Nous mènerons tout d'abord une étude théorique, à l'aide de simulations sous Matlab, sur le comportement des HRTFs en champ proche d'un modèle analytique de tête sphérique. A partir de ces simulations, il sera intéressant d'étudier le problème lié à l'extrapolation vers l'intérieur et de proposer une méthode permettant de limiter l'amplification du rapport des fonctions de Hankel pour $kr \ll 1$. Puis, nous réaliserons des mesures d'HRTFs en champ proche que nous confronterons au modèle théorique. A partir des mesures et des simulations, nous pourrions tester la méthode d'extrapolation basé sur le modèle de propagation radiale [5].

2 Représentation du champ sonore dans le domaine des harmoniques sphériques

La représentation de la dépendance spatiale des HRTFs dans le domaine des harmoniques sphériques offre une solution efficace au problème d'interpolation angulaire et d'extrapolation radiale.

2.1 Le problème continu

La résolution de l'équation d'Helmholtz des ondes en coordonnées sphériques (définies dans la figure 1) est donnée par la séparation de l'équation aux variables angulaires (θ, ϕ) et de l'équation radiale (r) . Les fonctions angulaires sont combinées en une seule fonction appelée harmonique sphérique $Y_n^m(\theta, \phi)$, où n est l'ordre et m le degré. Elle est définie, selon la normalisation usuelle[7], comme :

$$Y_n^m(\theta, \phi) = (-1)^m \sqrt{\frac{(2n+1)(n-m)!}{4\pi(n+m)!}} P_n^m(\cos \theta) e^{im\phi} \quad (1)$$

où P_n^m sont les fonctions de Legendre associées.

Les harmoniques sphériques sont orthonormales, au sens du produit scalaire sur S^2 , c'est-à-dire :

$$\int_{\Omega \in S^2} Y_n^m(\theta, \phi) Y_{n'}^{m'}(\theta, \phi)^* d\Omega = \delta_{nn'} \delta_{mm'} \quad (2)$$

où $\delta_{nn'}$ est le symbole de Kronecker, égal à 1 si $n = n'$ et 0 sinon. L'intégrale $\int_{\Omega \in S^2} d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \sin \theta d\theta d\phi$ couvre la sphère entière, où Ω désigne la position (θ, ϕ) .

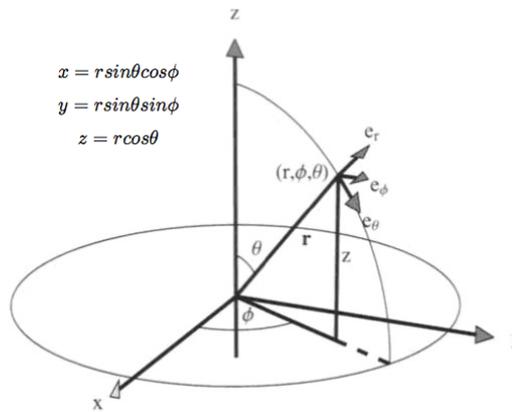


FIGURE 1 – Définition des coordonnées sphériques par rapport aux coordonnées cartésiennes. ϕ est défini dans le plan (x, y) à partir de l'axe x (azimut) et θ dans le plan (y, z) à partir de l'axe z .

Figure issue du chapitre 6 d'E. G. Williams[7].

Le champ de pression $p(r, \theta, \phi)$ sur une sphère de rayon $r = r_0$ peut être décomposé sur la base orthonormale des harmoniques sphériques [5] :

$$p(r_0, \theta, \phi, k) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n a_{nm}(k, r_0) Y_n^m(\theta, \phi) \quad (3)$$

où

$$k = \frac{2\pi f}{c} \quad (4)$$

est le nombre d'onde et c la vitesse du son.

$a_{nm}(k, r_0)$ sont les coefficients des harmoniques sphériques définis ainsi :

$$a_{nm}(k, r_0) = b_{nm}(k)h_n(kr_0) \quad (5)$$

avec h_n la fonction de Hankel sphérique de première espèce¹ et $b_{nm}(k)$ les coefficients d'expansion sphérique. Ils sont obtenus par transformée de Fourier spatiale :

$$a_{nm}(k, r_0) = \int_{\Omega \in S^2} p(r_0, \theta, \phi, k) Y_n^m(\theta, \phi)^* d\Omega \quad (6)$$

2.2 Le problème discret

2.2.1 Echantillonnage spatial et pondération

En pratique, le champ de pression mesuré sur une sphère est réduit à un nombre fini L de points (θ_l, ϕ_l) . L'échantillonnage spatial limite l'ordre des harmoniques sphériques représentables à un ordre fini, de la même façon que l'échantillonnage temporel limite la fréquence maximale représentable. Cela implique que le spectre spatial a_{nm} est tronqué à un ordre maximal N . De plus, l'échantillonnage régulier de la sphère n'étant pas possible, il convient de pondérer chaque point d'échantillonnage par un facteur w_l qui dépend du type de pondération. Par exemple, l'approche de Voronoi consiste à pondérer les points par la portion d'angle solide délimitée par la surface sphérique entourant le point [8]. Certaines grilles d'échantillonnage possèdent leur propre type de pondération.

Ainsi, l'échantillonnage de la sphère consiste à approximer l'intégrale suivante :

$$a_{nm} = \int_{\Omega \in S^2} p(\theta, \phi) Y_n^m(\theta, \phi)^* d\Omega \approx \sum_l w_l p(\theta_l, \phi_l) Y_n^m(\theta_l, \phi_l)^* \quad (7)$$

2.2.2 Repliement spatial

La discrétisation de la surface de la sphère engendre donc la limitation de l'ordre de la décomposition du champ sonore à l'ordre N . Cet ordre fini a pour effet de limiter la fréquence à :

$$kr \leq N \quad (8)$$

à cause de l'aliasing spatial [9].

Cette condition garantit que l'erreur, due à la troncature des ordres supérieurs à N , est inférieure à un seuil donné pour les fréquences en dessous de la fréquence de coupure :

$$f_c = \frac{Nc}{2\pi r} \quad (9)$$

Cela dit, elle ne garantit pas que l'erreur est nulle, comme on le verra dans la section 10.

1. On se place dans le cas du problème extérieur, c.f chapitre 6.7 d'E. G. Williams[7]

2.2.3 Inversion de la matrice et régularisation de Tikhonov

La décomposition du champ de pression en harmoniques sphériques peut s'exprimer comme le produit matriciel suivant :

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}\mathbf{Y} \quad (10)$$

où \mathbf{p} contient les valeurs discrètes de pression sur les points de la surface sphérique, \mathbf{A} les coefficients des harmoniques sphériques a_{nm} et \mathbf{Y} la base des harmoniques sphériques discrètes (selon la nomenclature donnée dans l'article [10]).

Le problème consiste donc à résoudre ce système d'équation linéaire dans lequel on cherche à minimiser $\|\mathbf{A}\mathbf{Y} - \mathbf{p}\|^2$ où $\|\cdot\|$ est la norme euclidienne. Dans l'approche des moindres carrés, la meilleure approximation linéaire de la solution est donnée par la pseudo-inverse [8] :

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Y}^H \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^H \mathbf{p} \quad (11)$$

En prenant en compte les pondérations associées à chaque point w_l contenus dans la matrice de pondération diagonale \mathbf{W} , on obtient :

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Y}^H \mathbf{W} \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^H \mathbf{W} \mathbf{p} = \mathbf{P}_{roj} \mathbf{p} \quad (12)$$

où $\mathbf{P}_{roj} = (\mathbf{Y}^H \mathbf{W} \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}^H \mathbf{W}$ est la matrice de projection et \mathbf{Y}^H , la transposée hermitienne² de la matrice \mathbf{Y} .

La pseudo-inverse peut s'obtenir à partir de la décomposition en valeurs singulières de la matrice à inverser :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^H \quad (13)$$

où la matrice \mathbf{S} est diagonale et contient les valeurs singulières, \mathbf{U} et \mathbf{V} sont les vecteurs propres, tous deux orthogonaux³. La pseudo-inverse de cette même matrice est donc :

$$\mathbf{Y}^{-1} = \mathbf{V} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{U}^H \quad (14)$$

Pour évaluer si l'inversion de la matrice est stable ou sensible à l'inversion[10] on utilise le critère de conditionnement, rapport entre les valeurs singulières maximales et minimales, que l'on cherche à minimiser.

Le conditionnement de la matrice d'inversion dépend du nombre maximal auquel sont tronquées les harmoniques sphériques et du nombre de points sur la sphère. Dans le cas où celle-ci est incomplète, alors le conditionnement a tendance à atteindre des valeurs élevées. Or, dans le cas de mesures d'HRTFs sur des individus, l'acquisition de mesures au pôle "sud" de la sphère (en-dessous de la tête) est difficilement réalisable ce qui engendre un manque de données inévitable sur la partie inférieure de la sphère ("vide polaire"). Il sera alors nécessaire d'appliquer une régularisation à l'étape d'inversion pour permettre à la solution d'être moins sensible au manque de données ou aux perturbations présentes dans les données. On pourra par exemple utiliser la régularisation de Tikhonov. Elle consiste à ajouter un coefficient λ à certaines valeurs singulières de \mathbf{S} de sorte à ce qu'elles ne soient pas trop faibles. La méthode des moindres carrés devient alors :

$$\mathbf{A} = (\mathbf{Y}^H \mathbf{W} \mathbf{Y} + \lambda \mathbf{R})^{-1} \mathbf{Y}^H \mathbf{W} \mathbf{p} \quad (15)$$

où λ est le coefficient de la régularisation et \mathbf{R} est la matrice de régularisation de Tikhonov donnée dans [5] :

$$\mathbf{R} = (1 + n(n + 1)) \mathbf{I} \quad (16)$$

où n est l'ordre de l'harmonique sphérique et \mathbf{I} la matrice identité.

Cette méthode de régularisation permet donc de gagner en stabilité. Cependant, elle engendre un lissage des hautes fréquences spatiales et donc une perte de précision dans la reconstruction du champ sonore.

2. La pseudo-inverse nécessite une transposition de sa conjuguée si les coefficients sont complexes.

3. $\mathbf{U} \mathbf{U}^H = \mathbf{I}$ et $\mathbf{V} \mathbf{V}^H = \mathbf{I}$, avec \mathbf{I} la matrice identité.

2.2.4 Problème d'orthonormalité

L'approximation plus ou moins exacte de l'intégrale (7) peut alors affecter l'orthonormalité des harmoniques sphériques en introduisant une erreur $\epsilon_{nn'}^{mm'}$ [11] :

$$\sum_l w_l Y_{n'}^{m'}(\theta_l, \phi_l) Y_n^m(\theta_l, \phi_l)^* = \delta_{nn'} \delta_{mm'} + \epsilon_{nn'}^{mm'} \quad (17)$$

La distribution des points sur la sphère détermine la qualité de l'approximation c'est-à-dire qu'elle influe sur la valeur de l'erreur d'orthonormalité ainsi que du conditionnement de la matrice à inverser lors du calcul des coefficients des harmoniques sphériques. Or, l'échantillonnage est un problème mathématique complexe.

3 Grilles d'échantillonnage sphérique

Nous allons étudier différentes grilles d'échantillonnage pour déterminer quelle est celle qui permet de répondre à des questions pratiques concernant les mesures d'HRTFs que nous réaliserons par la suite et d'approximer au mieux l'intégrale 7 dans le but de réaliser la décomposition du champ sonore mesuré sur la base des harmoniques sphériques. De plus, nous exposerons le problème que posent des mesures incomplètes sur la décomposition du champ sonore en harmoniques sphériques et les différentes méthodes proposées dans la littérature pour résoudre ce problème.

3.1 Présentation des grilles et critères d'évaluation

On souhaite tester plusieurs échantillonnages sphériques afin de déterminer lequel permet d'obtenir un bon compromis entre les critères suivants :

- minimiser l'erreur d'orthonormalité
- permettre d'atteindre des ordres élevés avec un conditionnement de la matrice d'inversion faible (c.f section 2.2.3)
- répondre à des questions pratiques concernant les mesures d'HRTFs : minimiser le nombre de points de mesure et avoir une distribution de points qui s'adapte au dispositif de mesure utilisé

Du point de vue pratique, on cherche une distribution simple et régulière des points, qui puisse être mesurée avec le dispositif disponible dans la chambre anéchoïque de l'IRCAM où nous effectuerons nos mesures. Ce dispositif est constitué d'un bras mécanique permettant de balayer les angles d'élévation et une table tournante permettant de balayer les azimuts. Pour l'instant, la grille utilisée pour les mesures d'HRTFs à l'IRCAM est une grille équi-angulaire car elle est facile à mettre en place (pas d'azimut et d'élévation constants). Cependant, nous souhaitons la comparer à d'autres types d'échantillonnage et trouver la grille capable d'optimiser les critères ci-dessus.

Après avoir effectué plusieurs recherches sur les grilles d'échantillonnage sphérique proposées par les mathématiciens, nous avons à notre disposition plusieurs types de grilles que nous voulons comparer. : *HyperInterpolation grid (HI)* [12], *Gaussian grid*[13], *EquiAngle grid* [14], *Lebedev grid*[15], *Fliege grid* [16], *Halton grid*[17], *Hammersley grid*[17], *NearlyUniform grid*[18], *Spherical Covering grid*[19], *Spherical Packing grid*[19], *Spherical Maximum Volume grid*[19], *Spiral Points grid* [20].

Plusieurs d'entre elles ne peuvent être calculées que pour certains nombres de points ou certains ordres. L'ordre maximal N jusqu'auquel on peut calculer les harmoniques sphériques sur une grille sans trop d'erreur (nous la quantifions par la suite) dépend du nombre de points d'échantillonnage L . Cette relation est spécifique à chaque grille et est donnée pour certaines dans la littérature, comme on peut le voir dans le tableau 1 :

Grille	Relation	Source
Lebedev	$L = 1.3(N + 1)^2$	[9]
NearlyUniform	$L = 1.5(N + 1)^2$	[9]
EquiAngle	$L = 4(N + 1)^2$	[9]
Gaussian	$L = 2(N + 1)^2$	[9]
HI	$L = (N + 1)^2$	[12] et [10]

TABLE 1 – Relation entre le nombre de points et l'ordre maximal de décomposition pour différents types de grilles, issue de plusieurs sources bibliographiques.

On remarque que le nombre L de points est généralement lié à N par la relation :

$$L = a(N + 1)^2 + b \tag{18}$$

Cette relation nous intéresse particulièrement puisque nous cherchons à minimiser le nombre de points tout en atteignant un ordre N élevé, c'est-à-dire une bonne précision de la directivité du champ sonore lors

de sa décomposition sur la base des harmoniques sphériques. Par exemple, $N = 25$, soit 676 composantes, semble être un ordre satisfaisant pour décrire la directivité du champ sonore sur une large bande du spectre audible. Nous souhaitons donc déterminer cette relation pour chaque grille de points.

3.2 Etude des différentes grilles

3.2.1 Conditionnement et erreur d'orthonormalité

Pour évaluer la qualité d'une grille de points donnée en fonction de N , nous étudions tout d'abord le critère du conditionnement de la matrice à inverser lors de la décomposition du champ sur la base des harmoniques sphériques. En effet, il dépend de la disposition et du nombre de points sur la surface sphérique où sont discrétisées les harmoniques sphériques ainsi que de l'ordre jusqu'auquel elles sont calculées. Nous fixerons alors la limite suivante [10]⁴ :

$$\text{condition number} < 10dB \tag{19}$$

en dessous de laquelle nous cherchons l'ordre maximal atteint pour un minimum de points.

La figure 2 représente le conditionnement (en couleur) en fonction du type de grille, du nombre de points et de l'ordre maximal utilisé pour calculer les harmoniques sphériques. Le nombre de points sur la grille est tracé en fonction de $(N + 1)^2$ de façon à mettre en évidence le coefficient a .

La raison pour laquelle nous n'avons pas représenté les grilles *Spherical Covering*, *Spherical Maximum Volume*, *Spherical Packing* et *NearlyUniform* est qu'elles ne peuvent se calculer que pour un nombre de points limité et que, par conséquent, elles ne permettent pas d'atteindre l'ordre 25. De plus, les grilles de *Halton* ou d'*Hammersley* ont un conditionnement plus élevé que la moyenne, elles pourraient permettre d'atteindre l'ordre 25 mais avec un nombre de points considérable. Ces grilles ne nous intéressent donc pas.

Dans la figure 2, on voit que le conditionnement atteint une valeur très élevée pour un nombre de points donné à partir d'un certain ordre. Les ronds rouges représentés sur la figure 2 sont les points pour lesquels le conditionnement a atteint un ordre maximal tout en respectant la condition 19. Il s'agit donc du point où la grille permet d'atteindre un ordre maximal avec un conditionnement faible. La grille de points optimale que nous cherchons est donc celle qui atteint l'ordre 25 avec un minimum de points.

Nous avons donc répertorié dans le tableau 2, les grilles qui permettent d'atteindre l'ordre 25 avec un nombre minimal (mais nécessaire) de points donné.

Grille	a	b	Nombre de points	Contrainte associée à la grille	Pondération
HI	1.24	2	841	–	Associée
Spiral Points	1.27	25, 8	850	–	Voronoi
Lebedev	1.32	8, 45	974	nombre de points	Voronoi
Gaussian	2	0	1352	–	Associée
EquiAngle	4	0	2704	–	Associée

TABLE 2 – Tableau où sont répertoriées les grilles qui permettent d'atteindre l'ordre 25 avec un nombre de points classé dans l'ordre croissant. Les coefficients a et b sont issus des droites tracées dans les graphes de la figure 2 et font référence à la relation (18). La contrainte sur la grille indique si les grilles ne peuvent être calculées que pour un certain nombre de points. La pondération utilisée dans le calcul de la matrice d'inversion peut être soit la pondération de Voronoi soit une pondération spécifique associée à la grille.

La grille de Fliege n'est pas répertoriée dans ce tableau car, comme on peut le voir dans la figure 2, elle ne permet pas d'atteindre l'ordre 25. De plus, pour certains nombres de points, son conditionnement atteint des valeurs très élevées dès les ordres faibles. Ce comportement est spécifique à ce type de grille, c'est pour

4. Selon [10], une valeur du conditionnement inférieure à 20dB permettrait d'obtenir la pseudo-inverse sans nécessiter de régularisation, la valeur 10dB choisie ici permet de s'en assurer.

cela qu'il mérite d'être étudié plus en détails dans la section [3.2.2](#).

On s'intéresse à présent à la comparaison de l'erreur d'orthonormalité pour les différents types de grilles. Pour cela, on calcule tout d'abord la distribution des points d'échantillonnage de chaque grille pour le nombre de points et le type d'inversion indiqués dans le tableau [2](#). On calcule ensuite l'erreur d'orthonormalité d'après l'équation [17](#).

Dans la figure [3](#), on peut voir que l'erreur d'orthonormalité ne se comporte pas du tout de la même façon pour les différents types de grilles. On remarque qu'elle est nulle dans le cas des grilles gaussienne et équi-angulaire. Les grilles d'hyper-interpolation et de Fliege concentrent l'erreur sur les ordres élevés alors que les grilles de Lebedev et *Spiral Points* possèdent une erreur plus faible mais étalée de manière plus uniforme pour tous les ordres.

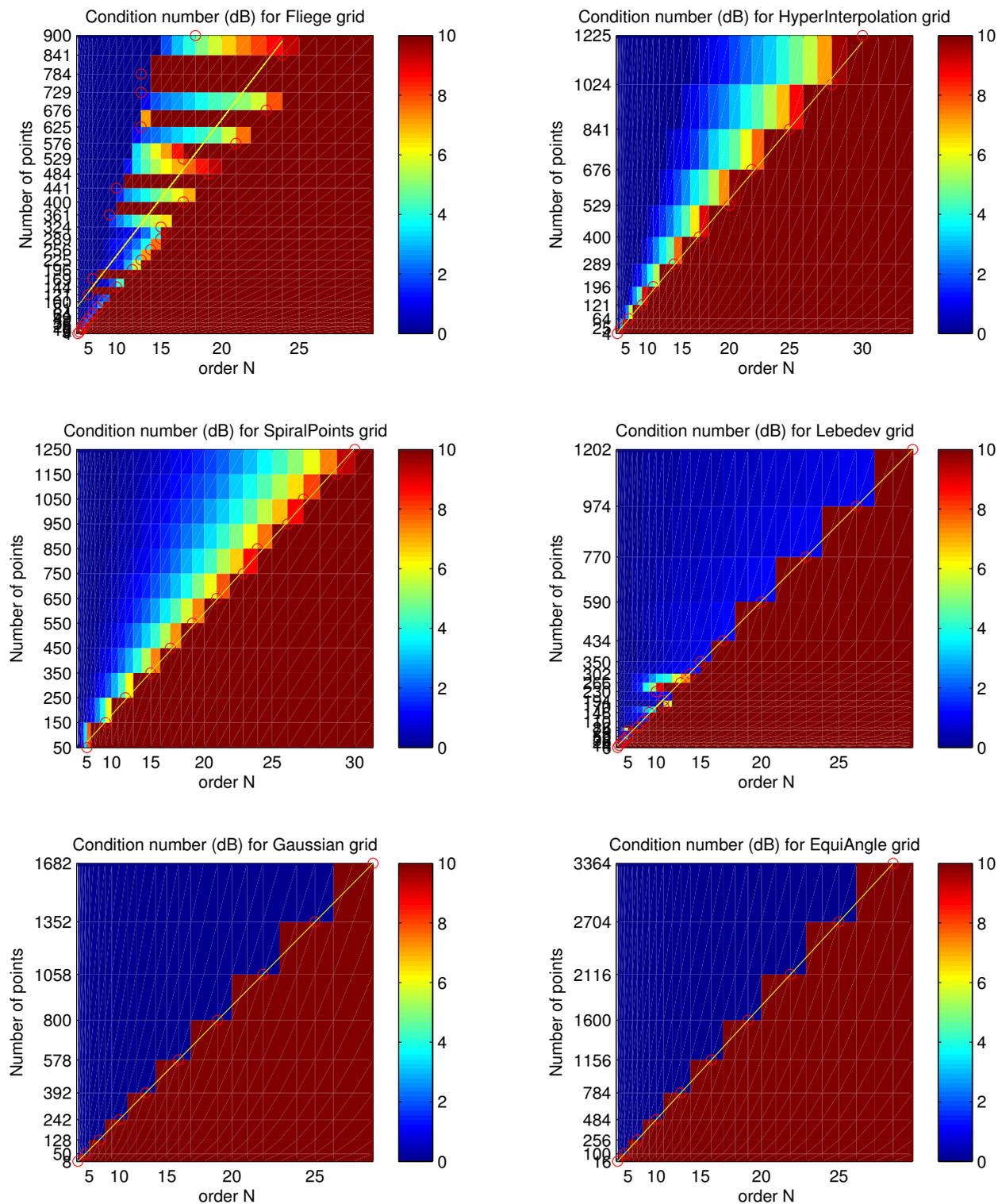


FIGURE 2 – Conditionnement (dB) pour différents types de grilles en fonction du nombre de points et de l'ordre N .

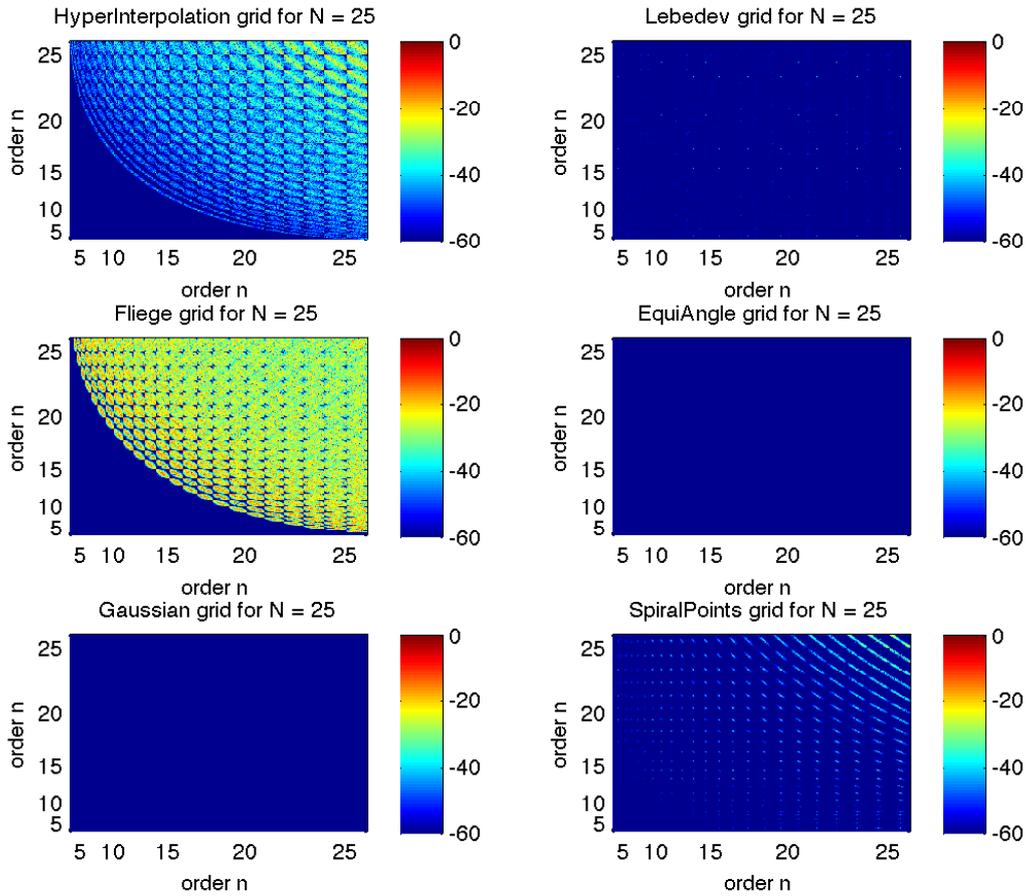


FIGURE 3 – Erreur d’orthonormalité (dB) de différentes grilles calculées jusqu’à l’ordre $N = 25$ avec un nombre de points L optimal tel qu’indiqué dans le tableau 2.

3.2.2 Etude de la grille de Fliege

La raison pour laquelle nous ciblons ici notre étude sur la grille de Fliege est que, dans la figure 2, nous avons constaté un problème concernant le comportement du conditionnement pour certaines grilles de points.

La grille de Fliege ne se calcule que pour certains nombres de points et jusqu'à 900 points au maximum. Une pondération spécifique à cette grille a été proposée par Fliege [16]. Il s'agit de celle que nous utilisons à gauche de la figure 4.

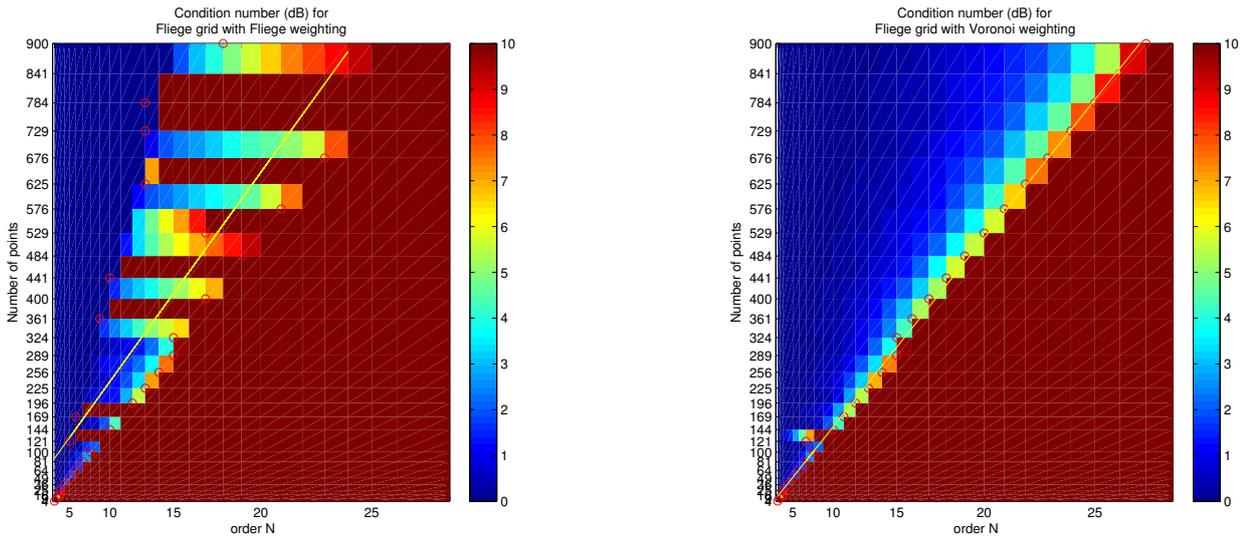


FIGURE 4 – Conditionnement (dB) de la matrice d'inversion pour une grille de Fliege en fonction du nombre de points et de l'ordre maximal des harmoniques sphériques avec une pondération de Fliege [16] à gauche et une pondération de Voronoi à droite.

Cependant, on observe que pour certains nombres de points, le conditionnement augmente dès les premiers ordres de décomposition. On constate que la pondération de Voronoi, utilisée dans la figure de droite, permet de rectifier ces erreurs. En effet, en pondérant les points des grilles de Fliege par la méthode de Voronoi, on constate que l'on obtient un conditionnement plus faible jusqu'à des ordres plus élevés. On atteint même l'ordre 25 avec une grille de 784 points tout en respectant la condition 19. D'après la figure 4, on en déduit que la pondération des points proposée par Fliege n'est pas optimale du point de vue du conditionnement.

Comparons à présent l'erreur d'orthonormalité de ce type de grille avec chacune des pondérations. Par exemple, il serait intéressant de la comparer pour la grille de 169 points dont le conditionnement diffère significativement en fonction du type de pondération. De la même façon, on pourra la comparer pour la grille de 144 points pour laquelle le conditionnement se comporte de manière identique d'une pondération à l'autre. Les résultats sont présentés dans la figure 5.

Dans la figure 5, on remarque que la pondération de Fliege concentre l'erreur d'orthonormalité sur les ordres élevés alors que, avec la pondération de Voronoi, l'erreur d'orthonormalité est présente à tous les ordres des harmoniques sphériques même si elle reste plus importante pour les ordres élevés.

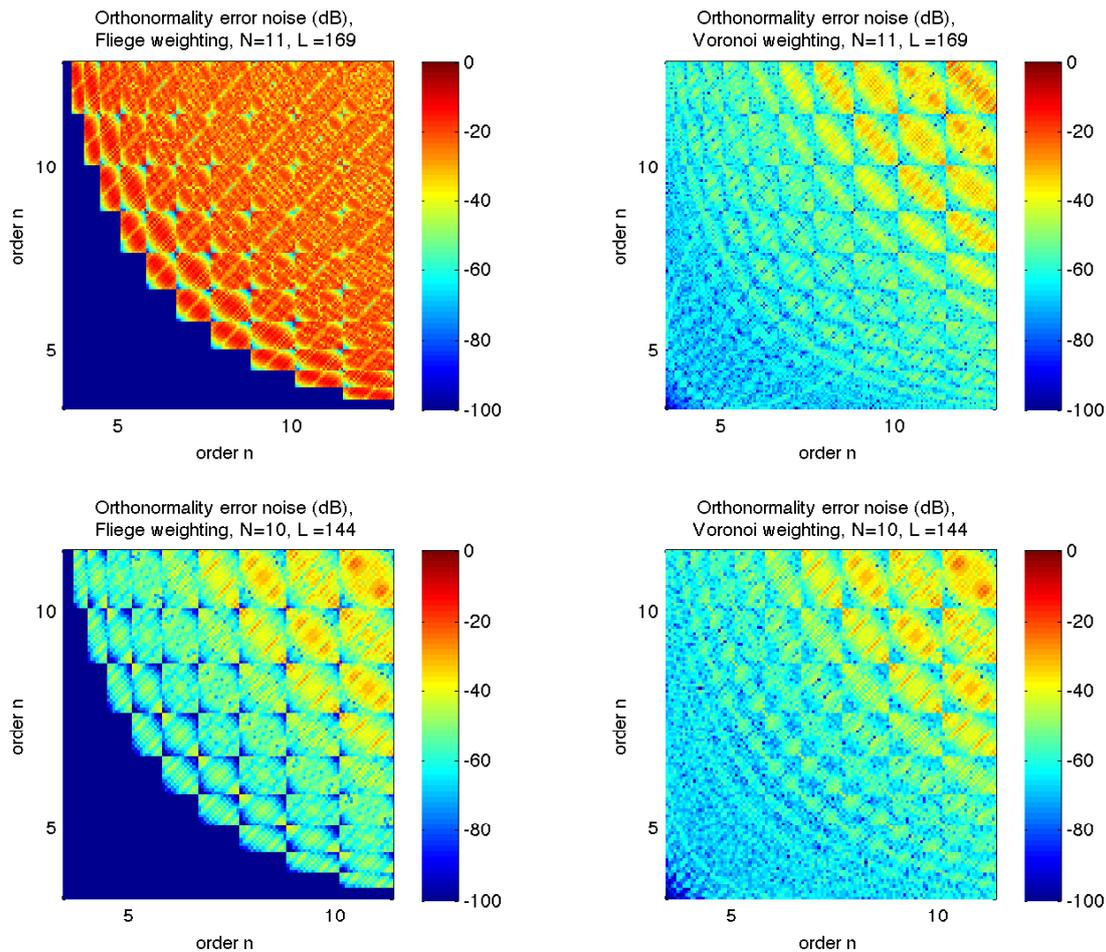


FIGURE 5 – Erreur d’orthonormalité (dB) calculée pour des grilles de Fliege calculées avec 144 et 169 points et pour des pondérations de Fliege et de Voronoi.

3.3 Comparaison entre les différentes grilles d’échantillonnage

D’après les figures sur le conditionnement et l’orthonormalité des grilles, on peut identifier celles qui semblent les plus adaptées à la représentation du champ sonore sur la base des harmoniques sphériques.

Tout d’abord, d’après le tableau 2, on voit que la grille d’hyper-interpolation est la grille qui permet d’atteindre l’ordre 25 sans trop d’erreur et avec un minimum de points. De plus, on peut voir dans la figure 4 que la grille de Fliege, lorsqu’elle est pondérée par Voronoi, permet d’atteindre l’ordre 25 avec un conditionnement faible et un nombre de points encore plus faible que la grille d’hyper-interpolation.

Du point de vue de l’erreur d’orthonormalité (c.f figure 3), deux grilles permettent d’obtenir une base d’harmoniques sphériques respectant la propriété d’orthonormalité : les grilles équi-angulaire et gaussienne.

Si on prête attention à la distribution des points correspondant aux grilles que l’on vient de citer, on remarque que les grilles d’hyper-interpolation et de Fliege ne sont pas du tout facile à mettre en pratique. En effet, les positions des points en azimut et élévation ne suivent pas de règle simple.

Cependant, les grilles équi-angulaire et gaussienne ont l’avantage de posséder des pas angulaires réguliers : en azimut seulement pour la grille gaussienne ; en azimut et élévation pour la grille équi-angulaire. La grille équi-angulaire est donc la mieux adaptée au dispositif mis à notre disposition dans la chambre anéchoïque.

De plus, elles permettent toutes deux d’atteindre l’ordre 25 en respectant le critère sur le conditionnement. Ainsi donc, il semblerait que les grilles équi-angulaire et gaussienne soient celles qui répondent au mieux à nos trois critères.

Le seul inconvénient avec ces deux types de grilles est qu’elles nécessitent beaucoup de points pour remplir la condition sur la valeur du conditionnement pour des ordres élevés. Il s’agit d’une contrainte non négligeable mais compensée par le fait que la distribution des points sur ces grilles est régulière et donc facile à mettre en place. Si l’on compare le nombre de points dont ces deux grilles ont besoin pour atteindre un ordre de décomposition élevé, la grille gaussienne nécessite deux fois moins de points que la grille équi-angulaire.

3.4 Etude d’une grille particulière

De la même façon, nous souhaitons tester une grille d’échantillonnage qui sera utilisée par la suite (dans la section 5) et que l’on appellera *MeasurementGrid*. Cette grille a été obtenue par duplication, par pas angulaires réguliers, de points de mesures réalisés uniquement sur un demi arc dans le plan horizontal (élévation 0°, de l’azimut -90° à l’azimut $+90^\circ$ par pas de 4°) dont on trouvera plus de précisions en paragraphe 5.2.3. L’étude de cette grille est réalisée sur les mêmes critères que les autres. La seule différence est qu’elle possède un nombre fixe de points $L = 3962$, résultant de l’application de la symétrie sphérique. Elle ne sera donc pas étudiée en fonction du nombre de points comme nous l’avons fait pour les autres grilles.

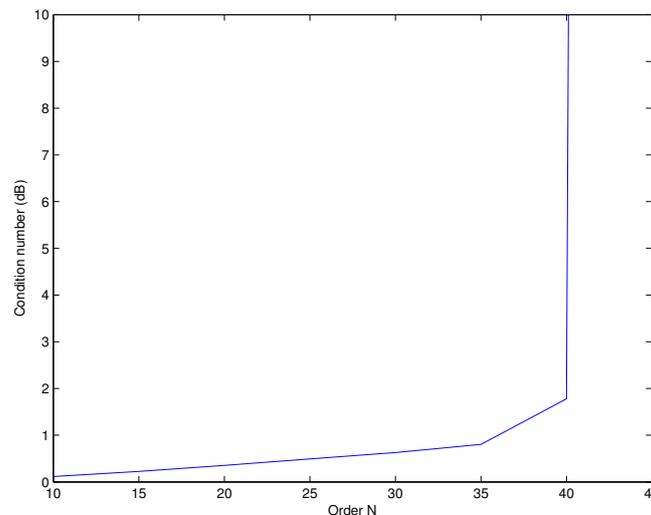


FIGURE 6 – Conditionnement (dB) calculé à différents ordres pour la grille *MeasurementGrid*, avec la pondération de Voronoi.

Dans la figure 6, on peut observer le conditionnement pour la grille *MeasurementGrid*, en fonction de l’ordre. On remarque qu’elle permet d’atteindre l’ordre 25 avec un conditionnement faible. De plus, on peut voir que le conditionnement augmente fortement à partir de l’ordre 40, en utilisant la pondération de Voronoi. On obtient donc la relation suivante :

$$L = 2.35(N + 1)^2$$

Etudions à présent l’erreur d’orthonormalité sur cette grille de points.

Dans la figure 7, on peut voir que la grille *MeasurementGrid* possède une faible erreur d’orthonormalité concentrée uniquement sur la diagonale.

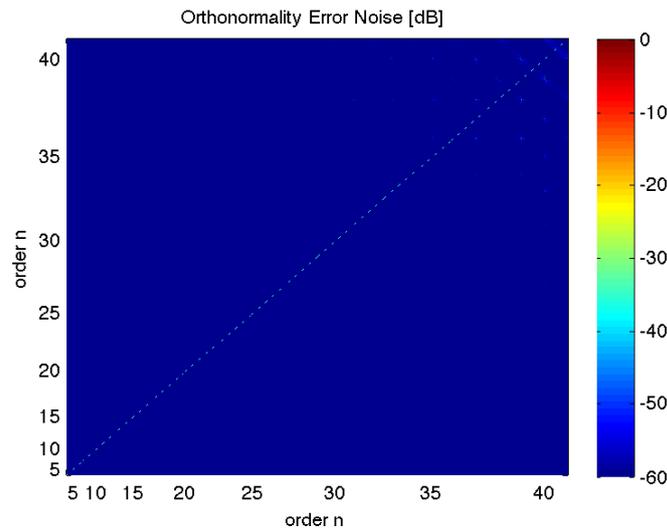


FIGURE 7 – Erreur d’orthonormalité (dB) des harmoniques sphériques calculées sur la grille *MeasurementGrid* jusqu’à l’ordre $N = 40$ avec pondération des points par les coefficients de Voronoi.

Pour conclure, on peut dire que cette grille satisfait tous nos critères. On remarque que ces propriétés sont proches de celles de la grille gaussienne (conditionnement et orthonormalité). De plus, elle possède les avantages de la grille éui-angulaire concernant les espacements réguliers entre les points. Cette grille semble donc être un bon compromis pour satisfaire tous nos critères. C’est pour ces raisons que nous l’utiliserons par la suite pour réaliser les simulations et les mesures.

3.5 Le problème du "vide polaire"

Jusqu’ici, nous avons supposé que les mesures sur ces différentes grilles pouvaient se faire sur la grille complète. Or, en pratique, c’est souvent impossible. Les mesures sur la partie inférieure de la sphère (en-dessous de la tête) sont difficiles à obtenir. Ce manque de données complique la décomposition du champ de pression mesuré sur les harmoniques sphériques dans le sens où la matrice d’inversion est alors mal conditionnée.

Plusieurs méthodes permettent de pallier ce "vide polaire".

Tout d’abord, la méthode de Tikhonov, présentée en section 2.2.3, consiste à régulariser la matrice à inverser. Elle permet d’améliorer le conditionnement et de trouver une solution numérique au problème d’inversion. On obtient alors une estimation des coefficients des harmoniques sphériques pour les données manquantes. Cependant, cette méthode a tendance à affecter les données connues dans le sens où elle réalise un lissage du spectre spatial en favorisant les ordres faibles au détriment des ordres élevés des harmoniques sphériques.

De plus, une technique proposée par Ahrens [21], spécifique aux HRTFs, consiste à utiliser la représentation du champ sonore en harmoniques sphériques pour réaliser une interpolation sur la partie manquante. Elle est composée en 3 étapes : (1) décomposer les données sur la base des harmoniques sphériques à un ordre faible, par exemple $N = 3$, (2) utiliser les coefficients obtenus pour estimer les HRTFs sur la région manquante (3) réaliser la décomposition en harmoniques sphériques jusqu’à un ordre plus élevé en utilisant les mesures sur la région connue et l’estimation d’ordre faible obtenue pour la partie manquante. Cette méthode a l’avantage de ne pas affecter les données connues.

Enfin, une approche itérative a été proposée par [22] pour estimer les données manquantes en utilisant l’expansion en harmoniques sphériques. Elle se base sur le même principe que la méthode précédente. Une première étape consiste à calculer les coefficients des harmoniques sphériques jusqu’à un ordre faible puis à estimer les données sur la partie manquante de la sphère à partir des coefficients obtenus, tout en

gardant les données mesurées sur la région connue. On réitère cette procédure en augmentant l'ordre de la décomposition à chaque itération. L'étude [22] montre les données obtenues convergent vers les données originales.

Nous avons testé ces différentes approches sur des grilles incomplètes de points. Une analyse plus approfondie des résultats est nécessaire, et fera l'objet de travaux futurs. A l'heure actuelle, il est difficile de statuer sur les mérites et inconvénients de ses approches d'autant plus qu'elles n'ont pas encore été éprouvées sur des données réelles.

4 Comportement du modèle théorique

Tout d'abord, nous allons mener une étude d'HRTFs pour un modèle analytique de tête sphérique et étudier leur comportement en fonction de la direction et de la distance à l'aide d'un algorithme qui calcule la variation de la pression sonore, créée par une source ponctuelle, à la surface d'une sphère rigide. L'objectif sera également de tester le modèle de propagation radiale proposé par [5] pour réaliser l'extrapolation.

4.1 Recomposition et extrapolation

Après avoir décomposé le champ sonore sur la sphère au rayon r_0 , c'est-à-dire après avoir déterminé les coefficients des harmoniques sphériques $a_{nm}(k, r_0)$, il est possible de le reconstruire à ce même rayon :

$$p(r_0, \theta, \phi, k) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n a_{nm}(k, r_0) Y_n^m(\theta, \phi) \quad (20)$$

Il est également possible de le reconstruire à un rayon r_1 , supérieur ou inférieur à r_0 , en utilisant les fonctions de propagation radiale pour déterminer les coefficients des harmoniques sphériques à r_1 [5] :

$$a_{nm}(k, r_1) = a_{nm}(k, r_0) \frac{h_n(kr_1)}{h_n(kr_0)} \quad (21)$$

La précision de la reconstruction dépend alors de l'ordre maximal de la décomposition car, en effet :

$$N_{reconstruction} \leq N_{decomposition}$$

Pour cette étude, nous utiliserons toujours un ordre de recombinaison égal à celui de la décomposition.

La problématique liée au rapport des fonctions de Hankel est leur augmentation exponentielle pour les ordres élevés et pour $kr \ll 1$, comme on peut voir dans la figure 8. Ainsi, si on extrapole vers l'intérieur, c'est-à-dire pour $\frac{r_1}{r_0} < 1$, alors le filtre radial amplifie fortement les coefficients des harmoniques sphériques aux ordres élevés et en basses fréquences. Il faut donc tenir compte du rapport signal à bruit, souvent plus faible en basses fréquences. Pour éviter ceci, il existe une méthode (dite du "hard limiting") qui consiste à limiter l'amplitude du filtre à une valeur raisonnable α , égale à 30dB dans le cas de la figure 8, de sorte à obtenir une réponse stable. Le paramètre α doit être choisi en fonction des données car il dépend du rapport signal sur bruit (SNR) et du rapport $\frac{r_1}{r_0}$. Cette opération a pour conséquence principale la perte de résolution spatiale dans les basses fréquences.

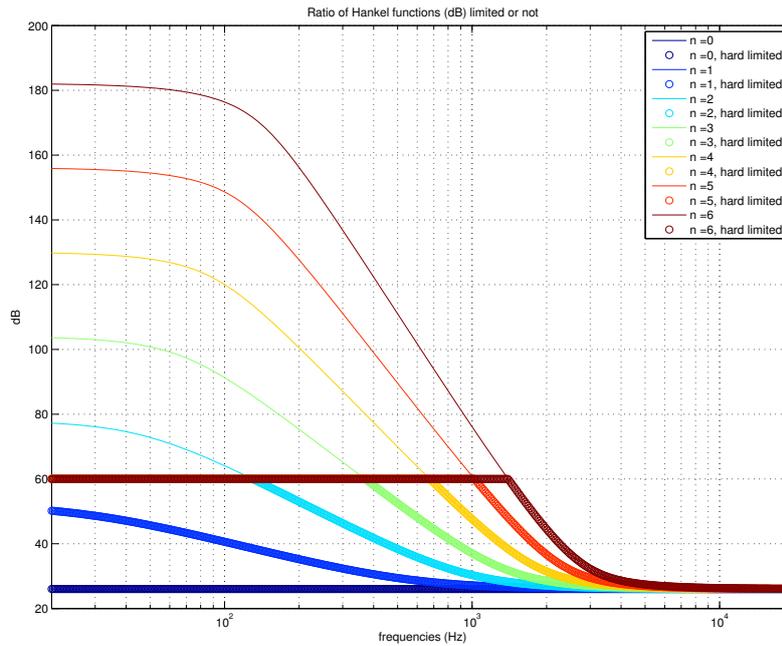


FIGURE 8 – Superposition du rapport entre les fonctions de Hankel $\frac{h_n(r_1)}{h_n(r_0)}$ jusqu'à l'ordre $n = 6$ avec $r_0 = 2m$ et $r_1 = 0.1m$ (en trait plein) et ayant subi le "hard limiting" avec $\alpha = 60dB$ (ronds de couleur).

4.2 Simulations

Pour commencer, nous allons étudier le problème à l'aide d'une méthode numérique qui implémente les transformations acoustiques de l'onde sonore au contact d'un modèle de tête sphérique. L'avantage des méthodes numériques est qu'elles permettent de s'affranchir de toute la procédure longue et fastidieuse que requièrent les mesures acoustiques. De plus, elles permettent de contrôler tous les paramètres du modèle : l'échantillonnage sphérique, le type de source sonore (ondes planes, sources ponctuelles), le rapport signal sur bruit...

L'objectif est ici de calculer les effets de diffraction et de réflexions de l'onde sonore sur la surface de la sphère, et d'en déduire le champ sonore résultant à la position des oreilles. Pour cela, nous utilisons la solution analytique fournie par décomposition du champ sonore sur la base des harmoniques sphériques qui permet de calculer le champ sonore en tout point de la surface d'une sphère, dont l'implémentation est faite en Matlab. A travers les simulations, nous souhaitons mettre en évidence le comportement des HRTFs en fonction de la distance, l'impact de l'ordre maximal de la décomposition ainsi que les problématiques en lien avec la méthode d'extrapolation.

4.2.1 Théorie de la diffraction

Avant de traiter des simulations de la diffraction d'un champ de pression créé par une ou plusieurs sources sur une sphère, exposons tout d'abord le problème de façon théorique. Nous ne présentons ici que les principales étapes et résultats d'un développement mathématique dont on peut trouver les détails au chapitre 6.10 d'E. G. Williams [7] et dans l'article [23].

Nous nous plaçons dans le cas d'une sphère rigide et de sources sonores omnidirectionnelles (champ proche).

Le problème de diffraction peut être formulé en séparant le champ de pression total $p(r, \theta, \phi, \omega)$ en deux parties : le champ incident p_i , mesuré sans la sphère, et le champ diffracté p_s , résultant de la diffraction du

champ incident sur la cible.

$$p_t = p_s + p_i \quad (22)$$

Après avoir décomposé le champ sonore incident sur la base des harmoniques sphériques, il est possible de résoudre le calcul du champ de pression diffracté sur la sphère. La sphère étant rigide, la condition limite est que la vitesse radiale totale est nulle sur la surface.

Le champ de pression peut ainsi être déterminé en tout point r :

$$p(k, r, r_s) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n H_n(k, r, a, r_s) Y_n^m(\theta_s, \phi_s) Y_n^m(\theta, \phi) \quad (23)$$

avec $H_n(k, r, a, r_s)$ la fonction holographique définie comme ceci :

$$H_n(k, r, a, r_s) = 4\pi i k h_n^{(1)}(kr_s) \left(j_n^{(1)}(kr) - \frac{j_n^{(1)'}(ka)}{h_n^{(1)'}(ka)} h_n^{(1)}(kr) \right) \quad (24)$$

où $j_n^{(1)'}$ sont les fonctions de Bessel de première espèce, a le rayon de la sphère rigide dont le centre est à l'origine, r la distance entre l'origine et le point d'observation, et r_s la distance entre l'origine et la source omnidirectionnelle, avec $a \leq r \leq r_s$.

4.2.2 Paramètres des simulations

Pour toutes les simulations réalisées dans cette étude, les points d'observation où nous cherchons à calculer le champ de pression sont aux positions des deux oreilles, c'est-à-dire aux azimuts $+90^\circ$ et -90° à la surface d'une sphère rigide de rayon $a = 10\text{cm}$ (approximation du rayon de la tête). Les sources sonores forment une grille d'échantillonnage sphérique de rayon r_s correspondant à la grille "MeasurementGrid", présentée en section 3 et elles sont omnidirectionnelles (champ proche).

Théoriquement, la pression doit être calculée jusqu'à un ordre n infini, ce qui n'est pas possible en pratique. On effectuera donc les simulations jusqu'à un ordre maximal N_{simu} . Avec une sphère de rayon 10cm , si nous voulons observer une bande des fréquences jusqu'à 20kHz , alors un ordre de $N_{simu} = 37$ s'avère théoriquement suffisant pour calculer le champ de pression sans erreur (c.f section 2.2.2). Cela dit, pour être sûr que l'on n'introduit pas d'erreurs, nous prendrons un ordre supérieur à 37. Autrement dit, nous n'avons pas besoin des ordres plus élevés que $N_{simu} = 50$.

La fréquence d'échantillonnage est de $44,1\text{kHz}$ et le nombre de points de la transformée de Fourier est égal à 512. Les résultats ne seront présentés que pour la position de l'oreille gauche (azimut $+90^\circ$) car les phénomènes sont similaires à l'oreille droite, par symétrie sphérique.

4.2.3 Effet de la distance

En champ lointain, c'est-à-dire pour des sources à plus d'un mètre du centre de la tête, la perception de la distance dépend principalement du niveau de la source (atténuation avec la distance) et du rapport entre le son direct et le son réverbéré. Cependant, de nombreuses études ont montré d'importantes différences physiques et perceptives entre les HRTFs en champ proche et en champ lointain. Brungart et Rabinowitz ([6] et [24]) ont notamment mis en évidence certains effets liés au rapprochement d'une source située dans la région proximale du sujet :

- l'effet d'ombre de la tête ("*head shadowing*") à l'oreille controlatérale⁵, résultant en une atténuation marquée qui augmente avec la fréquence
- l'effet de proximité de la source ("*source proximity effect*"), soit une augmentation de l'amplitude lorsque la distance diminue

5. oreille du côté opposé à la source

- une combinaison d'interférences constructives et destructives à l'hémisphère controlatérale de la tête en hautes fréquences, effet connu sous le nom de "bright spot"
- une augmentation de l'amplitude à l'oreille ipsilatérale⁶ en hautes fréquences ("high frequency doubling effect"), due aux réflexions sur la surface de la sphère (son direct et réfléchi en phase)
- une amplification plus marquée des basses fréquences quand la source se rapproche (on parle souvent du filtrage passe-bas des sources situées dans la région proximale)

L'auditeur perçoit ainsi de grands changements de l'ILD en basses fréquences quand la source se rapproche alors que l'ITD reste pratiquement invariant. Ceci est un des indices les plus significatifs de la distance.

Duda et al. [4] ont mis en évidence ces effets à l'aide de simulations. C'est ce que nous cherchons à réaliser ici.

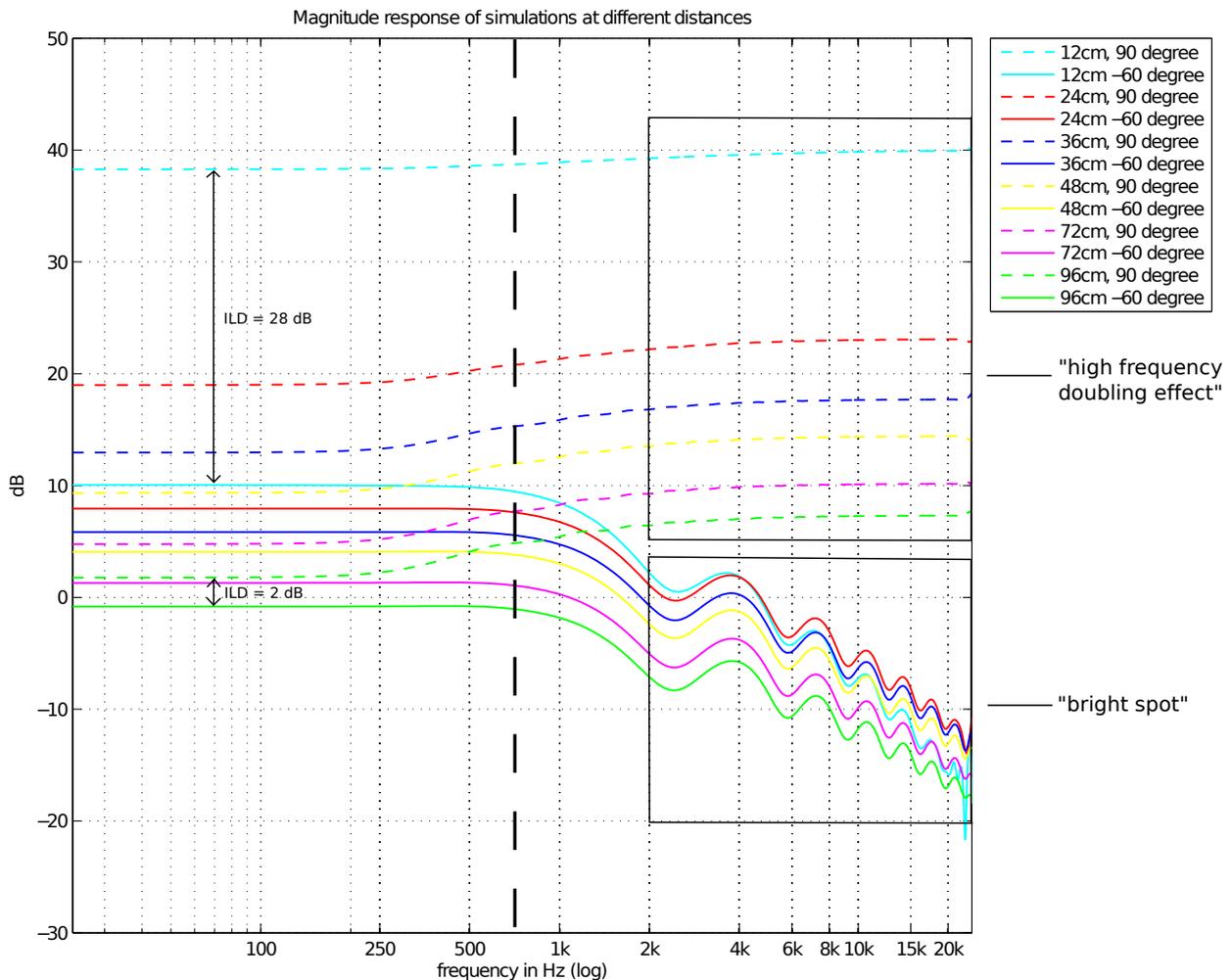


FIGURE 9 – Amplitude (dB) des HRTFs simulées (à +90°) pour des sources situées à différentes distances et aux angles +90° (côté ipsilatéral) et -60° (côté controlatéral) dans le plan horizontal. Les phénomènes du "high frequency doubling effect" et du "bright spot" sont encadrés en noir. L'augmentation de l'ILD en basses fréquences quand la source est proche est mis en évidence par les flèches noires. La ligne verticale en pointillés à la fréquence 550Hz indique la limite entre les comportements hautes et basses fréquences.

Sur les courbes en pointillés de la figure 9, on observe très clairement les effets d'augmentation de l'amplitude globale lorsque la distance de la source diminue du côté ipsilatéral, c'est-à-dire à 90° (mise en évidence

6. oreille en face de la source

du "source proximity effect"). Sur les courbes pleines, on peut noter une diminution générale de l'amplitude avec la fréquence, correspondant à l'effet d'ombre de la tête. On observe également les effets d'interférences représentés par les ondulations dans les réponses à -60° , qui correspond à la position du "bright spot".

On remarque aussi que l'amplitude des réponses au côté ipsilatéral augmente en hautes fréquences. Cet effet est d'autant plus marqué que la source est éloignée. En effet, l'amplitude augmente d'environ $2dB$ pour la distance la plus faible (à $12cm$, courbe cyan en pointillés) et d'environ $20dB$ pour la distance la plus grande ($96cm$, courbe verte en pointillés). Cet effet résulte d'une combinaison de l'effet d'amplification en hautes fréquences à l'oreille ipsilatérale et de l'augmentation plus marquée des basses fréquences quand la source se rapproche.

De plus, on peut noter en référence à l'article [4], que les comportements basses et hautes fréquences diffèrent à partir de $\mu = 1$ où μ est la fréquence normalisée définie comme $\mu = \frac{2\pi fr}{c}$ soit à une fréquence de $f = \frac{c}{2\pi r} = \frac{343}{2\pi \cdot 0.1} = 550Hz$ ce qui correspond à peu près à ce que l'on observe dans la figure 9 (ligne verticale noire en pointillés).

On peut également noter que l'ILD basses fréquences, représenté par la différence de niveau entre les réponses ipsilatérale et contralatérale à une même distance (flèches noires sur la figure 9), est plus important pour les petites distances : de l'ordre de $28dB$ à $12cm$ et de $2dB$ à $96cm$.

Enfin, on peut dire que la figure 9 est très similaire à la figure 3 de l'article de Duda [4] à l'exception d'une différence de niveau due au fait que nos simulations n'ont pas été référencées par rapport à un champ de référence contrairement aux courbes de Duda, relatives au champ libre. On retrouve donc bien les effets principaux liés au champ proche (cités plus haut).

4.2.4 Effet de l'ordre maximal de la décomposition

Comme présenté dans la section 4.2.1, le champ sonore peut être décomposé sur la base des harmoniques sphériques jusqu'à un ordre limité N qui dépend de l'échantillonnage sphérique. Des erreurs dues à l'aliasing spatial apparaissent alors aux fréquences $kr > N$ à cause de la troncature des ordres supérieurs à N .

Nous cherchons ici à observer ce phénomène. Pour cela, nous allons comparer le champ sonore recomposé, après décomposition à l'ordre N , au champ sonore original (issu de la simulation). L'idée est ici de mettre en évidence l'effet de l'ordre maximal de la décomposition sur la qualité de la reconstruction du champ sonore.

Dans la figure 10, la différence entre les spectres d'amplitude a été calculée de la façon suivante :

$$\Delta = 20 \log_{10} \left(\frac{\text{mag}(HRTF_1)}{\text{mag}(HRTF_2)} \right) \quad (25)$$

où $HRTF_1$ correspond ici aux données simulées et $HRTF_2$ aux données obtenues après décomposition et recomposition des données simulées. Sur cette figure, on remarque que lorsque l'ordre de la décomposition et de la reconstruction est inférieur à celui de la simulation, il y a un aliasing spatial. Théoriquement, la fréquence de coupure correspond à :

$$f_c = \frac{c_0 N}{2\pi a} = 12131 Hz$$

ce qui est légèrement supérieur à ce que l'on observe (le repliement apparaît vers $10kHz$). En effet, la condition $kr = N$ assure que l'erreur due à la troncature à l'ordre N est bornée mais ne garantit pas qu'il n'y ait aucune erreur [9]. Il est donc plus prudent de décomposer le champ sonore jusqu'à un ordre légèrement supérieur à celui qui permet d'atteindre théoriquement les fréquences maximales étudiées.

On étudie à présent l'erreur liée à la recomposition du champ de pression en fonction de l'ordre de la décomposition. Notez qu'ici, l'erreur correspond à la simple soustraction linéaire des spectres d'amplitude⁷.

7. $\Delta = \text{abs}(\text{mag}(HRTF_1) - \text{mag}(HRTF_2))$

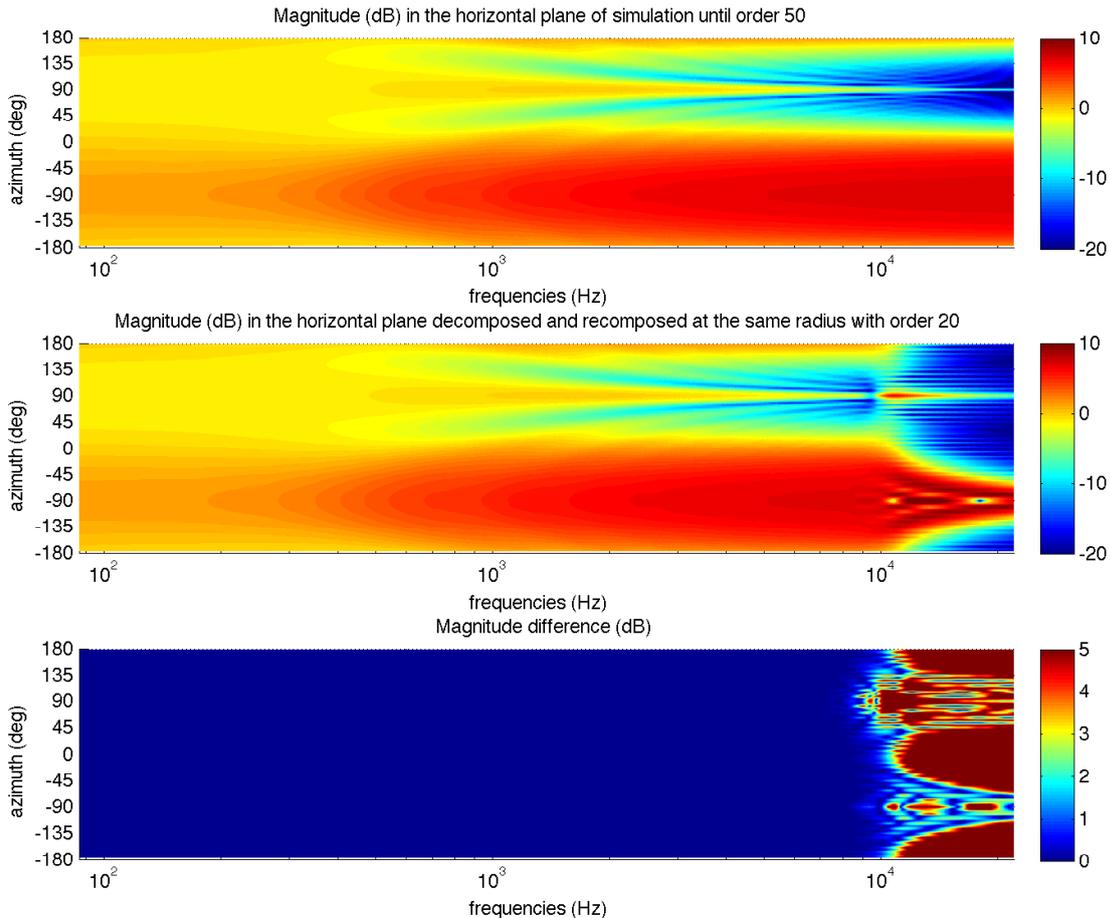


FIGURE 10 – Amplitude (dB) de la réponse en fréquence calculée sur un modèle de tête sphérique dans le plan horizontal issue :

- 1) de la simulation pour des sources situées à *2mtres*
- 2) de la recombinaison après décomposition en harmoniques sphériques de la simulation à *2mtres* avec un ordre maximal $N = 20$, correspondant à une fréquence de coupure théorique de $12131Hz$.

La figure du bas correspond à la différence entre les spectres d’amplitude (calculée selon l’équation 25).

Sur la figure 11, on peut voir que plus l’ordre de la décomposition augmente, plus le champ recomposé (à ce même ordre) est fidèle à la simulation. On remarque que l’erreur augmente légèrement avant la fréquence de coupure théorique, comme on l’avait également remarqué dans la figure 10. L’intersection entre les courbes d’erreur et la fréquence de coupure théorique représente la condition $kr = N$ (condition 8). On remarque que cette intersection correspond à une valeur de l’erreur d’environ 0.3 pour toutes les courbes. Cela met en évidence le fait que la condition 8 garantit que l’erreur ne dépasse pas un certain seuil.

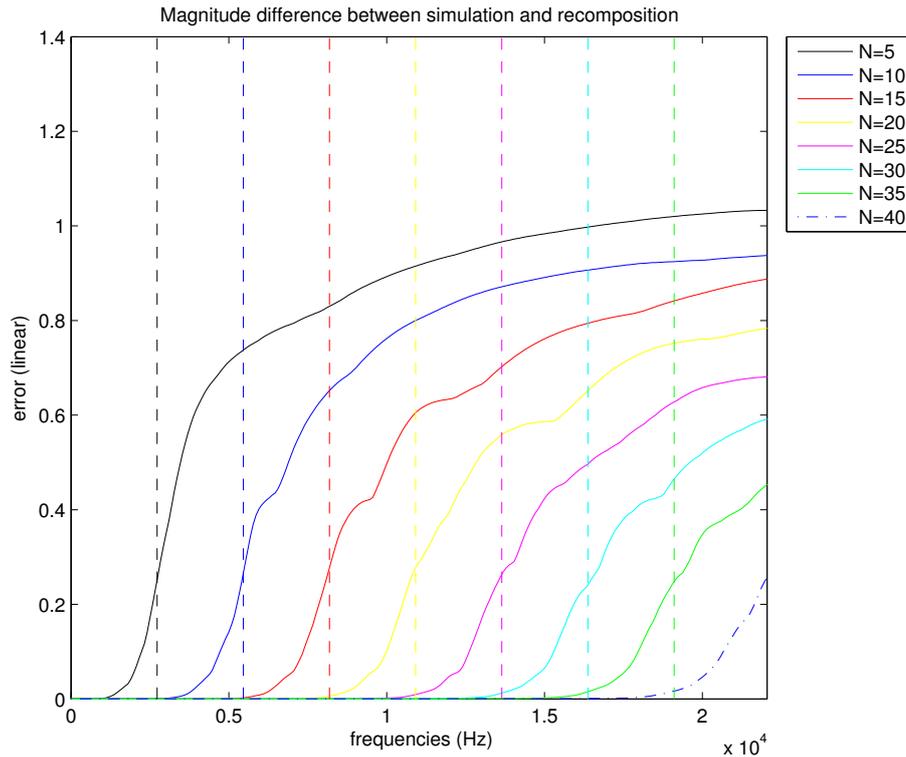


FIGURE 11 – Différence absolue entre la simulation à $2m$ et la recomposition à la même distance après décomposition du champ en harmoniques sphériques. Elle a été moyennée sur les positions des sources et est représentée en fonction des fréquences. L'ordre de la décomposition (et recomposition) varie entre $N = 5$ et $N = 40$. Les lignes verticales en pointillés représentent la fréquence de coupure théorique associée à chaque ordre de décomposition N .

4.2.5 Extrapolation et *hard limiting*

Comme présenté dans la section 4.1, le champ sonore peut être décomposé sur la base des harmoniques sphériques puis extrapolé en appliquant les termes de propagation radiale aux coefficients des harmoniques sphériques. D'après [5], cette méthode d'acoustique sphérique est plus précise que toutes les autres méthodes d'extrapolation proposées dans la littérature. Selon cette étude, l'extrapolation de champ proche à champ lointain (extrapolation vers l'extérieur) fonctionne. Cependant, il semblerait que la qualité de l'extrapolation du champ lointain au champ proche (extrapolation vers l'intérieur) soit affectée par l'amplification des coefficients des harmoniques sphériques aux ordres élevés.

Nous souhaitons reprendre cette étude, en particulier concernant l'extrapolation du champ lointain au champ proche, afin de tester la méthode du "*hard limiting*" présentée dans la section 4.1. Pour rappel, cette méthode consiste à limiter l'amplification des ordres élevés à une valeur α qui dépend du rapport signal sur bruit et de la distance d'extrapolation.

Pour quantifier l'influence des différents paramètres sur la qualité de l'extrapolation et déterminer le coefficient α adapté aux différentes situations, on réalise plusieurs simulations en faisant varier les paramètres suivants : le rapport $\frac{r_1}{r_0}$ (entre 0.2 et 1), le rapport signal sur bruit ($10 < SNR < 70dB$) et la valeur du paramètre α utilisé pour le "*hard limiting*" ($15 < \alpha < 80dB$).

Voici les étapes des simulations. Tout d'abord, on réalise la simulation des HRTFs à $r_0 = 2m$, rayon à partir duquel on extrapole, en y introduisant les différents rapports signal sur bruit. Puis, on décompose ces données, en utilisant la pondération de Voronoi et la régularisation de Tikhonov, et on recompose à

différentes distances $r_1 < r_0$. L'extrapolation est réalisée avec différentes valeurs de α et on récupère ainsi la réponse en fréquence selon toutes les positions des sources situées sur la sphère de rayon r_1 . Enfin, on réalise les simulations à r_1 (données de référence) afin de quantifier par la suite l'erreur entre l'extrapolation et la simulation. Notez que nous comparons l'extrapolation de données bruitées à la simulation de données non bruitées.

Enfin, on moyenne cette erreur sur toutes les positions de sources et sur toutes les fréquences dans le but d'obtenir une seule valeur d'erreur pour chaque situation et de pouvoir la représenter en fonction des différents paramètres. L'ajout de bruit dans les simulations à r_0 étant aléatoire, on moyenne également cette erreur sur 10 tirages du bruit. L'ordre de la simulation est toujours $N_{simu} = 50$, et l'ordre de la décomposition et de la recombinaison est $N = 40$, en accord avec l'étude de la grille d'échantillonnage utilisée.

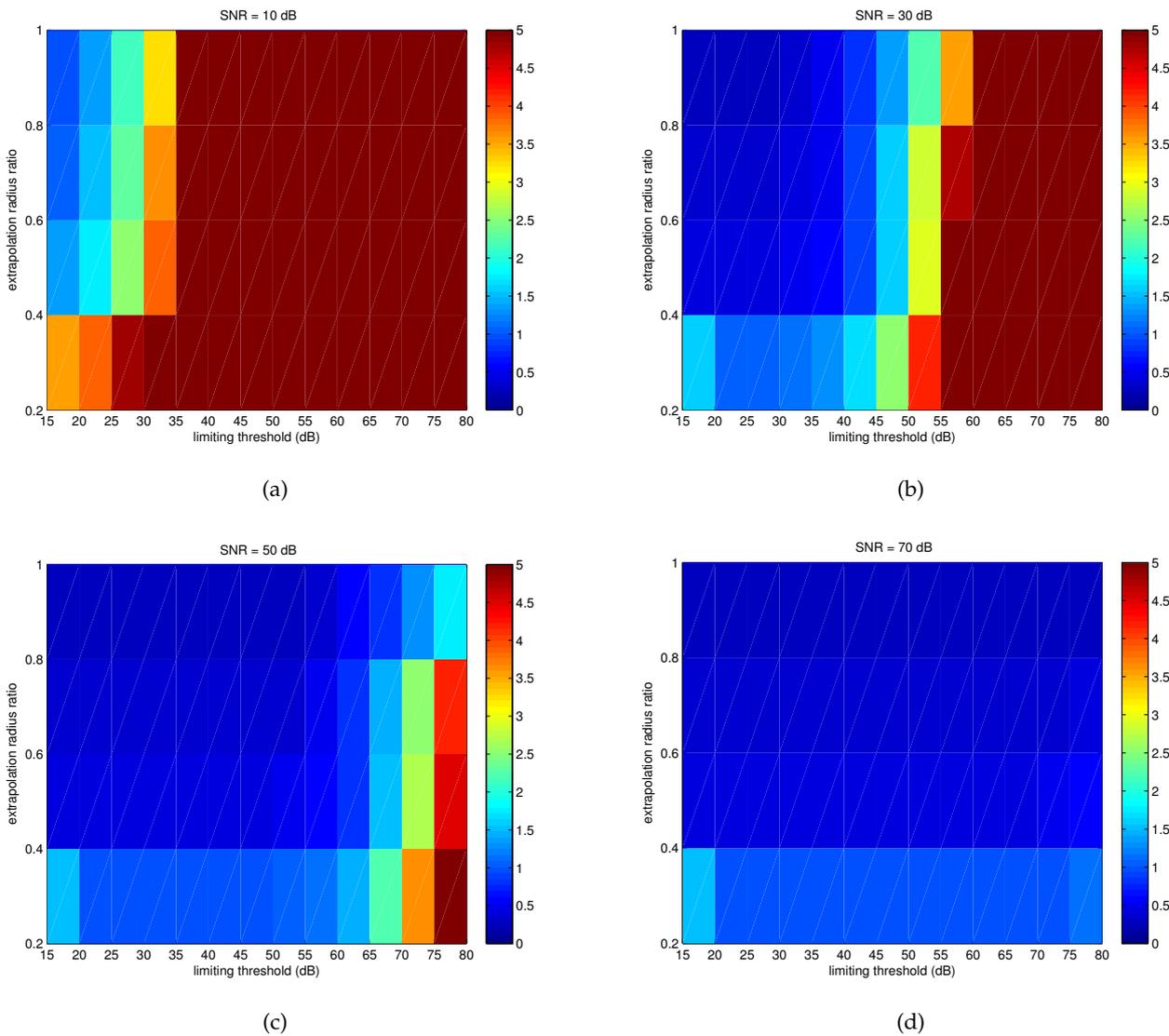


FIGURE 12 – Erreur (dB) entre la simulation et l'extrapolation en fonction du rapport $\frac{r_1}{r_0}$ et du paramètre α , pour différents rapports signal sur bruit. L'erreur a été moyennée sur les positions des sources, les fréquences et sur 10 tirages pour pallier le caractère aléatoire du bruit additif.

Dans la figure 12, l'échelle de couleur représente la différence moyennée entre les spectres d'amplitude des HRTFs simulées et extrapolées (c.f formule 25).

Dans le cas où le rapport signal sur bruit est faible c'est-à-dire où le bruit est très présent (par exemple

$SNR = 10dB$), on remarque que l'erreur est maximale pour des valeurs de α élevées. En effet, le paramètre ne limite pas assez l'amplitude du rapport des fonctions de Hankel qui amplifie alors beaucoup le bruit lors de l'extrapolation. Au contraire, l'erreur diminue pour des valeurs de α faibles c'est-à-dire suffisantes pour limiter l'amplification du bruit. Lorsque le rapport signal sur bruit est très faible (par exemple, $SNR = 80dB$), il n'est pas nécessaire de limiter le rapport des fonctions de Hankel à une très faible amplitude puisqu'elles ne risquent pas de trop amplifier le bruit. L'erreur est donc maximale (mais relativement faible) quand le *hard limiting* est appliqué avec excès et est minimisée pour des valeurs de α comprises entre 20 et 60dB.

Ainsi, on remarque qu'il existe une certaine relation de proportionnalité entre les valeurs de SNR et les valeurs de α qui minimisent l'erreur d'extrapolation.

5 Mesures d'HRTFs en champ proche sur un modèle de tête sphérique

Certaines études ont montré les propriétés uniques des HRTFs en champ proche [24]. Cependant, la plupart des mesures d'HRTFs ont été réalisées en champ lointain, à une distance supérieure à 1 mètre (par exemple, [25]). En effet, à cause de la taille des haut-parleurs, rapprocher la source très près de la tête causerait des réflexions non souhaitables. Pour réaliser des mesures d'HRTFs en champ proche, il faut s'assurer de plusieurs choses : la source doit posséder un caractère omnidirectionnel, les réflexions entre le sujet et la source doivent être négligeables (source de petite taille), la source doit être stable (bonne répétabilité) et sa réponse en fréquence relativement plate.

Brungart et Rabinowitz [6] ont proposé un système de mesure d'HRTFs en champ proche qu'ils ont testé et évalué. Nous allons donc chercher à le reproduire. Pour commencer, nous avons souhaité vérifier le caractère omnidirectionnel de la source et vérifier sa courbe de réponse en fréquence.

5.1 Dispositif

Le dispositif proposé par [6] consiste à utiliser un tuyau, de l'ordre de 12mm de diamètre, au bout duquel est connecté un moteur de haut parleur. L'autre extrémité du tuyau est insérée dans un tube de PVC, d'une longueur de 64cm et de 2,5cm de diamètre, permettant de placer manuellement la source à faible distance de la tête et d'y fixer un système de tracking. Un microphone (Brüel et Kjaer 4165) est placé dans chacun des canaux auditifs. Le moteur de haut-parleur (Electro Voice DH1506) est capable d'émettre dans une large bande de fréquence : 200Hz à 15kHz. Le diamètre du tuyau étant relativement petit, il permet à la source d'avoir un caractère non directionnel sauf en hautes fréquences (à partir de 15kHz) et d'obtenir des réflexions négligeables. Le tuyau, d'une longueur d'au moins 3 mètres, possède une succession de fréquences de résonance très rapprochées. La réponse en fréquence de la source est donc irrégulière mais peut s'extraire facilement des réponses en fréquence des mesures.

Le dispositif que nous avons mis en place se base sur cet exemple.

5.1.1 Source

Dans un premier temps, nous présentons la source en figure 13.

Le tuyau que nous avons utilisé est plus long que celui utilisé par Brungart et Rabinowitz (tuyau d'arrosage de 6,4m) et possède une fréquence fondamentale dans les très basses fréquences : $f_0 = \frac{c}{4L} = 13,4Hz$. Par approximation, on peut dire qu'il s'agit d'un tuyau fermé-ouvert, et que donc ses résonances ne concernent que les modes impairs. Les résonances sont donc espacées de :

$$f_1 - f_0 = \frac{3c}{4L} - \frac{c}{4L} = 40,2 - 13,4 = 26,8Hz$$

L'inconvénient est que les pertes visco-thermiques sont plus importantes mais il permet de répondre à des questions pratiques.

La tige en laiton, insérée à l'intérieur du tuyau, d'une épaisseur négligeable, permet de diriger l'extrémité du tuyau et contrôler fixement la longueur. De plus, elle permet de réduire davantage le rayon de la source et de s'approcher encore plus d'une source ponctuelle. Le haut-parleur que nous avons utilisé est un Bouyer (dont nous possédons très peu d'informations étant donné qu'il n'est plus commercialisé) dont la réponse en fréquence sera présentée par la suite dans la figure 14. Il est placé dans une boîte remplie de laine de roche de sorte à l'isoler acoustiquement.

Dans un deuxième temps, nous avons souhaité étudier la réponse en fréquence ainsi que la directivité de la source. En effet, nous souhaitons obtenir une source omnidirectionnelle qui émette de la même façon dans toutes les directions et à toutes les fréquences.

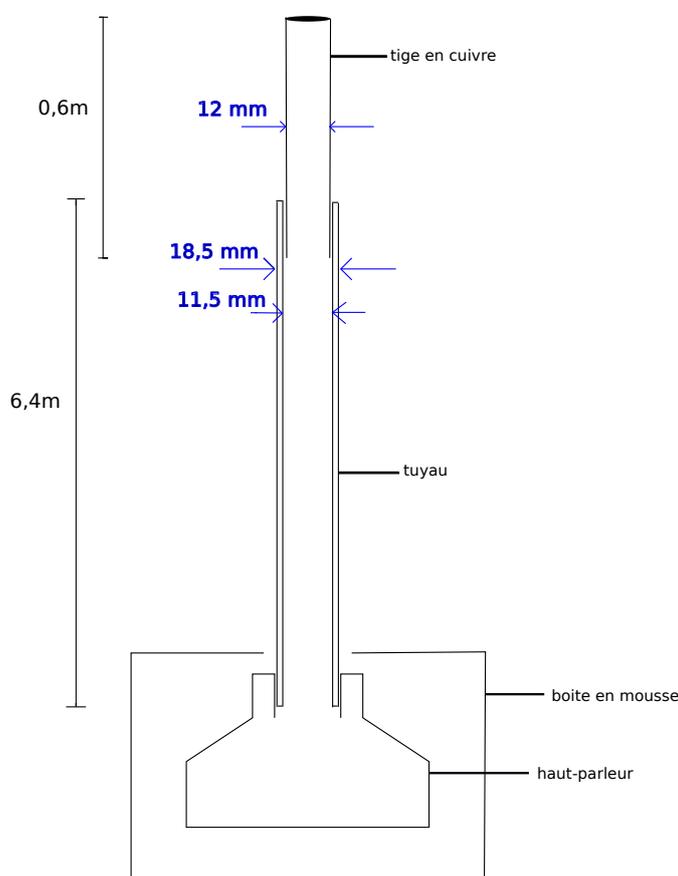


FIGURE 13 – Schéma du montage de la source ponctuelle pour les mesures d’HRTFs en champ proche.

Pour cela, nous nous sommes placés en chambre anéchoïque (à l’IRCAM). Nous avons installé l’ensemble de la source sur une table tournante, avec la tige en laiton à l’horizontal, dont l’extrémité est placée sur l’axe de la table tournante (l’alignement se fait au croisement de trois lasers fixes placés dans la chambre anéchoïque). Un microphone Shoeps omnidirectionnel est installé en face de la sortie du tuyau, dont la réponse en fréquence est plate dans la plage de fréquences qui nous intéresse. Une première mesure de réponse impulsionnelle du tuyau a été réalisée (à azimut 0° , extrémité du tube en face du microphone), en émettant un sinus glissant balayant exponentiellement toutes les fréquences⁸ afin de déterminer sa courbe de réponse en fréquence. Une seconde a été réalisée, haut-parleur seul déconnecté du tuyau (à l’extérieur de la boîte en mousse) afin d’évaluer sa réponse en fréquence.

Dans la figure 14, on peut voir la réponse en fréquence du haut-parleur seul ainsi que celle de l’ensemble de la source.

On remarque que la réponse temporelle du haut-parleur possède une durée d’environ 30ms . Cette information nous sera utile par la suite lors du fenêtrage de la réponse impulsionnelle.

Dans la figure 14, on remarque que le haut-parleur n’émet pas de la même façon à toutes les fréquences. En

8. la méthode utilisée est présentée plus en détails en section 5.1.3

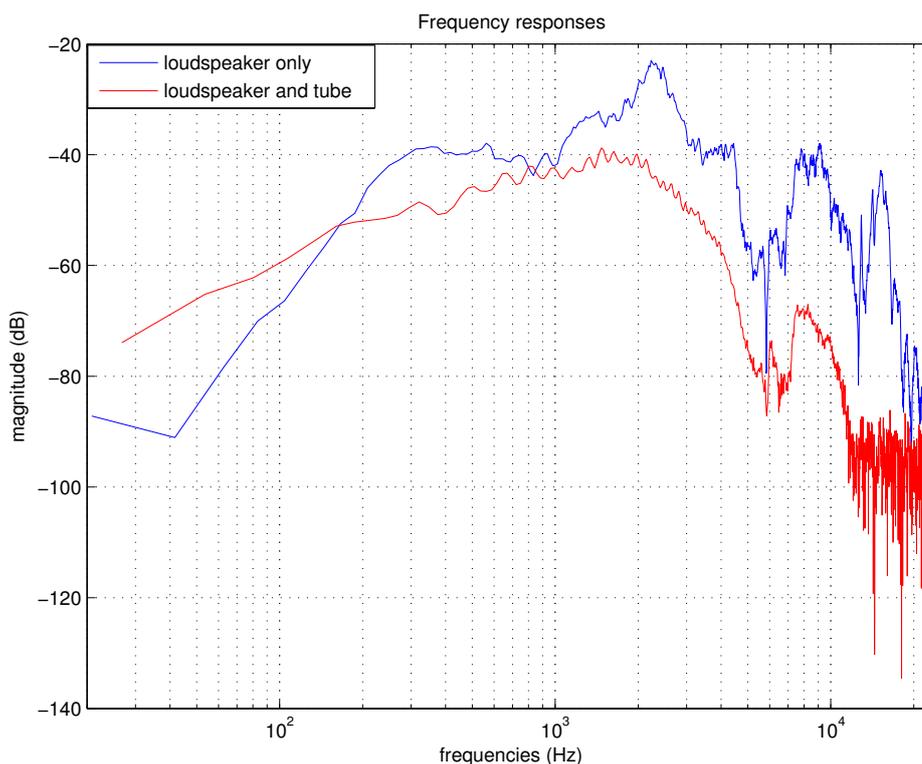


FIGURE 14 – Réponses en fréquence (dB) du haut-parleur Bouyer seul et de l’ensemble de la source (haut-parleur avec tuyau). Ces courbes ont été obtenues par transformée de Fourier de la réponse impulsionnelle issue de la déconvolution de la mesure brute avec le signal d’entrée (voir section 5.1.3 pour plus de détails). Le signal d’excitation est un sinus glissant logarithmique d’une durée de 5,4 secondes. Les mesures ont été moyennées sur deux sinus glissants.

particulier, il n’émet de l’énergie acoustique qu’à partir de 100 – 200 Hz et sa réponse en fréquence chute entre 4,5 kHz à 7 kHz et au-delà de 10 kHz. Ceci n’est pas idéal pour les mesures d’HRTFs dont les valeurs nous intéressent dans cette plage de fréquences. Cependant, nous apportons peu d’importance aux valeurs situées en très hautes fréquences, qui portent l’information de la diffraction sur les petites surfaces telles que le pavillon de l’oreille, que nous n’étudions pas dans le cas de notre étude sur tête sphérique.

On voit que le niveau de la courbe bleue est globalement plus faible que le niveau de la courbe rouge. Cela signifie que le tuyau absorbe une partie de l’énergie qu’il reçoit par le haut-parleur. Cela est dû principalement aux pertes visco-thermiques dans le tuyau et aux réflexions au bout du tuyau causées par la rupture d’impédance inévitable tuyau-air⁹. Il peut également y avoir des pertes d’énergie à la jonction entre le haut-parleur et le tuyau. De plus, on voit que cette différence de niveau varie légèrement en fonction des fréquences, ce qui signifie que la réponse en fréquence globale du tuyau n’est pas plate, sans compter les résonances tous les 26,8 Hz (que l’on n’observe pas car la résolution fréquentielle est insuffisante). Il amplifie légèrement les fréquences situées autour de 1000 Hz et absorbe l’énergie au-dessus de 10 kHz.

Par la suite, nous n’étudierons donc nos données que sur la bande de fréquence exploitable, c’est-à-dire [100 – 4500] Hz.

Pour les mesures de directivité, nous avons utilisé ce même montage en utilisant cette fois-ci la table tournante afin de balayer l’ensemble des angles azimutaux de 0° à 360° par pas de 10°.

9. L’adaptation d’impédance, c’est-à-dire l’application d’une forme en pavillon au bout du tuyau, n’est pas possible ici car elle changerait la directivité du tuyau

Pour obtenir les diagrammes de directivité, nous avons tout d'abord fenêtré la réponse fréquentielle, mesurée à chaque angle, sur la bande de fréquence qui nous intéresse puis effectué une moyenne sur les fréquences correspondantes. La figure 15 représente donc la moyenne (en dB) pour chaque angle azimutal sur des diagrammes polaires. Comme les valeurs ne nous intéressent pas en elles-mêmes, nous avons normalisé les résultats par la valeur maximale du diagramme dans la bande fréquentielle correspondante pour ainsi ne garder que l'information dépendante de l'azimut.

En basses fréquences, on voit qu'il y a peu de variations d'amplitude en fonction de l'angle. En effet, pour les bandes de fréquences $[200 - 315]Hz$ et $[400 - 630]Hz$ les variations sont inférieures à $0.5dB$. Lorsque l'on monte en fréquence, on remarque que les variations sont de plus en plus marquées c'est-à-dire que la source a tendance à devenir plus directive. Cependant, les variations ne dépassent pas $2dB$ et sont donc négligeables.

On peut donc dire que la source est omnidirectionnelle.

5.1.2 Montage

Contrairement au dispositif réalisé par Brungart et Rabinowitz [6], la source n'est pas dotée d'un système de tracking. Nous avons souhaité utiliser le système déjà installé dans la chambre sourde, c'est-à-dire un bras mécanique sur lequel est placé la source, permettant de balayer les indices d'élévation, et une table tournante (pilotée de l'extérieur de la chambre), sur laquelle est placé le sujet (ou la tête artificielle), permettant de balayer les positions azimutales.

Cependant, les moteurs permettant de déplacer verticalement le bras mécanique se sont avérés défectueux. Au lieu d'effectuer des mesures sur une tête artificielle [6], nous avons décidé de les réaliser sur un modèle de tête sphérique, nous permettant ainsi de balayer les positions azimutales uniquement et d'appliquer ensuite la symétrie sphérique. De plus, l'avantage d'effectuer les mesures sur une sphère est qu'elles pourront être comparées au modèle de sphère rigide utilisé lors des simulations (présentées dans la partie 4.2.5). Nous avons donc utilisé une sphère de polystyrène, de 20 cm de diamètre, que nous avons remplie de laine de verre¹⁰, et sur laquelle nous avons placé deux microphones (à électrets Shoeps) sur l'axe interaural passant par le centre de la sphère (positions des oreilles).

L'ensemble du montage est présenté en figure 16 et des photos sont données en annexe A. La sphère en polystyrène était placée sur un pied de microphone installé sur la table tournante, elle-même pilotée d'une interface de contrôle IEEE. Les microphones ont été insérés dans la boule de polystyrène (avec les capsules au niveau de la surface) et ajustés aux positions $\pm 90^\circ$ à élévation 0° , à l'aide de lasers fixes installés dans la chambre anechoïque. Le tube était fixé sur deux barres en aluminium attachées sur le bras mécanique (fixé à élévation 0°), pouvant être déplacées horizontalement afin d'ajuster la distance entre la tête et la source. Toutes les surfaces susceptibles d'être sources de réflexions ont été recouvertes de mousse (le bras mécanique, les barres en aluminium, la table tournante, etc...). Nous avons réalisé les mesures à 12, 24, 36, 48, 72 et 96 cm du centre de la tête de façon à étudier le comportement des fonctions de directivité dans la région proximale.

10. pour éviter les résonances de la cavité et s'approcher au plus près d'une sphère rigide

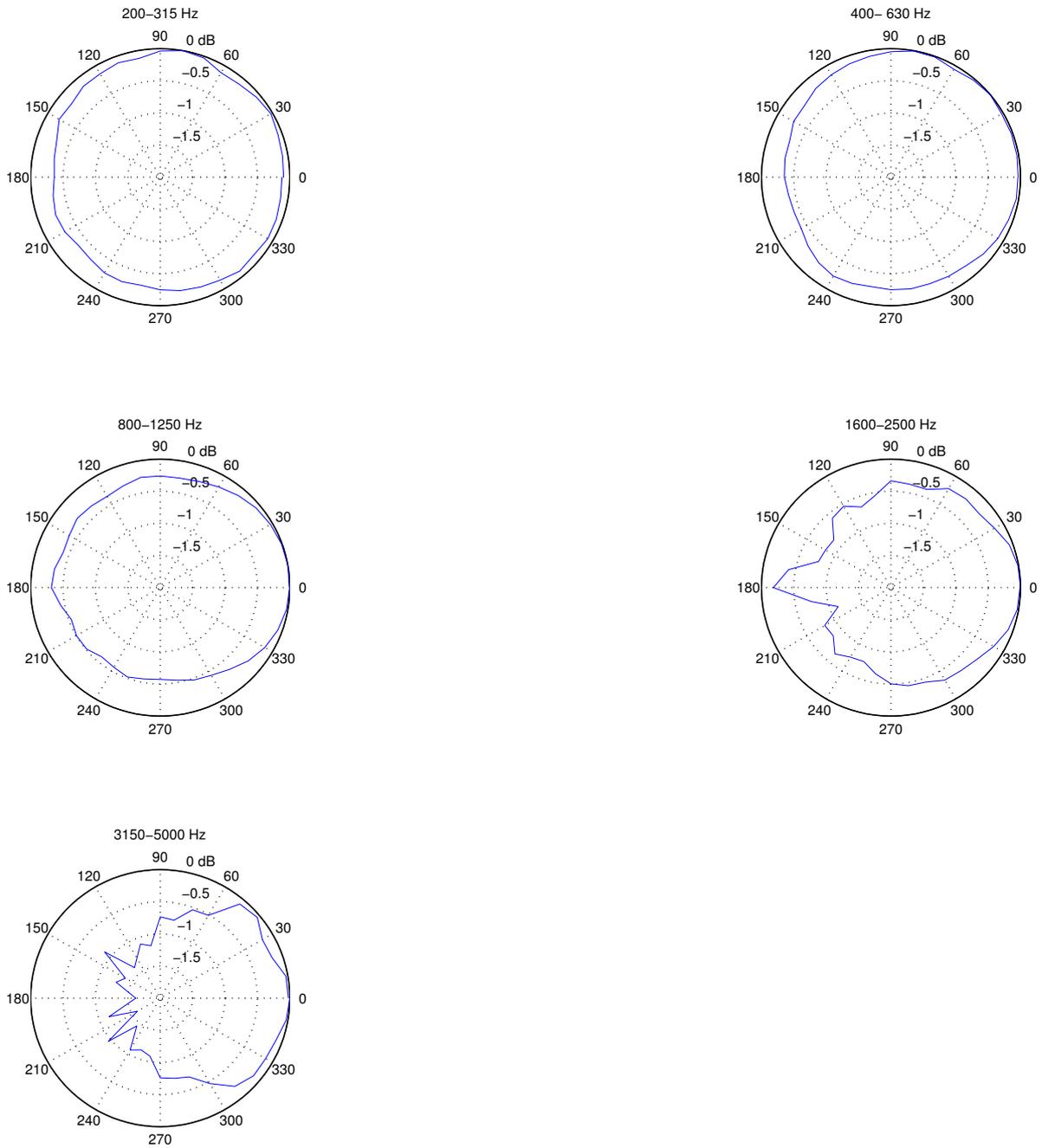


FIGURE 15 – Diagrammes de directivité de la source pour plusieurs bandes de fréquences. L'échelle des diagrammes polaires est la même pour chaque bande de fréquences, c'est-à-dire $[-2; 0]dB$.

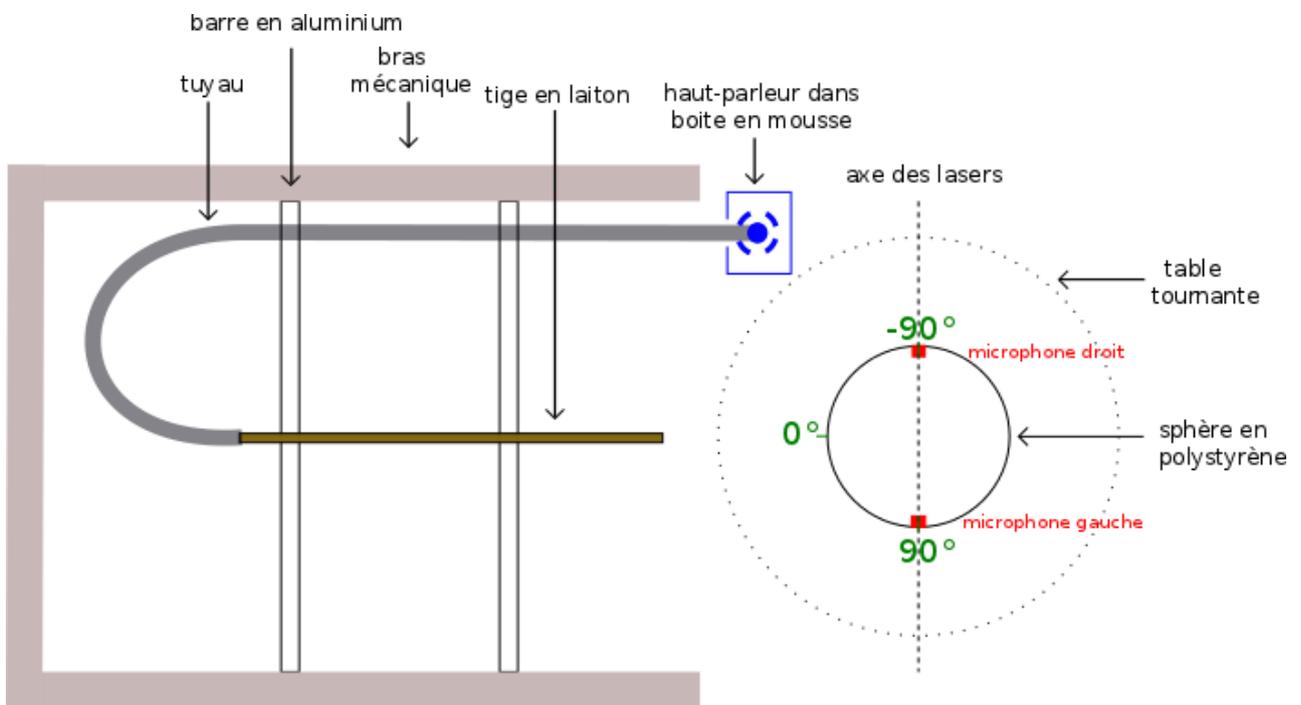


FIGURE 16 – Schéma du dispositif utilisé pour les mesures d’HRTFs en champ proche avec un modèle de tête sphérique.

5.1.3 Signal d'excitation

Pour toutes les mesures, nous avons utilisé un patch Max/MSP¹¹ nous permettant d'automatiser le pilotage de la table tournante, le réglage des paramètres de contrôle, le lancement des mesures et l'acquisition des données.

Le signal d'excitation est, pour toutes les mesures, un (ou plusieurs) sinus glissant logarithmique, c'est-à-dire un sinus qui balaye toute la bande de fréquence $[\omega_1, \omega_2]$ dans laquelle on souhaite mesurer le système, pendant une durée T . L'avantage de cette méthode est qu'elle permet de minimiser l'impact des éventuelles non-linéarités présentes dans le système mesuré, comme la distorsion harmonique observable sur les haut-parleurs soumis à une excitation importante. Dans le cas d'un sinus glissant logarithmique, ces distorsions se traduisent par une superposition de sinus glissants retardés les uns par rapport aux autres d'un intervalle Δt déterminé par la longueur T du sinus glissant [26] :

$$\Delta t = T \frac{\ln(N)}{\ln\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)}$$

où N est l'ordre de la distorsion de fréquence Nf_0 . Après déconvolution par le signal de mesure, ces distorsions se manifestent sur la réponse impulsionnelle par une série de pics parasites précédant la réponse impulsionnelle étudiée. Il est ainsi possible de distinguer les distorsions harmoniques du signal original et d'assurer qu'elles ne perturbent pas la réponse impulsionnelle du système.

Une partie du travail a été l'étude du taux de distorsion du haut-parleur utilisé en fonction du niveau d'entrée afin de trouver un compromis entre un faible taux de distorsion et un niveau d'excitation suffisant à la sortie du tube. Pour avoir une idée du taux de distorsion associé au niveau d'entrée que nous avons utilisé pour les mesures, nous présentons le spectrogramme du signal d'excitation en figure 17 (la durée du signal d'excitation présenté dans cette figure n'est pas représentative de celle utilisée dans les mesures).

Dans la figure 17, on observe clairement les distorsions harmoniques créées par le haut-parleur dont les fréquences sont à des multiples des fréquences balayées par le sinus glissant, ce qui permet de les distinguer du signal original.

Pour améliorer le rapport signal sur bruit, il faut allonger la durée du signal d'excitation, soit en augmentant la durée de balayage des fréquences par le sinus glissant, soit en moyennant la mesure sur plusieurs sinus glissants (ou cycles). Nous avons testé plusieurs configurations en modifiant d'un côté la durée du signal et de l'autre le nombre de sinus consécutifs, en cherchant à minimiser la durée de la mesure. Le compromis que nous avons trouvé entre un bon rapport signal sur bruit et une courte durée de mesure a été d'utiliser des sinus glissant de courte durée (1, 365s) mais répétés plusieurs fois : 4 cycles pour les mesures à 12, 24, 36 et 48cm et 8 cycles pour les mesures à 72 et 96 cm (car le niveau du signal au microphone est plus faible pour des grandes distances). Chaque cycle était séparé des autres par un intervalle de temps supérieur à 2 secondes afin d'éviter que les distorsions n'affectent le signal d'excitation précédent.

11. issu du logiciel SPAT, développé par l'IRCAM, puis adapté au dispositif

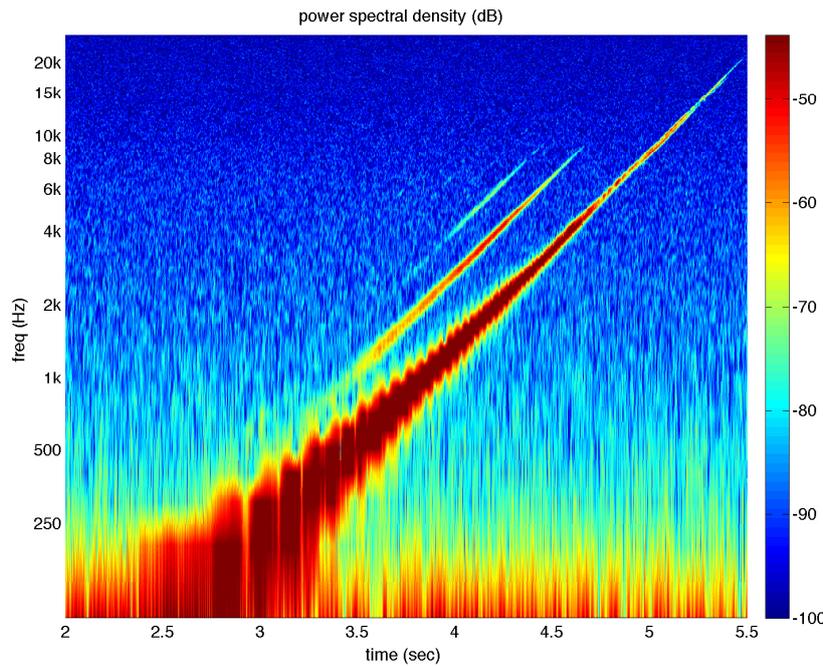


FIGURE 17 – Spectrogramme du signal d’excitation (sinus glissant) brut capté avec un microphone Schoeps placé en face de l’extrémité du tuyau.

5.2 Post-traitement des données

Les mesures d’HRTFs ont donc été réalisées sur une tête sphérique en plaçant la source ponctuelle à différentes distances et en enregistrant le champ de pression aux positions des deux oreilles (voir schéma en figure 16). Pour obtenir les HRTFs, les signaux bruts enregistrés nécessitent d’être déconvolués du signal d’excitation et égalisés par rapport à un champ sonore de référence de façon à retirer la réponse du système d’acquisition et à ne garder que l’information dépendante de la direction. Enfin, pour obtenir une sphère complète de mesures, il sera nécessaire de dupliquer les points mesurés en appliquant certaines considérations de symétrie.

5.2.1 Déconvolution

Tout d’abord, nous avons déconvolué le signal de sortie par le signal d’entrée pour récupérer la réponse impulsionnelle du système. La méthode de déconvolution utilisée ici consiste à convoluer le signal de sortie par le signal d’entrée retourné temporellement [26].

La figure 18 présente le type de réponse impulsionnelle obtenue. Le vecteur temps a été initialisé en fonction de la latence du système¹². L’identification des différents maxima est nécessaire afin de déterminer la partie qui nous intéresse c’est-à-dire celle qui correspond à l’excitation du système par la source ponctuelle. D’après la figure 18, on peut identifier chaque pic grâce à l’information temporelle :

$$t_3 - t_2 = 0.0437s$$

soit

$$d = 0.0437 * 343 = 14.98m$$

12. La latence du système a été évaluée par une mesure bouclée dans la carte son à une valeur de $t_{latence} = 0.04694s$.

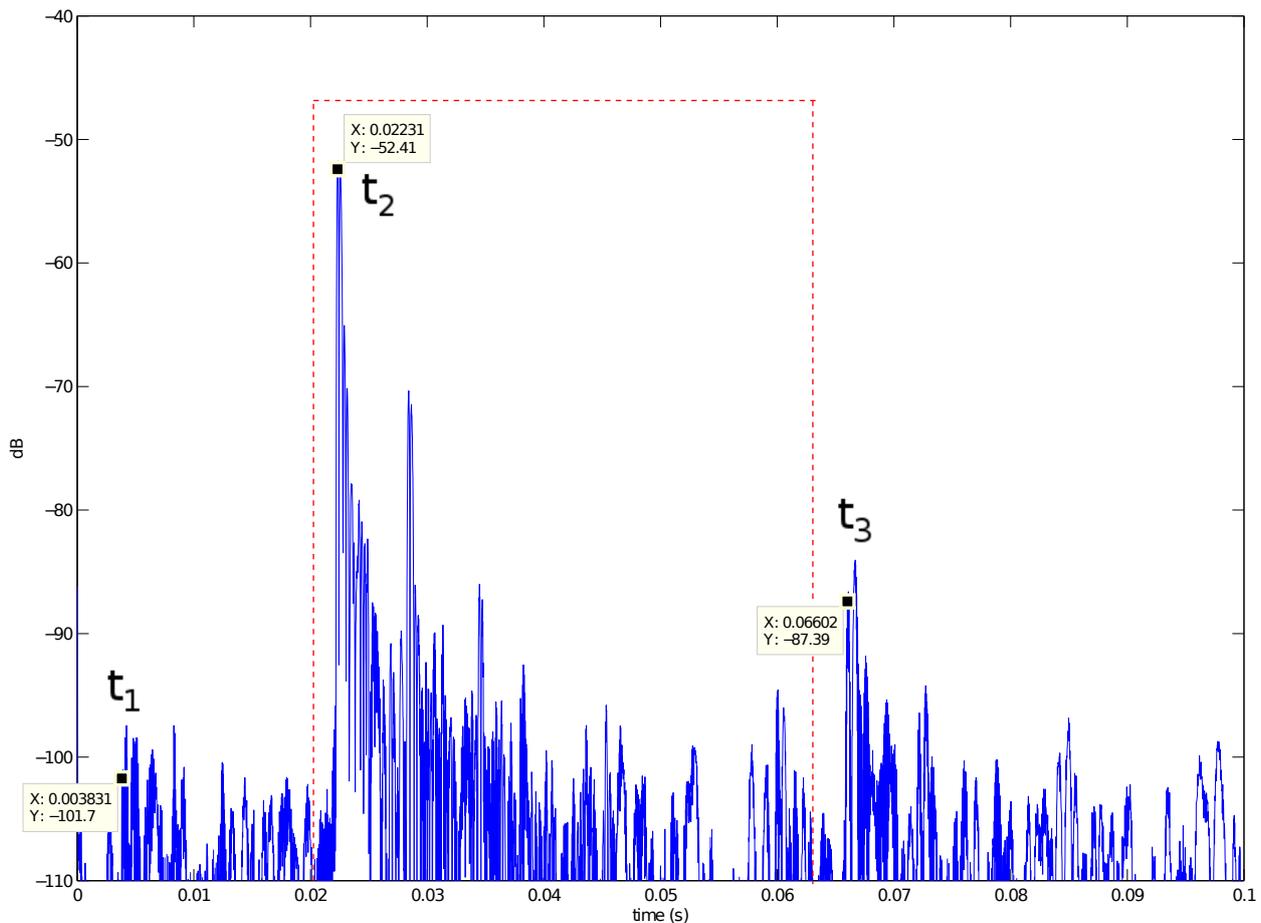


FIGURE 18 – Réponse impulsionnelle (dB) du microphone gauche mesurée à $+90^\circ$ (microphone en face du tube) avec la source ponctuelle située à 24cm du centre de la tête sphérique. L'information temporelle de chaque pic est représentée par sa coordonnée x . La fenêtre de troncature utilisée pour obtenir toutes les HRTFs est représentée en pointillés rouges.

or,

$$2(L_{\text{tuyau}} + L_{\text{tige}}) = 2(6.4 + 1) = 14.8\text{m}$$

Donc il s'agit de la distance aller-retour dans le tuyau, c'est-à-dire à une réflexion.

$$t_1 = 0.0038\text{s}$$

soit

$$0.0038 * 343 = 1.3\text{m}$$

or, la distance entre le haut-parleur et le centre de la tête a été mesurée approximativement à 1.25m donc il s'agit ici du rayonnement du haut parleur.

Ainsi, on fenêtré le signal sur 2048 échantillons entre 0.0206s et 0.0633s (comme représenté en pointillés sur la figure 18), soit la partie de la réponse impulsionnelle correspondant au signal émis par la source. Cette longueur de fenêtre convient à englober toute la réponse de la source et à tronquer la réponse impulsionnelle avant la réflexion dans le tuyau. Le temps d'arrivée du signal au microphone diffère suivant la position de la source par rapport au microphone. Cependant, nous nous sommes assurés que la fenêtre

utilisée convient à englober les réponses impulsionnelles de toutes les mesures.

Puis, nous avons équilibré les deux micros dont les sensibilités diffèrent très légèrement (niveau du microphone gauche plus faible). Pour cela, nous avons calculé l'énergie de la réponse impulsionnelle totale, captée lorsque la source est à 180° , à chaque microphone, calculé le rapport entre les énergies gauche et droite et enfin compensé le gain du microphone gauche de la même façon pour toutes les mesures.

5.2.2 Egalisation

Il existe plusieurs méthodes d'égalisation des enregistrements binauraux [27]. En raison de l'allure "chahutée" de la réponse en fréquence de notre système, nous avons choisi de normaliser les HRTFs par rapport à une mesure : celle effectuée à une distance donnée, 24cm , et en face du microphone (soit la mesure à -90° pour égaliser les mesures enregistrées au microphone droit et la mesure à $+90^\circ$ pour égaliser les mesures au microphone gauche). Le choix de ces mesures "de référence" est motivé par le fait qu'elles possèdent un bon rapport signal sur bruit (distance microphone-source minimale) et qu'elles permettent ainsi de caractériser le mieux la réponse en fréquence de la source. Pour éviter l'amplification des basses et hautes fréquences lors de la division des spectres d'amplitude des HRTFs par le filtre d'égalisation, nous avons aplatis le gabarit du filtre en-dessous de 150Hz et au-dessus de 4000Hz .

Dans la figure 19, on peut voir, pour les mesures au microphone gauche, les mesures à 90° avant et après égalisation, pour chaque distance.

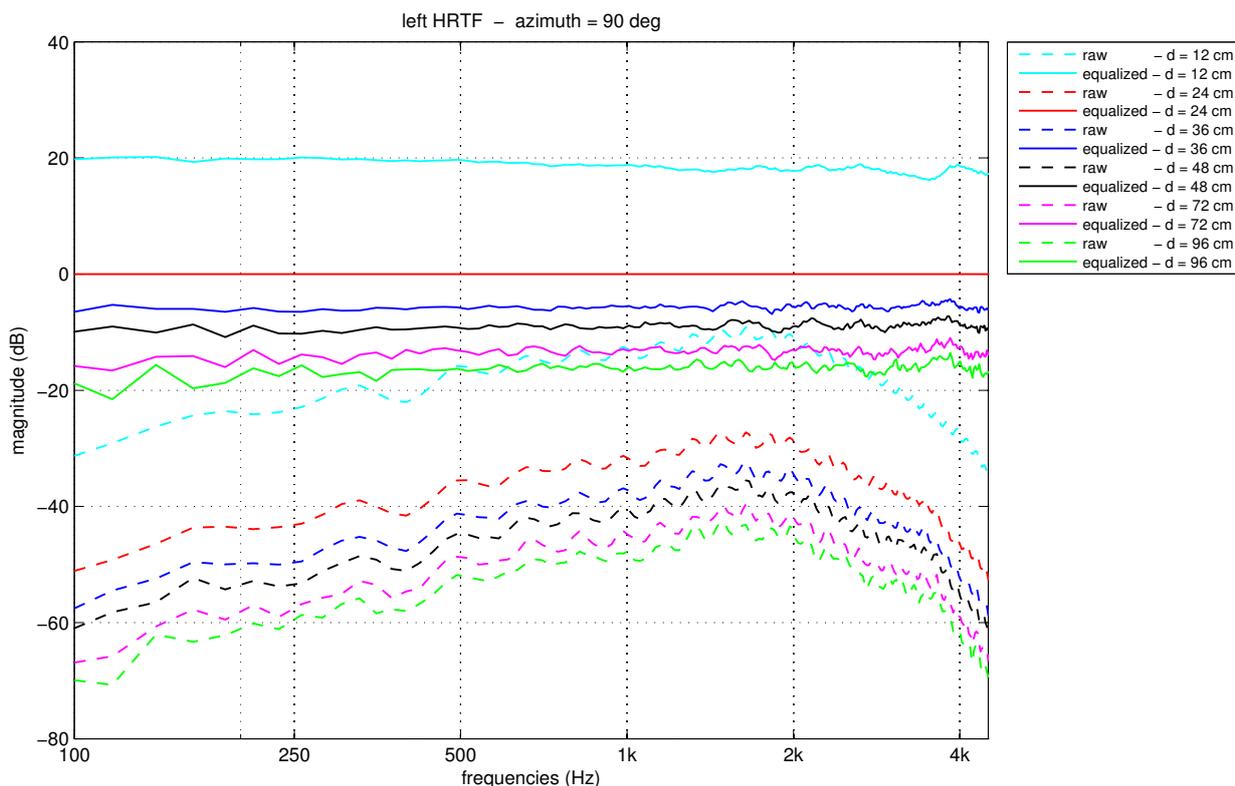


FIGURE 19 – Amplitude (dB) des réponses en fréquences gauches mesurées à 90° avant (pointillés) et après (trait plein) égalisation par la mesure à 24cm .

5.2.3 Application de la symétrie sphérique

L'avantage d'utiliser un modèle de tête sphérique est qu'il est possible d'utiliser des considérations de symétrie sphérique pour réduire le nombre de points de mesures nécessaires.

Dans un premier temps, nous souhaitons vérifier la symétrie sphérique. Pour cela, nous avons tout d'abord réalisé les mesures d'HRTFs à une distance donnée en balayant toute les positions azimutales (sur 360°) par pas de 2° à élévation 0° (plan horizontal). Par la suite, nous réduirons la résolution azimutale à 4° pour gagner en temps de calcul.

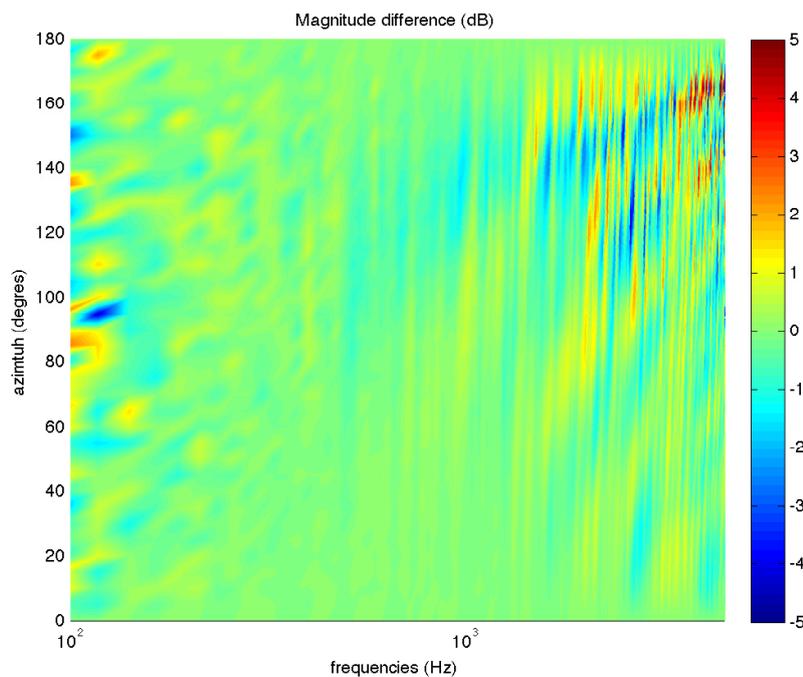


FIGURE 20 – Différence entre les spectres d'amplitude (dB) des mesures effectuées sur la face avant de la sphère (de +90° à -90° dans le sens anti-trigonométrique) et les mesures faites sur la face arrière de la sphère (de -90° à +90° dans le sens trigonométrique). Le pas d'azimut est de 2° et la source ponctuelle émet à 35cm du centre de la tête sphérique. Les résultats ne sont présentés que pour la bande de fréquence exploitable : [100; 4500] Hz

La figure 20 représente la différence entre les spectres d'amplitude (calculée selon l'équation 25) des HRTFs mesurées à l'oreille gauche sur la face avant et arrière de la sphère. Autrement dit, on calcule la différence entre la mesure à +88° et la mesure à +92°, et ainsi de suite, sachant que le microphone gauche se situe à l'azimut +90°. On remarque une légère augmentation de la différence entre les azimuths 110° et 170°. Cela s'explique par le fait que la source est alors du côté controlatéral de la position du microphone où le niveau de pression est alors plus faible car la surface de la sphère lui fait obstacle.

Ainsi, les mesures sont symétriques dans le plan horizontal par rapport à l'axe interaural. On peut donc considérer qu'elles peuvent être effectuées uniquement sur 180° puis dupliquées par symétrie autour de cet axe. De plus, on peut généraliser les résultats et considérer que les mesures sont identiques sur toute la surface longitudinale de la tranche de la sphère de rayon [axe interaural-point mesuré] (coordonnée y du point dupliqué) comme représenté dans la figure 21. A noter que seules les valeurs à $\pm 90^\circ$, situées sur l'axe interaural, ne sont pas dupliquées.

On obtient alors la grille d'échantillonnage présentée dans la figure 22 et dont les propriétés sont présentées dans la section 3 sur l'étude des grilles d'échantillonnage sphérique. On peut voir sur cette figure que la distribution des points est proche d'une grille gaussienne. La différence est qu'ici les pas d'élévation sont

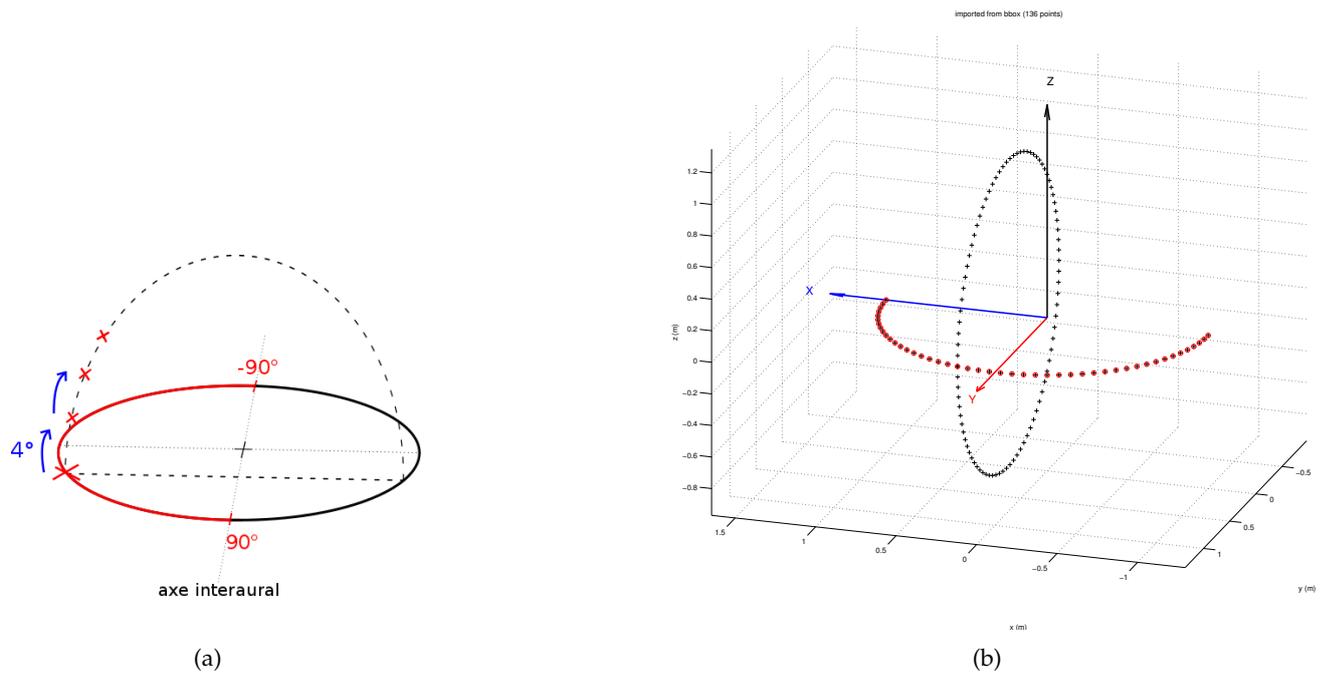


FIGURE 21 – Illustrations de la duplication des mesures effectuées dans le plan horizontal entre les azimuts -90° et $+90^\circ$ (partie en rouge). Le point mesuré à élévation 0° est dupliqué sur toute la tranche longitudinale de la sphère correspondante par pas de 4° d'élévation, et sur 360° (en (a), seule la partie supérieure de la sphère est représentée). La résolution azimutale et la résolution en élévation sont égales..

constants sur toute la tranche longitudinale de la sphère contrairement aux coordonnées des angles de site des grilles gaussiennes qui s'obtiennent par des calculs complexes (voir [13] pour plus de détails).

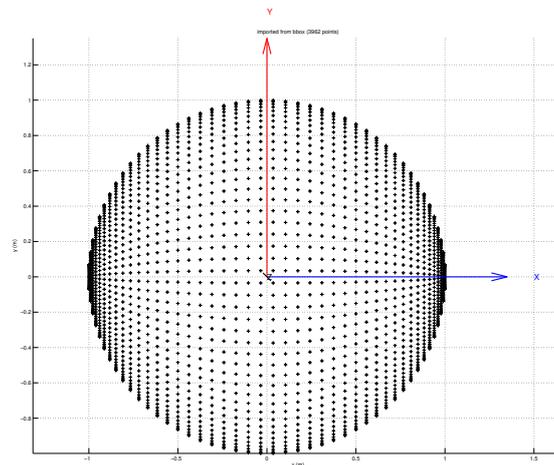


FIGURE 22 – Grille d'échantillonnage "MeasurementGrid" obtenue par duplication des points sur la sphère par symétrie sphérique

Après avoir appliqué la symétrie sphérique aux mesures, on obtient le couple de mesures d'HRTFs pour une sphère complète, pour chacune des distances. Dans la figure en annexe B, on peut voir l'amplitude de l'HRTF gauche dans le plan horizontal pour chaque distance mesurée.

6 Comparaison entre les mesures et le modèle analytique

Dans cette section, nous reprenons le modèle analytique présenté en section 4 pour réaliser des simulations dans le but de comparer les résultats théoriques aux résultats expérimentaux.

Nous utilisons les mêmes paramètres que ceux utilisés pour les mesures et effectuons les mêmes étapes de traitement. Les sources sont omnidirectionnelles et la fréquence d'échantillonnage est de $48kHz$. Le rayon de la tête est identique ($10cm$) et nous calculons le champ de pression (résultant de la diffraction) aux azimuts -90° et $+90^\circ$, à la surface de la sphère rigide¹³ (positions des oreilles). L'ordre des simulations est $N = 50$.

Tout d'abord, nous avons simulé pour des sources situées aux azimuts compris entre -90 et $+90^\circ$, par pas de 4° et ce, pour chaque rayon r_s correspondant aux distances où ont été mesurées les HRTFs. Puis, comme pour les mesures, nous avons utilisé la méthode de duplication par symétrie sphérique présentée dans la section 5.2.3. Nous obtenons donc la grille "MeasurementGrid" de 3962 points, identique aux mesures. De plus, par cohérence avec le paragraphe 5.2.2, les simulations ont été égalisées par rapport à la réponse ipsilatérale (90°) à $24cm$ (obtenue par simulation).

Dans la figure 23 sont représentés les résultats expérimentaux et numériques aux angles $+90^\circ$ et -60° en référence aux phénomènes étudiés dans la section 4.2.3.

Dans cette figure, on observe que la courbe correspondant à l'angle 90° et à la distance $24cm$ est constante à $0dB$ car c'est par cette donnée qu'on a égalisé les mesures et les simulations.

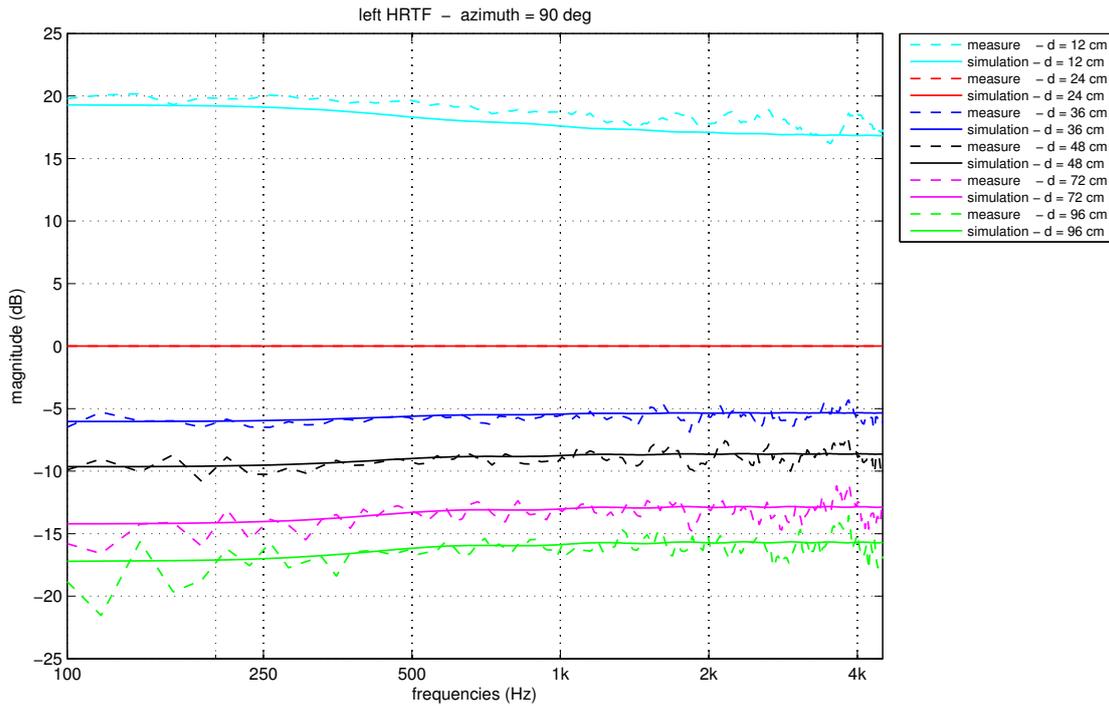
On observe que le niveau des courbes expérimentales et théoriques est à peu près semblable, sauf en hautes fréquences pour les courbes à azimut -60° , en particulier celles qui correspondent aux petites distances.

Pour l'azimut $+90^\circ$, on observe une légère augmentation du niveau des courbes à $36, 48, 72$ et $96cm$ et une légère diminution pour la courbe à $12cm$, en hautes fréquences. Ces observations correspondent au "high frequency doubling effect". D'après la théorie, ce phénomène est moins marqué pour les faibles distances. C'est ce que l'on observe. En effet, comme les courbes ont toutes été égalisées par la mesure à $24cm$, les courbes à $12cm$ diminuent légèrement en hautes fréquences car l'amplification est moindre à cette distance qu'à $24cm$. Le phénomène étant plus marqué pour les distances supérieures, cela explique la légère augmentation relative des autres courbes en hautes fréquences.

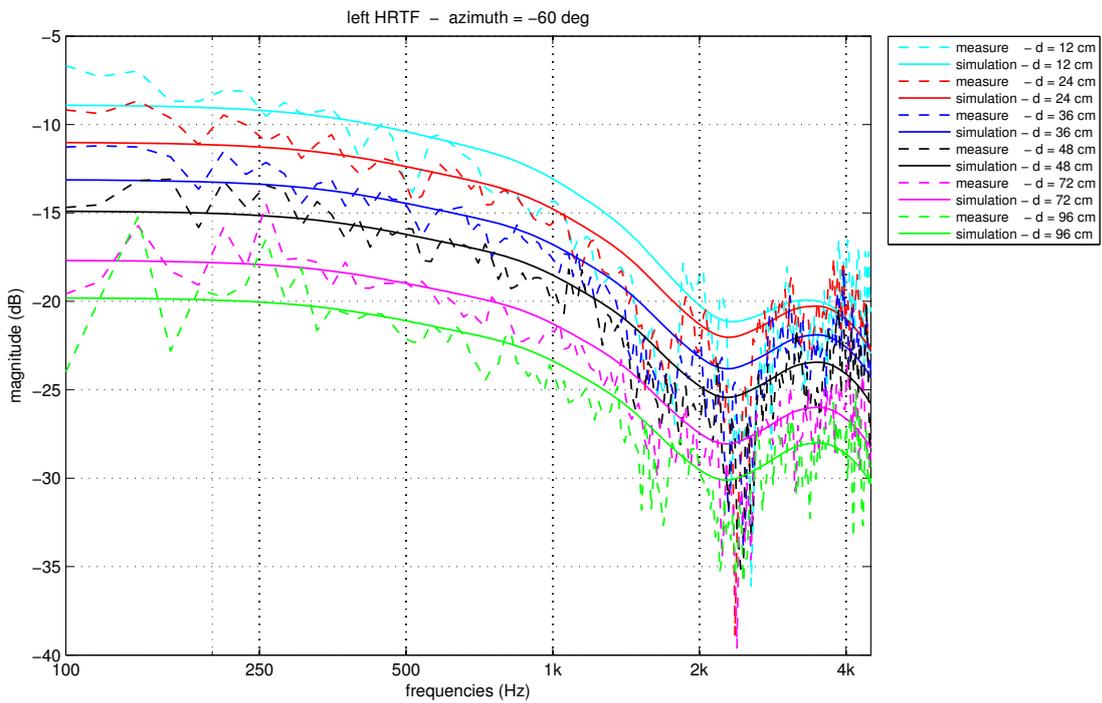
Dans la figure 23(b), correspondant à la direction contralatérale -60° , on observe que le niveau de toutes les courbes chute entre $100Hz$ et $2kHz$, augmente légèrement pour rechuter entre 3 et $4kHz$. Il s'agit d'un début d'ondulations en hautes fréquences caractéristique du "bright spot". Malheureusement, la bande passante de notre source de mesure reste limitée pour nous permettre d'observer cet effet en totalité. De plus, les courbes expérimentales sont assez chahutées, malgré l'égalisation par la mesure à $24cm$. Cela est dû au moins bon rapport signal sur bruit que lorsque la source est du côté ipsilatéral. Enfin, les courbes expérimentales présentent un creux plus marqué à $2kHz$ que nous n'avons pas réussi à interpréter.

Ainsi, on retrouve bien les effets d'amplification à 90° et les effets d'ombre à -60° étudiés en section 4.2.3. De plus, on voit que, pour les deux angles étudiés, les résultats expérimentaux coïncident avec ceux de la théorie.

13. Concernant les mesures, on fait l'approximation que la sphère est "rigide", bien qu'on ait pris quelques précautions notamment en la remplissant de laine de verre pour éviter les résonances de la cavité.



(a) Hrtfs gauches à azimuth $+90^\circ$ et élévation 0° , côté ipsilatéral.



(b) Hrtfs gauches à azimuth -60° et élévation 0° , côté controlatéral.

FIGURE 23 – Amplitude (dB) des HRTFs gauches expérimentales (en pointillés) et numériques (en trait plein) à différentes distances. Les mesures et les simulations ont été égalisées par rapport à la donnée à $+90^\circ$ et à 24cm .

7 Extrapolation à partir des mesures

Nous souhaitons à présent tester la méthode d'extrapolation [5] présentée en section 4.2.5 sur les mesures réelles en comparaison avec les simulations. Rappelons tout d'abord les étapes de l'extrapolation.

Dans un premier temps, on charge les mesures à une distance donnée r_0 puis on décompose le champ sonore sur la base des harmoniques sphériques afin d'en déduire les coefficients $a_{nm}(k, r_0)$. La décomposition est faite jusqu'à l'ordre $N = 40$, en accord avec la grille d'échantillonnage utilisée. On utilise la pondération de Voronoi pour pallier la distribution irrégulière des points, et la régularisation de Tikhonov lors de l'inversion de la matrice. On applique ensuite le rapport des fonctions de Hankel au spectre spatial obtenu (c.f équation 21) pour en déduire les coefficients à r_1 . Pour recomposer le champ sonore à cette distance, on applique les coefficients $a_{nm}(k, r_1)$ à la base des harmoniques sphériques calculée sur la grille. Ici, on étudie uniquement le cas de l'extrapolation de l'intérieur vers l'extérieur ($r_1 > r_0$).

Dans la figure 24, on peut voir les résultats de l'extrapolation sur la simulation et la mesure, de 24cm à 96cm ainsi que les données respectives à ces deux distances pour deux angles donnés : $+90^\circ$ (source devant l'oreille) et -60° (position du "bright spot").

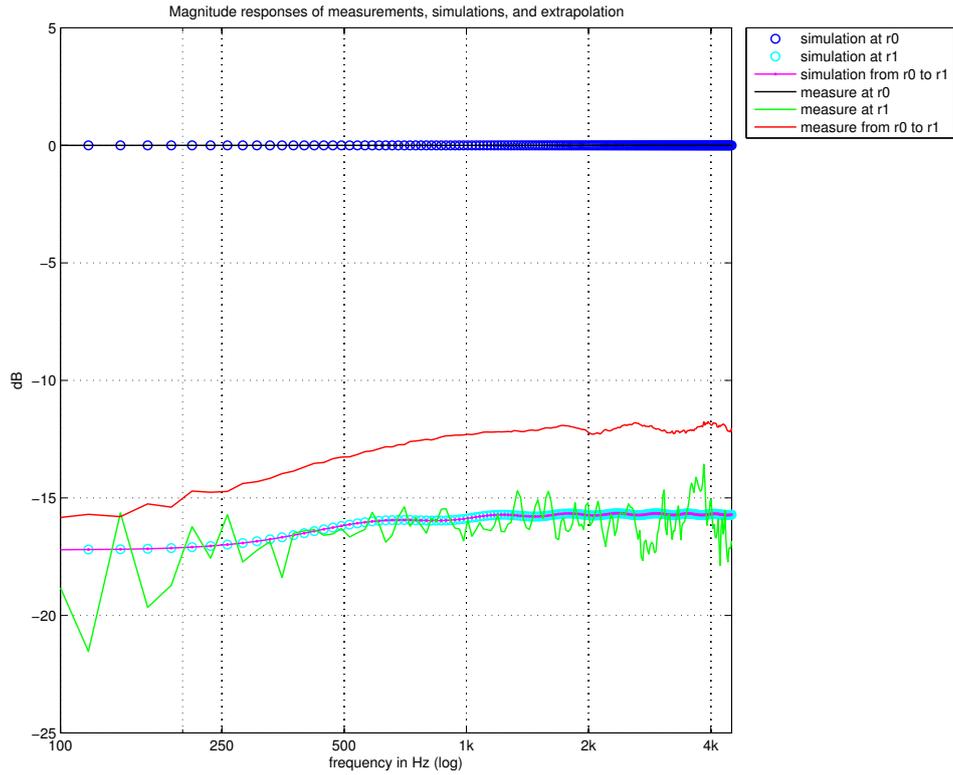
La figure 24 présente les mêmes résultats qu'obtenus dans la partie 6 concernant la comparaison entre les simulations et les mesures. Cela dit, elle apporte une information supplémentaire, elle présente les résultats de l'extrapolation sur la mesure et la simulation. Pour la simulation, on peut voir que la courbe de la donnée extrapolée à r_1 se superpose parfaitement à la donnée de référence à r_1 , pour les deux positions azimutales présentées. L'extrapolation vers l'extérieur fonctionne donc très bien pour les simulations. Ce résultat est en accord avec l'étude [5].

Concernant les mesures, on voit que dans le cas de l'azimut 90° , la mesure extrapolée à r_1 possède un niveau très supérieur à la mesure de référence. Au contraire, pour l'azimut -60° , la mesure extrapolée possède un niveau très inférieur à la mesure de référence. Bien que les profils fréquentiels extrapolés de 24cm à 96cm présentent des similitudes qualitatives avec les mesures effectuées à 96cm, on note donc un biais assez important entre mesures et extrapolation. Ce résultat est contradictoire puisque les mesures à 24cm et à 96cm suivent au bruit près les courbes théoriques.

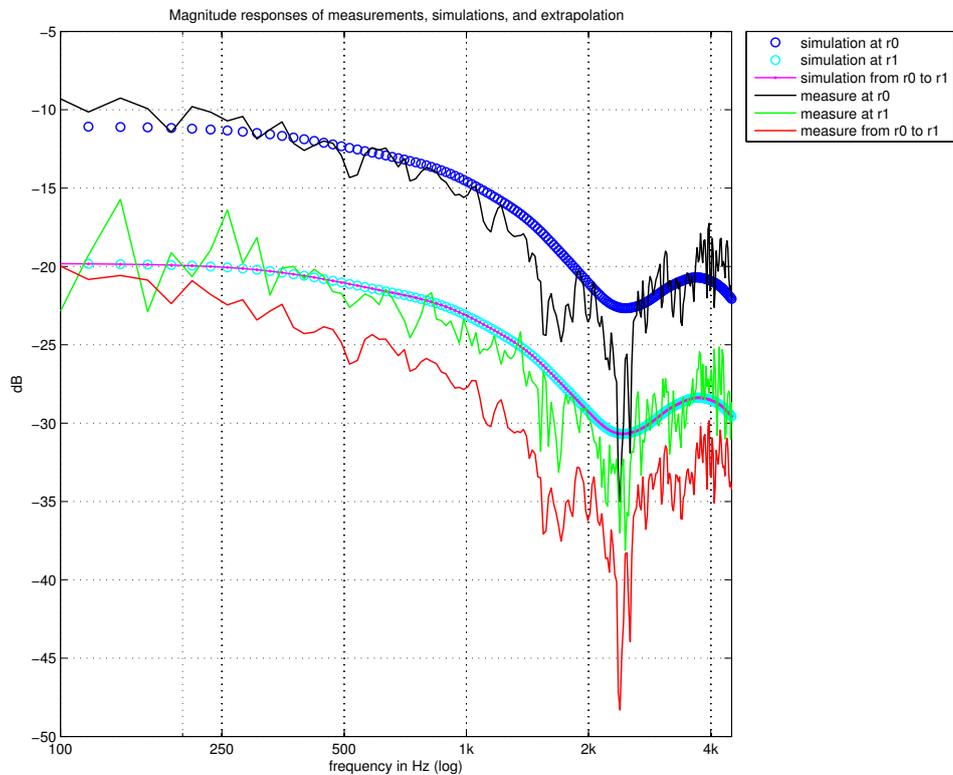
Deux hypothèses sont envisagées pour expliquer ce problème observé uniquement sur les mesures.

Tout d'abord, les mesures contiennent du bruit, contrairement aux simulations. On peut penser que le bruit de mesure aura d'autant plus de conséquence suite à la duplication de ces données bruitées pour reconstruire l'échantillonnage complet sur la sphère. De plus, il existe une incertitude sur le placement de la source. De légères déviations entre le centre de la tête et le centre de rotation pourraient induire des changements de distance en fonction de l'azimut.

Nous avons ajouté ces facteurs d'incertitude aux simulations pour déterminer quels en sont les impacts sur l'extrapolation. Tout d'abord, nous avons ajouté un bruit blanc dans les simulations ($SNR = 20dB$). Puis, nous avons ajouté une incertitude sur les positions où l'on simule le champ sonore. Cependant, ces deux facteurs ne semblent pas affecter dans les mêmes proportions la qualité de l'extrapolation à partir des simulations.



(a) Hrtfs gauches à azimuth $+90^\circ$ et élévation 0° .



(b) HRTFs à azimuth -60° et élévation 0° .

FIGURE 24 – Amplitude (dB) des HRTFs simulées et mesurées à $r_0 = 24\text{cm}$, $r_1 = 96\text{cm}$ et extrapolées de r_0 à r_1 . Les mesures et les simulations ont été égalisées par la donnée à 24cm .

8 Conclusion

Nous avons mené une étude théorique et expérimentale du comportement des HRTFs en champ proche.

Une première étude sur les grilles d'échantillonnage sphérique proposées dans la littérature a été réalisée afin de déterminer celle qui serait utilisée dans le dispositif de mesures. Cette étude a permis de mettre en évidence leurs caractéristiques pratiques mais aussi leurs propriétés liées à la représentation du champ sonore en harmoniques sphériques, en particulier concernant l'orthonormalité des harmoniques sphériques et le conditionnement de la matrice d'inversion. Les échantillonnages de type gaussien et équi-angulaire ont présenté de nombreux avantages. Cependant, la grille équi-angulaire requiert beaucoup de points et la grille gaussienne ne possède pas des espacements réguliers entre ses angles d'élévation. La distribution de points utilisée à l'issue des mesures s'est alors révélée être un bon compromis entre ces deux types d'échantillonnage.

Cela dit, cette étude sur les différentes grilles a été effectuée en supposant que les mesures pouvaient se faire sur la sphère complète alors qu'en pratique c'est souvent impossible. Nous avons mentionné les méthodes de régularisation et de remplissage des données manquantes proposées dans la littérature. Cependant, un travail plus poussé de l'analyse de ces méthodes serait nécessaire.

L'étude théorique des HRTFs en champ proche a consisté à calculer numériquement la variation du champ de pression sonore, créé par une source omnidirectionnelle, à la surface d'une sphère rigide, en fonction de la distance et de la direction de la source. Les résultats ont mis en évidence les principales caractéristiques des HRTFs en champ proche pour des sources dans le plan horizontal : (1) une augmentation de l'ILD en basses fréquences (2) une augmentation de l'amplitude quand la source se rapproche (3) une amplification hautes fréquences à l'oreille ipsilatérale (4) une atténuation hautes fréquences à l'oreille controlatérale (5) une combinaison d'interférences constructives et destructives à l'hémichamps controlatéral de la tête (6) un filtrage passe-bas des sources quelle que soit la direction. Les simulations ont également permis d'observer le phénomène du repliement spatial dépendant de l'ordre de la décomposition du champ sonore.

Pour des raisons pratiques, la partie expérimentale s'est reposée sur ce même cas simplifié d'une sphère. Le dispositif mis en place s'est basé sur celui proposé par Brungart et Rabinowitz [6]. Nous avons vérifié le caractère omnidirectionnel de la source. Cependant, le haut-parleur que nous avons utilisé n'émettait pas dans une bande de fréquences assez large. De plus, à cause des distorsions produites par le système, le niveau de la source choisi s'est avéré insuffisant pour obtenir un bon rapport signal sur bruit à toutes les distances et dans toutes les directions. Par conséquent, nous n'avons pu exploiter nos résultats que dans l'intervalle de fréquence $[100 - 4500] Hz$ et certaines mesures étaient relativement bruitées. Cela dit, nous avons pu mettre en parallèle les résultats théoriques et expérimentaux et mettre en évidence de nombreuses corrélations, notamment en ce qui concerne les caractéristiques principales des HRTFs en champ proche.

Pour améliorer le dispositif, il faudrait premièrement trouver un moteur de haut-parleur qui émette dans bande de fréquence plus large puis imaginer un montage plus flexible que celui actuellement présent dans la chambre anéchoïque. Par exemple, un montage avec lequel on puisse effectuer des mesures à des angles d'élévation plus bas, sans être contraint par le bras de mesure, permettant ainsi de réduire le manque de données sur la partie inférieure de la sphère et améliorer la qualité de la représentation du champ sonore sur la base des harmoniques sphériques.

On pourrait également imaginer trouver une autre source ponctuelle en utilisant des sources multi haut-parleurs miniaturisées [28] ou bien en se basant sur une technologie différente, par exemple en utilisant des modèles à échelle réduite [29].

Un des objectifs principaux de ce travail était d'étudier la méthode d'extrapolation proposé par [5] basée sur le modèle de propagation radial. En particulier, nous avons voulu répondre au problème lié à l'extrapolation de champ lointain à champ proche soulevé par [5]. Pour cela, nous avons proposé la méthode

du "*hard limiting*" que nous avons testée à l'aide des simulations. Cette méthode s'est montrée efficace et capable de s'adapter à différentes distances d'extrapolation et différents rapports signal sur bruit. Les résultats que nous avons obtenus pourront servir par la suite pour le choix du paramètre α à utiliser en fonction des paramètres de l'extrapolation réalisée.

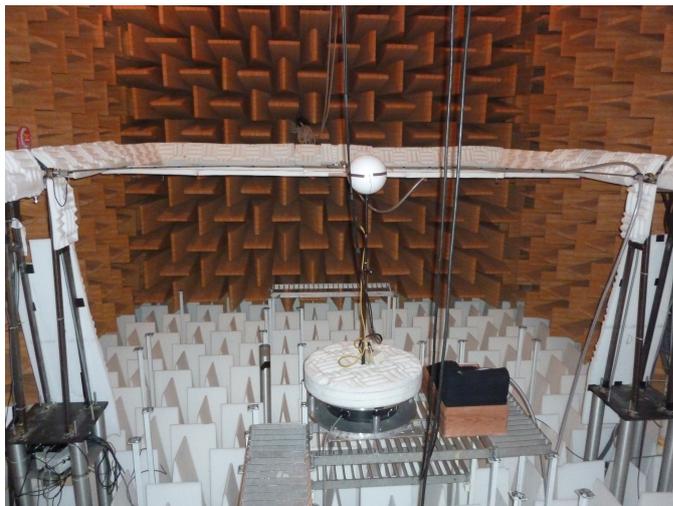
Puis, nous avons testé la méthode pour l'extrapolation de champ proche à champ lointain sur des simulations et des mesures. Les résultats de l'extrapolation sur les données simulées ont montré une bonne cohérence avec les données calculées directement au rayon d'extrapolation. Cependant, dans l'état actuel, la méthode n'a pas donné de résultats satisfaisants une fois appliquée à des mesures. Nous n'avons pas trouvé d'explication satisfaisante à ce jour. Le travail doit donc être poursuivi avant d'être appliqué à de vraies mesures.

Ce travail théorique et expérimental sur un modèle simplifié de tête humaine a permis de mettre au point un dispositif de mesures d'HRTFs en champ proche et de révéler différentes sources d'erreur.

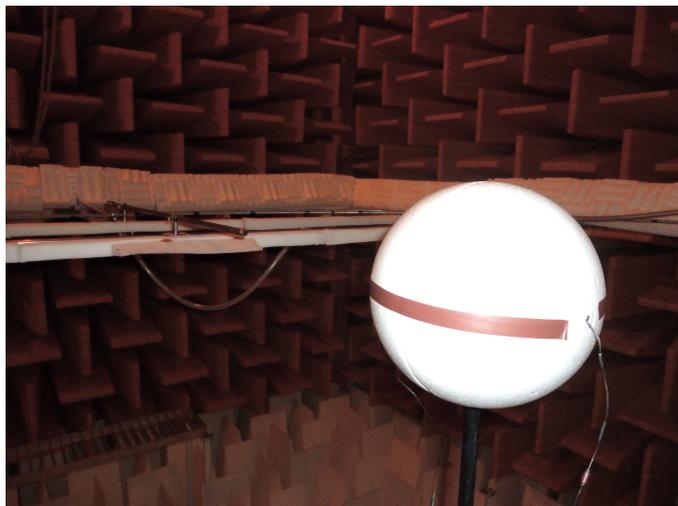
A Photos du dispositif expérimental



(a)



(b)



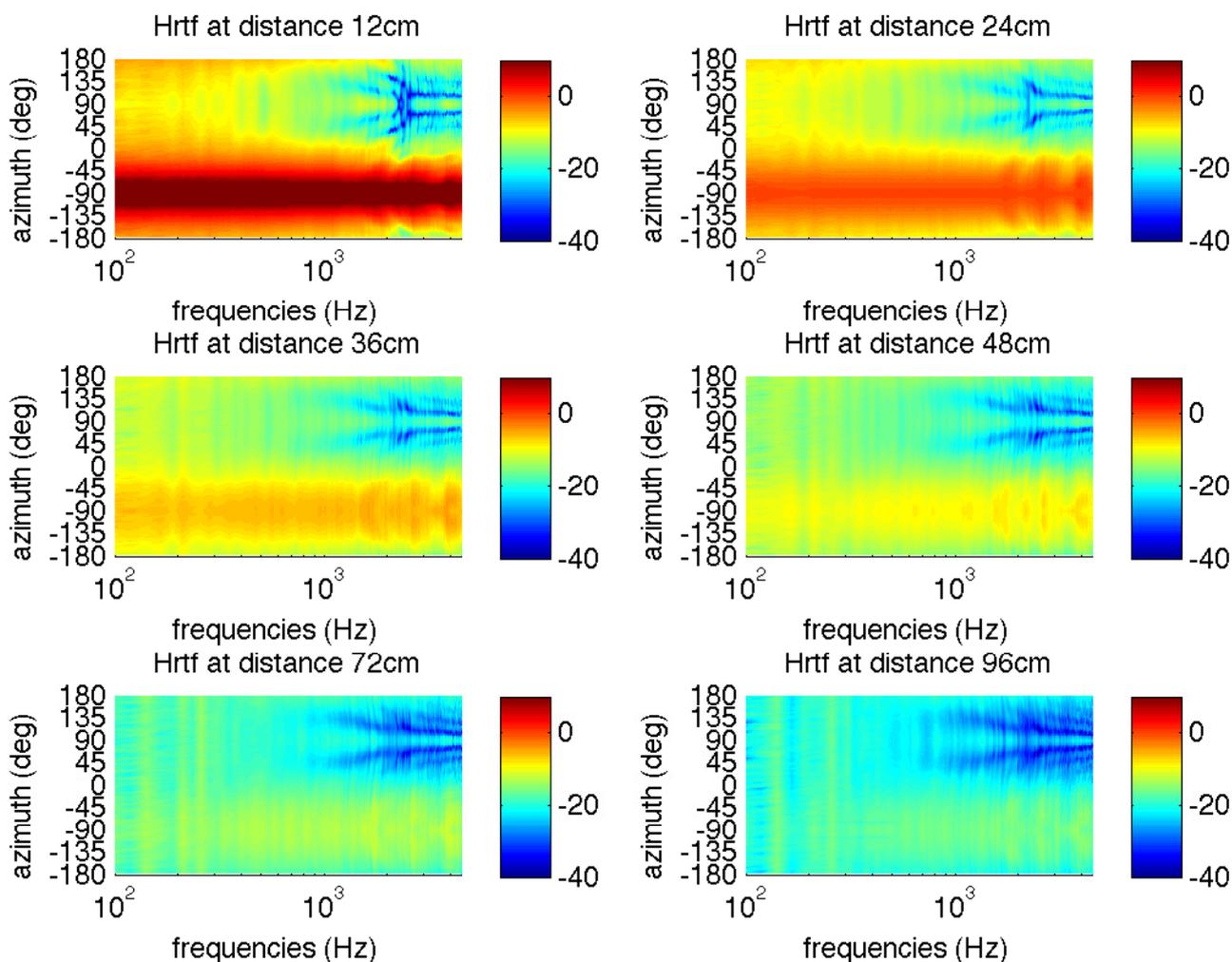
(c)



(d)

Photos du dispositif installé dans la chambre anéchoïque de l'IRCAM pour réaliser les mesures d'HRTFs en champ proche sur tête sphérique.

B Résultats expérimentaux



Amplitude (dB) des HRTFs égalisées, dans le plan horizontal, en fonction de l'azimut où est placée la source et des fréquences, pour chaque distance mesurée.

Références

- [1] V. Larcher, J-M. Jot, *Techniques d'interpolation de filtres audio-numériques, Application à la reproduction spatiale des sons sur écouteurs*. Congrès Français d'Acoustique, Marseille, France, Avril 1997.
- [2] K.-V. Nguyen, *Technologie binaurale et contexte de réalité virtuelle : Etudes perceptives et optimisation*, Thèse de doctorat de l'Université de Pierre et Marie Curie, France, 2012.
- [3] D. Romblo et B. Cook, *Near-field compensation for HRTF processing*, AES 125 th Convention, proceeding N° 7611, San Francisco, USA, 2008.
- [4] R. O. Duda, W. L. Martens, *Range dependence of the response of a spherical head model*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 104, No. 5, p. 3048-3058, 1998.
- [5] M. Pollow, K-V. Nguyen, O. Warusfel, T. Carpentier, M. Müller-Trapet, M. Vorländer, M. Noisternig, *Calculation of Head-Related Transfer Functions for Arbitrary Field Points Using Spherical Harmonics Decomposition*, Acta Acustica United With Acustica, Vol. 98, p. 72-82, 2012.
- [6] D. Brungart, W. M. Rabinowitz, *Auditory localization of nearby sources. Head-related transfer functions.*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 106, No. 3, Pt.1, 1999.
- [7] E. G. Williams, *Fourier Acoustics, Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography*, Academic Press, 1999.
- [8] T. Caulkins, *Caractérisation et contrôle du rayonnement d'un système de Wave Field Synthesis pour la situation de concert*, Thèse de doctorat à l'Université de Paris VI, France, 2007.
- [9] B. Rafaely, *Analysis and Design of Spherical Microphone Arrays*, Senior Members, IEEE Transactions on speech and audio processing, Vol. 13, No. 1, 2005.
- [10] M. Noisternig, F. Zotter, B.F.G. Katz, *Reconstructing sound source directivity in virtual acoustic environments*, Principles and Applications of Spatial Hearing, Published by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., p. 357-373, 2011.
- [11] Z. Li et R. Duraiswami, *Flexible and optimal design of spherical microphone arrays for beam forming*, IEEE Transactions on audio, speech, and language processing, Vol. 15, No .2, 2007.
- [12] I. H. Sloan, R. S. Womersley, *Extremal system of points and numerical integration on the sphere*, Adv. in Comp. Math., Vol. 21, No. 12, p. 107-125, 2004.
- [13] N. Sneeuw, *Global spherical harmonic analysis by least-squares and numerical quadrature methods in historical perspective*, Geoph. J. Int., Vol. 118, No. 3, 1994.
- [14] J. R. Driscoll, D. M. Healy, Jr, *Computing Fourier transforms and convolutions on the 2-sphere*, Adv. Appl. Math., Vol. 15, p. 202-250, 1994.
- [15] V. I. Lebedev, A. L. Skorokhodov, *Quadrature formulas of orders 41,47 and 53 of the sphere*, Russ. Acad. Sci. Dokl. Math., Vol. 45, No. 3, pp. 587-592, 1992.
- [16] J. Fliege, U. Maier, *The distribution of points on the sphere and corresponding cubature formulae*, IMA Journal of Numerical Analysis, Vol. 19, p. 317-334, 1999.
- [17] T.-T. Wong , W.-S. Luk, P.-A. Heng, *Sampling with Hammersley and Halton Points*, Journal of Graphics Tools , Vol. 2, No. 2, p. 9-24, 1997.
- [18] R. H. Hardin, N. J. A. Sloane, *Discrete and Computational Geometry*, Vol. 15, p. 429-441, 1996.
- [19] J. H. Conway and N. J. A. Sloane, *Sphere Packings, Lattices and Groups (Third Edition)*, Springer-Verlag, NY, 1998.
- [20] E. A. Rakhmanov, E. B. Saff, Y. M. Zhou, *Minimal discrete energy on the sphere*, Mathematical Research Letters, Vol. 1, p. 647-662, 1994.
- [21] J. Ahrens, M. R. P. Thomas, I. Tashev, *HRTF magnitude modelling using a non-regularized least-square fit of spherical harmonics coefficients on incomplete data*, IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, Vol. 13, No. 1, p. 135-143, 2005.
- [22] W. Zhang, R. A. Kennedy, T. D. Abhayapala, *Signal Estimation from Incomplete Data on the Sphere*,

- [23] E. Fisher et B. Rafaely, *Near-field spherical microphone array processing with radial filtering*, IEEE Transactions on Audio, Speech & Language Processing, Vol. 19, No. 2, 256–265, 2011.
- [24] D. S. Brungart, W. M. Rabinowitz, *Auditory localization of nearby sources. II. Localization of a broadband source*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 106, No. 4, Pt. 1, 1999.
- [25] E. M. Wenzel, M. Arruda, D. J. Kistler, F. L. Wightman, *Localization using nonindividualized head-related transfer functions*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 94, No. 1, 111, 1999.
- [26] A. Farina, *Simultaneous measurement of impulse response and distortion with swept-sine technique*, 108th Conv. Audio Eng. Soc., No. 5093, Paris, France, 2000.
- [27] V. Larcher, *Techniques de spatialisation des sons pour la réalité virtuelle*, Thèse de doctorat de l'Université de Paris VI, France, 2001.
- [28] S. Hosoe, T. Nishino, K. Itou, K. Takeda, *Development of micro-dodecahedral loudspeaker for measuring head-related transfer functions in the proximal region*, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. 5, 2006.
- [29] J. G. Bolanos, V. Pulkki, P. Karppinen, E. Hæggström, *An optoacoustic point source for acoustic scale measurements*, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 133, No. 4, 2013.