



Influence de l'état de surface et des déformations géométriques sur les caractéristiques acoustiques des instruments à vent

Camille Vauthrin

Rapport de stage, M2 ATIAM

Tuteur de stage : Jean Kergomard (Directeur de Recherche)
En collaboration avec : Michaël Jousserand (Buffet-Crampon)

Le 13 août 2012

Remerciements

Je tiens tout particulièrement à remercier Jean Kergomard pour sa patience, sa disponibilité et ses conseils. Je remercie également Christophe Vergez, Philippe Guillemain pour leurs conseils avisés et leur temps accordé à la répétition des oraux.

Je tiens à remercier également Michaël Jousserand pour son partenariat, ses discussions et la découverte de la facture instrumentale.

Merci également à Alain Busso pour son support technique, le prêt de ses outils.

Enfin, un grand merci aux thésards (Alexis, Soizic,..), aux stagiaires (Camille, Lionel,..), autres ingénieurs et chercheurs de contribuer à la bonne humeur au sein de l'équipe.

Résumé

L'importance du choix du matériau est non négligeable dans le domaine de la facture des instruments à vent, notamment pour des propriétés autres que l'acoustique. L'objectif est ici d'étudier l'influence de fines déformations géométriques, de l'état de surface sur des propriétés acoustiques d'instrument à vent. Pour cela onze corps du haut de clarinette de qualités différentes sont à notre disposition. Nous évaluons dans un premier temps les disparités géométriques de ces corps du haut, en mesurant précisément les longueurs et diamètres à l'aide respectivement d'un pied à coulisse et d'une jauge. Ensuite l'étude de la précision du capteur d'impédance développé au Mans en fonction de la température a été établie. Puis, nous effectuons les mesures acoustiques sur chacun des corps du haut, on conclut ici que seules les fréquences de résonance sont exploitables compte tenu de la connaissance que nous avons du capteur. On s'intéresse alors précisément aux variations fines de la géométrie des corps du haut en utilisant différents modèles d'impédance d'entrée. Un modèle à section variable par approximation de troncs de cônes sera enfin retenu. Les résultats obtenus montrent qu'il faut tenir compte des fines variations géométriques, puisque les fréquences de résonance de notre modèle sont assez bien corrélées avec celles de l'expérience.

Abstract

The importance of the choice of material is significant in the context of wind instruments making, in particular for other properties than the acoustical ones. The aim is to study the influence of fine geometrical deformations and the inner surface's roughness on acoustic properties of wind instruments. That is why this study was focused on eleven clarinet upper joints of different qualities. At first, the geometric differences of these upper joints were evaluated by measuring precisely the lengths, diameters, respectively using a caliper and a gauge. Then it was necessary to define the accuracy of the impedance sensor developed in Le Mans, notably the influence of the temperature on it. Subsequently, acoustic measurements were performed on each upper joint. The results show that only the resonance frequencies are relevant considering the knowledge of the sensor. Then, different models of input impedance are used to study precisely the influence of fine geometrical variations. A variable area model by approximation of truncated cones was finally retained. The results show that geometrical variations need to be taken into account since the resonance frequencies of our model are fairly well correlated with those of the experiment.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Mesures géométriques des corps du haut de clarinette	2
2.1	Descriptif	2
2.2	Longueurs et diamètres intérieurs des corps du haut	2
2.3	Diamètres extérieurs et tenons	5
2.4	Mesures des corps du haut avec barillet	6
2.5	Conclusion	7
3	Influence de la température sur la quantité mesurée par le capteur d'impédance	9
3.1	Présentation du capteur	9
3.1.1	Principe	9
3.1.2	Étalonnage	11
3.2	Comparaison de mesures acoustiques sur une cavité fermée avec écart de température	11
3.2.1	Comparaison des fonctions de transfert pour une paroi rigide	11
3.2.2	Mesures d'impédance sur la cavité fermée	12
3.3	Mesures d'impédances d'entrée d'un tube fermé avec variation de température	13
3.3.1	Fréquences des pics (et creux) d'impédance	14
3.3.2	Amplitudes des pics (et creux) d'impédance	16
3.4	Effet d'un balayage lent/rapide sur les basses fréquences	22
3.5	Conclusion	24
4	Mesures acoustiques sur les corps du haut	25
4.1	Calibration du capteur d'impédance	25
4.2	Mesures d'impédance sur les corps du haut	28
4.2.1	Reproductibilité du capteur	29
4.2.2	Comparaison des fréquences et amplitudes sur les différents corps du haut	30
4.3	Conclusion	31
5	Calcul des impédances d'entrée	33
5.1	Influence du rayon et de la longueur d'un cylindre sur les pics d'impédance	33
5.1.1	Longueur du cylindre	33
5.1.2	Rayon du cylindre	34
5.1.3	Longueur équivalente à une ovalisation pour les fréquences de résonance	34
5.2	Utilisation de modèles réalistes à la géométrie afin de valider les mesures	35
5.2.1	Théorie de l'approximation par tronçons cylindriques	35
5.2.2	Présentation des modèles et résultats obtenus	36
5.2.3	Modèle à sections variables	37
5.3	Conclusion	39
6	Conclusion	40

1 Introduction

Le matériau constitue une caractéristique importante dans le domaine de la facture des instruments à vent, le choix de celui-ci est non négligeable lors de la conception d'un instrument. Cependant, les premières motivations au choix d'un matériau peuvent ne pas être acoustiques. En effet, le matériau utilisé doit avant tout être stable : on entend par cela qu'il doit réagir le moins possible à la température, à l'humidité. De plus, celui-ci doit être suffisamment dense, résistant pour supporter la perce, la pose des boules, des clés. Enfin, le matériau doit être également résistant dans le temps, à l'usage quotidien du musicien, donc ne pas être trop poreux pour ne pas dissiper trop d'énergie acoustique. De plus, la facture instrumentale nécessite aussi le choix des outils, par exemple pour effectuer une perce précise et reproductible selon le bois massif.

Le but de ce stage est de mettre en évidence certaines disparités de l'état de surface ou géométriques d'un instrument dues au matériau ou à la facture et d'étudier leurs influences sur les caractéristiques acoustiques d'un instrument. Nous disposons pour cela de corps du haut de clarinette de qualités différentes, tout juste percés, sans clétage. On s'attend alors à ce que les différences observables de géométrie ou de rugosité entre ces corps du haut soient minimales. Des disparités géométriques peuvent être le résultat d'une conception légèrement différente ou bien d'une réaction différente du matériau à un même outil. Le bois massif ou le composite peut également légèrement évoluer au cours du temps. On peut également supposer que selon le matériau utilisé : bois, composite ou selon la qualité exigée pour l'instrument futur, la rugosité à l'intérieur de celui-ci ne soit pas la même.

La caractéristique acoustique étudiée est ici l'impédance d'entrée, rapport de pression sur débit. Afin de mesurer celle-ci sur les différents corps du haut nous utilisons le capteur d'impédance développé au Mans. La première étape a donc été d'étudier la précision de celui-ci sur la fréquence et le module d'impédance. Des études similaires ont déjà été faites sur d'autres capteurs d'impédance sur des hautbois, par exemple Mamou-Mani [7] obtient une précision inférieure à 1% en fréquence et parle de différences significatives en amplitude au-delà de 5%. D'autre part une autre étude, [1], montre une précision obtenue sur un tube inférieure à 1 cent en fréquence et de 2% en amplitude. On s'intéressera plus particulièrement ici au comportement de la quantité mesurée lors de l'évolution de la température afin d'éliminer l'effet de cette dernière dans les comparaisons acoustiques.

Lors de la première partie, nous effectuons des mesures géométriques sur chacun des corps du haut, longueurs, diamètres intérieurs et extérieurs afin de mettre en évidence des disparités géométriques possibles entre chacun des corps. Nous nous intéressons également à la qualité des raccords entre le corps du haut avec le barillet ou le corps du bas. Dans un second temps, une étude de la quantité mesurée par le capteur en fonction de la température sera établie. On étudie précisément le comportement du capteur avec et sans recalibration. La troisième partie consiste à analyser les mesures d'impédance sur les corps du haut, de les valider ou non en fonction de la précision du capteur. Et enfin en quatrième partie, afin de mettre en évidence l'effet de fines variations de la géométrie, nous utilisons différents modèles d'impédance d'entrée. Nous comparons alors ces différents modèles, puis nous poursuivons l'étude sur celui qui nous semble le plus pertinent, mettant en évidence la précision géométrique.

2 Mesures géométriques des corps du haut de clarinette

2.1 Descriptif

L'étude porte, pour cette première partie, sur onze corps du haut de clarinette fournis par Buffet-Crampon. Le matériau utilisé pour la fabrication de ces corps du haut est l'ébène du Mozambique ou grenadille d'Afrique. Son nom scientifique est *Dalbergia Melanoxylon*. Les onze corps du haut de clarinette étudiés sont :

- 2 Green-Line (GL)
- 2 Tosca (To)
- 2 Chaîne (Ch)
- 2 Rebut-porosité (RP)
- 2 MIL (Manufacture d'Instruments de La Couture)
- 1 Rebut-trou (RT)

Les clarinettes Tosca sont les produits haut de gamme de la marque, ils présentent le meilleur état de surface à ce stade. Les Green-Line sont celles fabriquées à partir de composite d'ébène du Mozambique ou grenadille issu du bois recyclé de l'usine, leur qualité se rapproche de celle de Tosca. Les corps du haut Chaîne correspondent à un niveau de qualité inférieure et les MIL à la limite acceptable pour des instruments d'étude. Les corps du haut annotés "rebuts" sont des pièces qui sont sorties de la chaîne de production en raison de leur porosité ou de l'existence d'un trou.

Toutes ces pièces sont normalement parfaitement cylindriques, sans clé, trou ou boule afin d'être les plus comparables possibles. Elles ont toutes été percées avec une perce d'un diamètre de 14.40 mm , cependant en fonction du matériau et des fibres de celui-ci, on peut observer quelques différences de section sur le produit percé. Il s'agit ici d'une perce d'ébauche et non pas la perce finale. Des mesures géométriques précises sont réalisées par la suite à l'aide d'un pied à coulisse et d'une jauge pour la mesure des diamètres intérieurs.

2.2 Longueurs et diamètres intérieurs des corps du haut

Pour chaque corps du haut de clarinette, on mesure sa longueur, son diamètre pris à différentes positions longitudinales et azimuts comme indiquées sur la figure 1. On recense alors les valeurs (cf. table 1). On notera que $[1 - 2] = [3 - 4] = 7.9\text{ cm}$.

On peut alors représenter la longueur obtenue pour chaque corps du haut, figure 2 ; puis les diamètres, figure 3. On notera que compte-tenu de la reproductibilité des mesures et des outils de mesure, on retiendra comme précision le dixième de millimètre.

A partir de la figure 2, nous remarquons que les couples GL et RP ont une longueur de tube mesurée inférieure à la majorité de 222.76 mm , alors que la plupart des corps du haut ont une longueur d'environ 223 mm . Ceci correspond à une différence d'environ 0.1% .

Globalement, nous remarquons que les profils de ces quatre mesures sont semblables, le couple GL a un diamètre plus important que les autres corps du haut autour de 14.36 mm , alors que les diamètres des autres corps du haut sont autour de 14.29 mm , soit une différence de 0.5% .

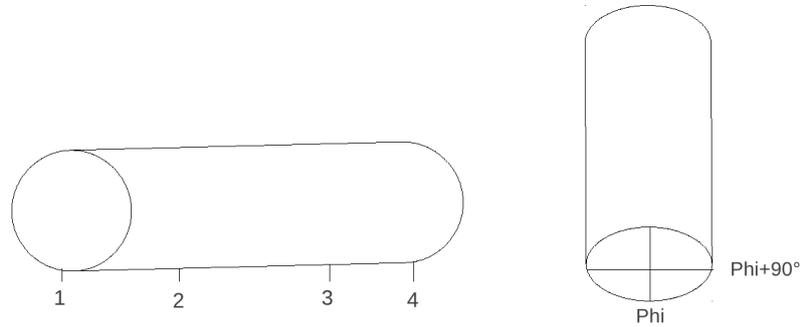


FIGURE 1 – Schémas indicatifs des points de mesure

	l	Φx_1	$\Phi' x_1$	Φx_2	$\Phi' x_2$	Φx_3	$\Phi' x_3$	Φx_4	$\Phi' x_4$
CH1	223.04	14.265	14.270	14.285	14.285	14.290	14.290	14.300	14.305
CH2	223.04	14.295	14.295	14.285	14.295	14.290	14.295	14.295	14.290
GL1	222.76	14.375	14.380	14.365	14.365	14.365	14.365	14.365	14.355
GL2	222.76	14.345	14.345	14.355	14.360	14.355	14.360	14.365	14.365
MIL1	223.08	14.275	14.275	14.285	14.295	14.295	14.300	14.300	14.310
MIL2	223.00	14.305	14.310	14.300	14.300	14.295	14.295	14.305	14.300
RP1	222.80	14.290	14.285	14.300	14.295	14.290	14.300	14.310	14.315
RP2	222.86	14.305	14.300	14.285	14.285	14.290	14.285	14.310	14.310
RT	223.02	14.275	14.280	14.290	14.290	14.290	14.295	14.305	14.310
To1	223.04	14.275	14.275	14.285	14.285	14.290	14.290	14.295	14.305
To2	222.96	14.295	14.300	14.290	14.290	14.290	14.290	14.300	14.295

TABLE 1 – tableau recensant les valeurs des longueurs de corps du haut et des diamètres pris à différentes positions

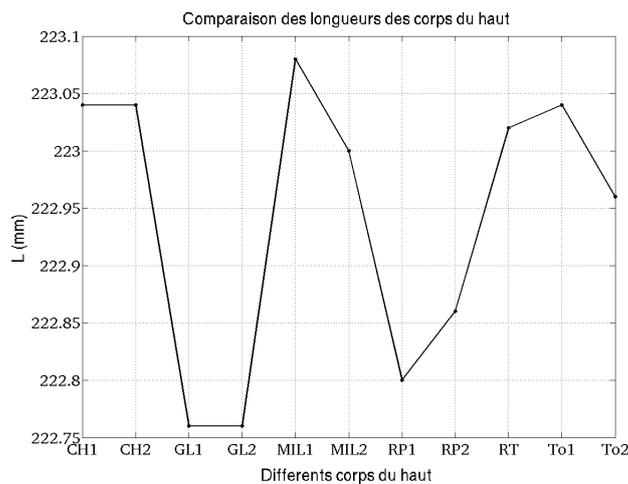


FIGURE 2 – Représentation de la longueur des différents corps du haut

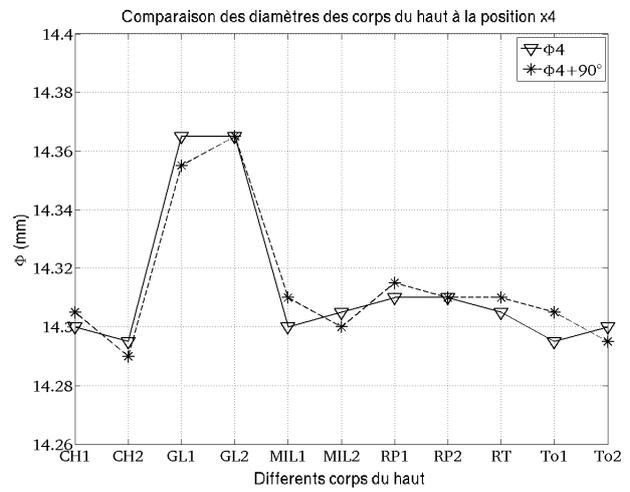
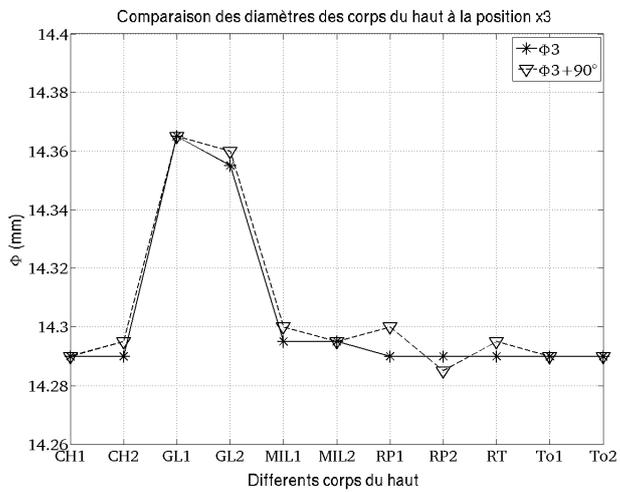
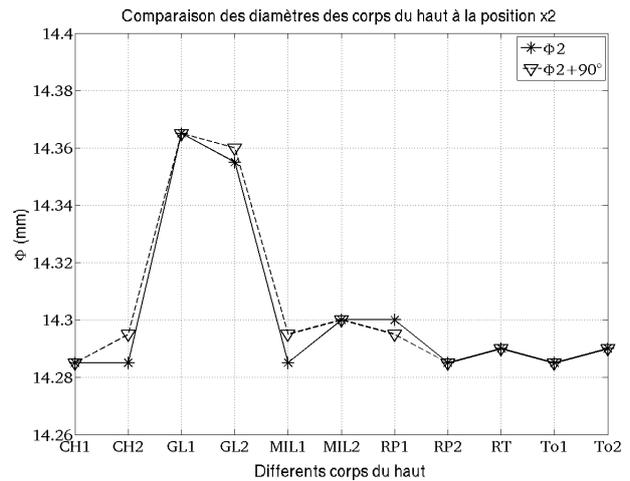
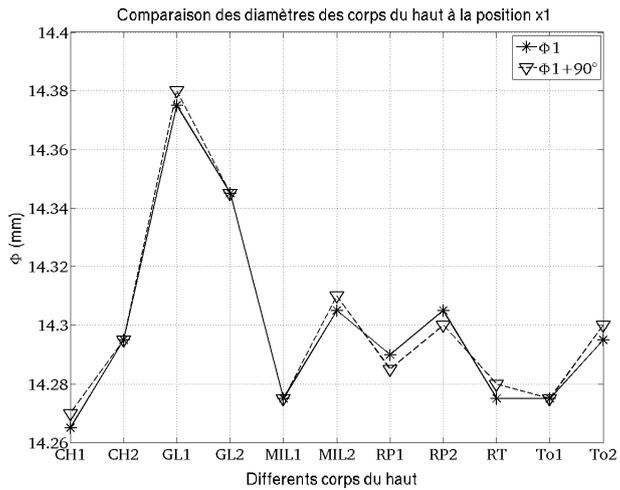


FIGURE 3 – Diamètres pris aux points 1,2,3 et 4, pour les deux azimuts décrits

De plus, nous constatons que pour chaque point les mesures effectuées sous deux azimuts nous donnent les mêmes valeurs pour une erreur assez faible, au maximum 0.07%. Pour observer plus clairement les diamètres mesurés à différentes positions sur la longueur du corps du haut, on trace ceux-ci selon les différentes positions, 1, 2, 3 et 4, pour deux corps du haut, GL1 et Tosca 2, figure 4.

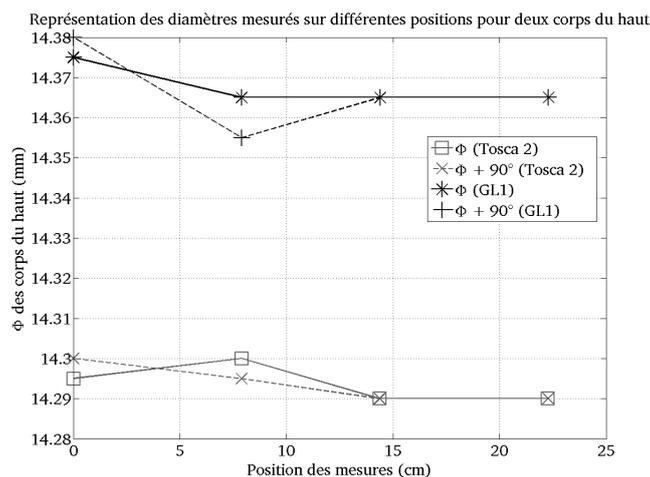


FIGURE 4 – Représentation des diamètres des corps du haut Tosca 2 et GL1 pour les quatre positions de mesure, sur les deux azimuts

Sur la figure 4 on remarque que les variations de diamètre sur la longueur du corps du haut GL1 sont légères : on constate une différence maximale de 0.025 mm, soit 0.17%. Les autres corps du haut possèdent des différences de diamètre semblables, du même ordre de grandeur. En ce qui concerne l'ovalisation, les différences observables sur Tosca 2 (ou sur d'autres corps du haut) de l'ordre de 0.005 mm ou 0.01 mm sont négligeables compte tenu de l'incertitude sur la lecture des valeurs sur l'appareil utilisé (jauge). Les corps du haut de clarinette ont donc des sections bien circulaires.

2.3 Diamètres extérieurs et tenons

On mesure maintenant les diamètres extérieurs des corps du haut (sur les lièges), soit les positions 1 et 4, puis la longueur des tenons à ces deux positions, voir figure 5. Les valeurs sont en table 2.



FIGURE 5 – Schéma indicatif des mesures sur les tenons

	Φ_{1ext}	Φ_{4ext}	tenon 1	tenon 4
CH1	24.25	22.75	18.75	15.90
CH2	24.20	22.70	18.75	15.90
GL1	24.40	22.70	18.15	16.60
GL2	24.35	22.70	18.15	16.55
MIL1	24.40	22.65	18.80	15.90
MIL2	24.20	22.60	18.55	15.90
RP1	24.30	22.70	18.40	15.95
RP2	24.30	22.70	18.45	16.05
RT	24.20	22.70	18.75	16.00
To1	24.35	22.50	18.85	15.90
To2	24.30	22.60	18.75	16.00

TABLE 2 – tableau recensant les valeurs des diamètres (en mm) extérieurs des corps du haut aux points 1 et 4, puis la longueur des tenons

Dans un premier temps, on ne constate pas de différences majeures sur les mesures des diamètres extérieurs entre les différents corps du haut de clarinette (les incertitudes liées à la mesure n'étant pas négligeables).

Cependant, la mesure de la longueur du tenon 1, nous permet de montrer quelques disparités entre les corps du haut. En effet, le couple GL a un tenon 1 plus petit que la majorité des corps du haut de 3%, idem pour le couple RP, une diminution de 2%. La mesure intérieure du barillet correspondante à l'emboîture du tenon 1, donne une valeur de 18.75 mm, donc en accord avec les plus grands tenons mesurés. Enfin, le diamètre intérieur du barillet vaut 23.75 mm. Même si les lièges sont souples, on peut supposer des difficultés quant à la liaison du barillet avec certains corps du haut.

Enfin, la mesure de la longueur du tenon 4 pour le couple GL montre que celui-ci est plus long que la majorité des corps du haut. L'écart relatif entre le tenon 4 des GL et les autres est de 4%, cela ne paraît pas négligeable. En effet, sur le corps du bas de la clarinette, l'emboîture correspondante au tenon 4 du corps du haut est de 15.95 mm, on peut alors supposer que la jonction entre ces éléments n'est pas correcte. On notera également que le diamètre intérieur du corps du bas est de 22.10 mm, comme dit précédemment, selon les lièges la liaison peut être plus ou moins correcte.

2.4 Mesures des corps du haut avec barillet

On mesure maintenant chaque corps du haut avec le même barillet, le même que celui utilisé lors des expériences. On peut alors quantifier les difficultés de liaison entre celui-ci et les différents corps du haut. Les valeurs des longueurs des corps du haut + barillet sont en table 3.

	CH1	CH2	GL1	GL2	MIL1	MIL2	RP1	RP2	RT	To1	To2
l (mm)	270.40	270.40	270.74	270.64	270.44	270.54	270.30	270.60	270.44	270.40	270.36

TABLE 3 – tableau recensant les valeurs des longueurs de corps du haut avec barillet

D'après la table 3 on constate que les longueurs des corps du haut avec barillet ne sont pas exactement identiques. On cherche à quantifier les difficultés de liaison entre chaque corps du haut et le barillet. Pour cela, on représente d'une part l'addition de la longueur du barillet et

de celle du corps du haut mesurés séparément. D'autre part, la longueur du barillet attaché au corps du haut, figure 6.

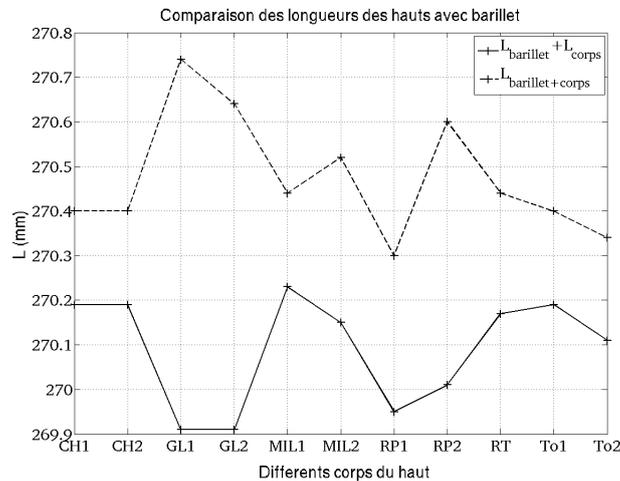


FIGURE 6 – Représentation des longueurs du barillet et corps du haut séparés et attachés

Sur la figure 6, on remarque que pour certains corps du haut, la liaison avec le barillet n'est pas parfaite. La mesure du barillet + corps du haut, n'est pas identique à celle du barillet à laquelle on ajoute celle du corps du haut. En effet, par exemple le couple GL a une longueur plus importante avec barillet de $0,8 \text{ mm}$, soit $0,2\%$ de la longueur du corps. Cela confirme les observations précédentes sur le diamètre du tenon 1, à cause d'un diamètre extérieur trop important, la liaison entre ce corps du haut et le barillet n'est pas correcte et l'emboîtement difficilement reproductible. On note que la longueur minimale observée est celle du corps du haut RP1, la maximale celle de MIL1 lorsque les corps sont emboîtés aux barilletts.

Ce tenon n'est donc pas à négliger si l'on veut comparer précisément les mesures géométriques et les résultats obtenus avec le capteur d'impédance (où le barillet est utilisé).

2.5 Conclusion

Même si ces onze pièces ont été a priori conçues de manière identique, après diverses mesures géométriques nous avons observé certaines dissemblances entre les corps du haut, à savoir :

- Les corps du haut GL et RP ont des longueurs inférieures aux autres d'environ 1%.
- Les diamètres intérieurs mesurés à plusieurs positions longitudinales sur le corps sont différents au maximum de 0.17%.
- Aucune ovalisation n'est observée compte tenu des incertitudes liées à la mesure
- Les longueurs des tenons sont différentes selon les corps du haut, ce qui crée des difficultés d'emboîtement de ceux-ci avec le barillet ou le corps du bas, de reproductibilité d'emboîtement.
- Après mesure, nous avons quantifié ces tenons défectueux de $0,2$ à $0,8 \text{ mm}$.

Toutes ces remarques nous ont permis de conclure que si on veut comparer des corps du haut identiques, il ne faut en garder que six. A savoir les couples Chaîne, Rebut-porosité et Tosca. Ceux-ci ont donc des caractéristiques géométriques proches, ils ne présentent pas de

difficultés d'emboîtement ni avec le barillet ni avec le corps du bas. Les mesures acoustiques seront alors les plus reproductibles possibles. Ceux-ci sont d'autant plus intéressants qu'ils présentent a priori en fonction de leur qualité des états de surface différents.

3 Influence de la température sur la quantité mesurée par le capteur d'impédance

3.1 Présentation du capteur

3.1.1 Principe

Le capteur d'impédance, développé au Centre de Transfert de Technologie du Mans (CTTM), permet de mesurer précisément sur une bande fréquentielle assez large l'impédance d'entrée d'un instrument. On définit l'impédance d'entrée d'un cylindre, ou d'un instrument comme le rapport des amplitudes complexes de pression et de débit acoustiques à l'entrée de celui-ci. Le capteur utilisé ici est basé sur la méthode de deux microphones séparés par un buzzer piezo-électrique.

Le capteur d'impédance (cf. figure 7) est constitué d'une cellule piezo-électrique servant de source de débit (cf. [6]). Celle-ci sépare deux cavités : une cavité arrière close, puis une supérieure connectée, de façon étanche, à l'instrument mesuré. La pression mesurée (à l'aide du microphone 1, p_1) dans la cavité arrière close, est proportionnelle au débit pulsé par la source U . Le microphone 2 mesure la pression dans la cavité avant, p_2 , pression égale à celle de l'entrée de l'instrument, p . L'impédance déduite Z , rapport pression p sur débit acoustique U , est donc en première approche proportionnelle à la fonction de transfert des microphones :

$$Z = \frac{p}{u} \propto \frac{p_2}{p_1} \quad (1)$$

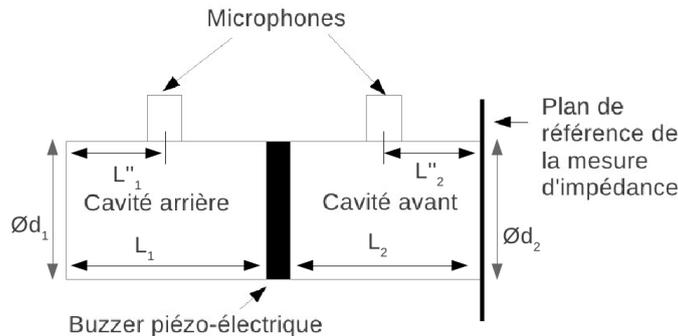


FIGURE 7 – Schéma représentatif du capteur d'impédance

Si on suppose les pressions uniformes dans les cavités, la fonction de transfert entre les deux microphones s'exprime sous la forme :

$$\frac{p_2}{p_1} = -\frac{Z}{Z_{cav}} \quad (2)$$

Z_{cav} représente l'impédance de la cavité arrière, elle est donnée par :

$$Z_{cav} = \frac{\rho c^2}{j\omega V_1} \quad (3)$$

où V_1 est le volume de la cavité arrière, ρ la masse volumique de l'air et c la vitesse du son. Le signe "-" s'explique par le fait que le débit est considéré par projection sur la normale

au piezo-électrique dans la cavité arrière, qui a un sens opposé à la normale considérée pour l'impédance à mesurer.

En pratique, on mesure une fonction de transfert $H(\omega)$ qui dépend de la sensibilité relative des deux microphones :

$$H(\omega) = \frac{p_2 s_2}{p_1 s_1} \quad (4)$$

Soit S la section d'entrée du système dont on mesure l'impédance, et $Z_c = \rho c/S$ l'impédance caractéristique correspondante. La quantité à mesurer, X , est définie comme le rapport de l'impédance d'entrée divisée par cette impédance caractéristique, soit :

$$X = \frac{ZS}{\rho c} = \frac{S}{\rho c} Z_{cav} H = -\frac{cS}{j\omega V_1} H \quad (5)$$

où

$$\rho = 1.2929T_0/T \quad ; \quad c = 331.45\sqrt{T/T_0} \quad (6)$$

dépendent de la température absolue T .

En fait il est nécessaire de calculer plus précisément l'expression de l'impédance à partir des dimensions géométriques du capteur, car les dimensions des cavités ne sont pas nécessairement petites devant la longueur d'onde. Supposant les ondes planes dans les cavités, on obtient alors une relation entre l'impédance Z et la fonction de transfert H :

$$H(\omega) = R \frac{Z(\omega) + \beta}{1 + Z(\omega)\delta} \quad \Leftrightarrow \quad Z(\omega) = \frac{H(\omega)/R - \beta}{1 - \delta H(\omega)/R} \quad (7)$$

où R, δ, β sont trois paramètres de calibration déterminés par :

$$\begin{aligned} R &= -j \frac{1}{Z_{c1}} \frac{s_2}{s_1} \frac{\sin(kL_1) \cos(kL_2'')}{\cos(kL_1'') \cos(kL_2)} \\ \beta &= jZ_{c2} \tan(kL_2'') \\ \delta &= j \tan(kL_2)/Z_{c2}. \end{aligned}$$

Les longueurs L_1, L_2, L_1'', L_2'' sont les dimensions du capteur et la position des microphones comme spécifiées sur la figure 7. De plus,

$$Z_{c1} = \frac{\rho c}{S_1} \quad Z_{c2} = \frac{\rho c}{S_2} \quad (8)$$

sont les impédances caractéristiques respectives des cavités arrière et avant, de section S_1 et S_2 .

Les paramètres de calibration β et δ sont déduits des paramètres géométriques. Seule la sensibilité relative des capteurs est inconnue. Les microphones sont appariés de façon à ce que leur sensibilité relative soit proche de l'unité quelle que soit la fréquence.

Des fuites peuvent apparaître au niveau des microphones, celles-ci sont modélisées comme des filtres passe-haut du premier ordre. La réponse en fréquence est alors divisée par la fonction suivante :

$$B = \frac{j\omega\tau_1}{1 + j\omega\tau_1} \frac{1 + j\omega\tau_2}{j\omega\tau_2} \quad (9)$$

où τ_1 et τ_2 sont des constantes de temps liées aux fuites des microphones 1 et 2. Ce terme intervient également dans l'admittance de la cavité avant (fermée) δ , qui devient : $jB \tan(kL_2)/Z_{c2}$.

3.1.2 Étalonnage

Puisque seule la sensibilité est inconnue, il suffit d'effectuer un étalonnage partiel avec seulement la mesure d'une impédance supposée infinie, celle de la paroi quand on ferme la cavité au niveau du plan de référence. Dans ce cas la fonction de transfert mesurée est donnée par :

$$H_{\infty}(\omega) = \frac{R}{\delta} = R \frac{Z_{c2}}{j \tan(kL_2)} = - \frac{Z_{c2} s_2 \sin(kL_1) \cos(kL_2'')}{Z_{c1} s_1 \sin(kL_2) \cos(kL_1'')} \quad (10)$$

Aux basses fréquences, on a simplement :

$$H_{\infty}(\omega) = - \frac{V_1 s_2}{V_2 s_1} \quad (11)$$

La sensibilité relative des microphones est supposée réelle et indépendante de la fréquence, il suffit alors de réaliser une moyenne de la réponse en cavité infinie entre 400 et 800 Hz. En tenant compte des fuites et donc du paramètre B , la fonction de transfert devient :

$$H_{\infty}(\omega) = - \frac{1}{B^2} \frac{V_1 s_2}{V_2 s_1} \quad (12)$$

On peut alors déterminer $\frac{V_1 s_2}{V_2 s_1}$.

Les fréquences de coupure sont obtenues en calculant :

$$B = \sqrt{- \frac{1}{H_{\infty}(\omega)} \frac{V_1 s_2}{V_2 s_1}} \quad (13)$$

Puis les valeurs moyennes de $\tau_1 = \frac{1}{\omega} \frac{Im(B-1)}{Re(B-1)}$ et $\tau_2 = \frac{1}{\omega} \frac{Im(B^{-1}-1)}{Re(B^{-1}-1)}$ entre 30 et 110 Hz.

3.2 Comparaison de mesures acoustiques sur une cavité fermée avec écart de température

Pour comparer des tubes ou des instruments sans avoir à recalibrer dès que la température change, il est utile d'étudier le comportement du capteur avec une variation de température. Le but étant de pouvoir réaliser des mesures à températures différentes, puis de ramener toutes les mesures à une même température pour une comparaison optimale. Il ne paraît pas judicieux de recalibrer le capteur durant une série de mesures, puisque pour recalibrer nous devons démonter le dispositif de mesure sur le capteur. Cela crée alors des incertitudes dues au démontage, à la reproductibilité du montage (trop importantes pour la précision que l'on attend ici).

Nous réalisons trois séries de mesures, une première à une température $t_1 = 24 \text{ } ^\circ\text{C}$ en ayant au préalable calibré le capteur, une seconde à $t_2 = 31 \text{ } ^\circ\text{C}$ sans recalibration et enfin une dernière à cette même température t_2 en recalibrant le capteur d'impédance. Nous comparons dans un premier temps les fonctions de transfert obtenues avec cavité fermée aux différentes températures, puis de même l'impédance de la paroi de la cavité fermée.

3.2.1 Comparaison des fonctions de transfert pour une paroi rigide

Dans un premier temps, nous comparons les fonctions de transfert entre les deux microphones du capteur obtenues par les 3 séries de mesure, à savoir à t_1 , t_2 , t_2 avec recalibration.

L'équation (10) nous donne l'expression de la fonction de transfert de la cavité fermée aux basses fréquences. Le rapport des fonctions de transfert à $31^\circ C$ et à $24^\circ C$ donne :

$$\frac{H_{\infty 31}(\omega)}{H_{\infty 24}(\omega)} = \frac{SS_{31}}{SS_{24}} \quad (14)$$

où SS correspond au rapport des sensibilités, s_2/s_1 . En effet, dans l'équation (9), les volumes V_1 et V_2 ne dépendent pas de la température.

On s'attend donc qu'aux basses fréquences, le rapport des fonctions de transfert soit simplement celui des rapports de sensibilité.

Nous représentons alors les fonctions de transfert multipliées par le rapport des volumes, figure 8, soit :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{S_2 L_2}{S_1 L_1} = 0.4874 \quad (15)$$

où les diamètres des cavités 1 et 2 sont respectivement $\Phi_1 = 0.018 \text{ m}$, $\Phi_2 = 0.016 \text{ m}$ et les longueurs $L_1 = 0.0214 \text{ m}$, $L_2 = 0.0132 \text{ m}$.

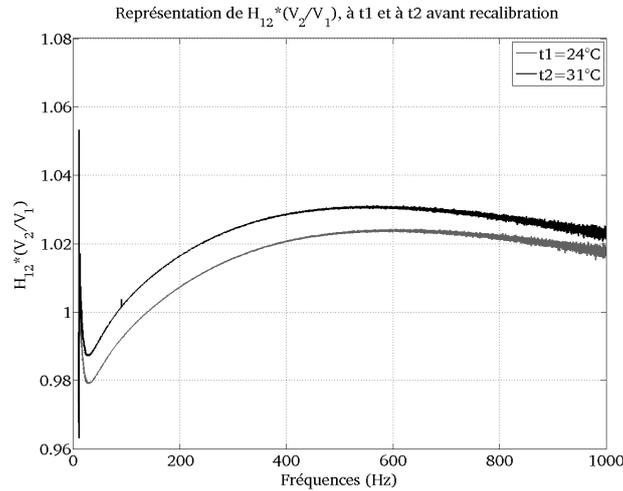


FIGURE 8 – Représentation des fonctions de transfert pour les deux températures

A partir de cette figure, nous remarquons d'abord que la fonction de transfert (multipliée par le rapport des volumes) n'est pas constante en fonction de la fréquence. Cependant, celle-ci se trouve bien autour de 1. Nous constatons qu'une variation de $7^\circ C$ en température crée une hausse de la fonction de transfert de 0.7% en moyenne. Cet écart correspond donc au rapport $\frac{SS_{31}}{SS_{24}}$, soit la variation de la sensibilité des microphones avec la température.

Synthèse : La sensibilité des microphones varie avec la température. Pour un écart de température de $7^\circ C$, le rapport $\frac{SS_{31}}{SS_{24}}$ vaut 1.007.

3.2.2 Mesures d'impédance sur la cavité fermée

D'une manière identique à la précédente, nous comparons les impédances mesurées de la cavité fermée à différentes températures : t_1 , t_2 , t_3 avec recalibration. Dans la mesure où l'impédance mesurée est celle sur le couvercle de la cavité, nous essayons de comparer la mesure d'impédance avec cavité fermée, avec la définition de l'impédance de Cremer, ne

dépendant que des effets thermiques. Celle-ci donne une valeur plus réaliste que la valeur infinie supposée pour la calibration.

Les impédances étudiées sont celles issues des mesures, donc adimensionnées (d'où la division par $\rho c/S$), puis multipliées par $\sqrt{\omega}$ afin de mieux faire apparaître la dépendance en fréquence. Soit à partir de l'équation de la définition de l'impédance de Cremer, [3] :

$$Z_{Cremer} \frac{S}{\rho c} \sqrt{\omega} = \sqrt{\frac{c}{j l_t}} \quad (16)$$

où $l_t = \frac{\kappa}{\rho c C_p}$ est la longueur caractéristique des effets thermiques. On la représente sur la figure 9,

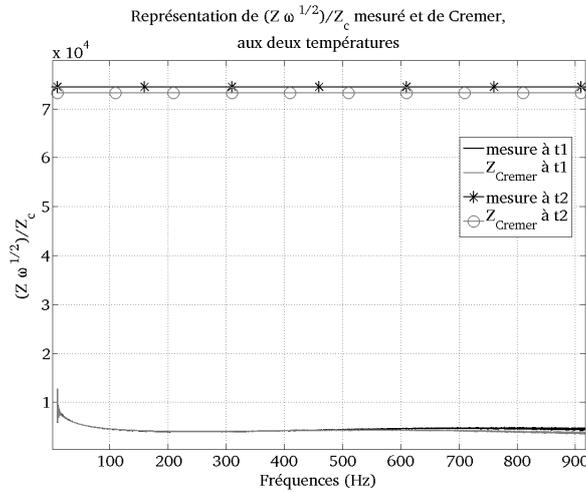


FIGURE 9 – Représentation des impédances mesurées avec cavité fermée et de celle de Cremer

Nous constatons un grand écart entre le résultat théorique et le résultat expérimental. Mais ceci n'est guère étonnant, car l'admittance de Cremer est très petite, et la précision du capteur sans doute insuffisante. D'ailleurs, l'argument devrait être de $\pi/4$ si la théorie était validée, et le résultat expérimental varie beaucoup avec la fréquence, loin de cette valeur.

3.3 Mesures d'impédances d'entrée d'un tube fermé avec variation de température

Selon le même processus expérimental on effectue les mesures d'impédance sur tube fermé aux températures t_1 , t_2 , t_2 avec recalibration. L'étanchéité avec le capteur d'impédance est réalisée avec une pièce adaptatrice, un joint torique et de la graisse à vide. On s'intéresse alors aux valeurs des fréquences et amplitudes des pics d'impédance. Ces valeurs seront comparées également à celles issues de modèles théoriques à t_1 et t_2 . Les modèles théoriques sont des impédances d'entrée de tube fermé réduites par l'impédance caractéristique (cf équation (5)), où les valeurs de ρ et c sont celles à la température mesurée, d'après ce que nous avons compris de la notice d'emploi du capteur). La longueur du tube est de 1.073 m. Lors de la mesure géométrique nous avons constaté que le tube était légèrement ovalisé, le rayon pris est de 13.8 mm,

3.3.1 Fréquences des pics (et creux) d'impédance

Comparaison des fréquences des pics (et creux) expérience/modèle

Dans un premier temps on s'intéresse aux fréquences des pics d'impédance sur une bande fréquentielle $[10;1000]$ Hz, soit les douze premiers pics d'impédance. On compare maintenant chaque impédance d'entrée adimensionnée avec un modèle théorique d'impédance d'entrée adimensionnée du tube à $t = 24^\circ C$. On représente, figure 10, les écarts relatifs en cents entre la mesure à $24^\circ C$ et le modèle à $24^\circ C$, puis entre les mesures à $31^\circ C$ et le modèle à $31^\circ C$.

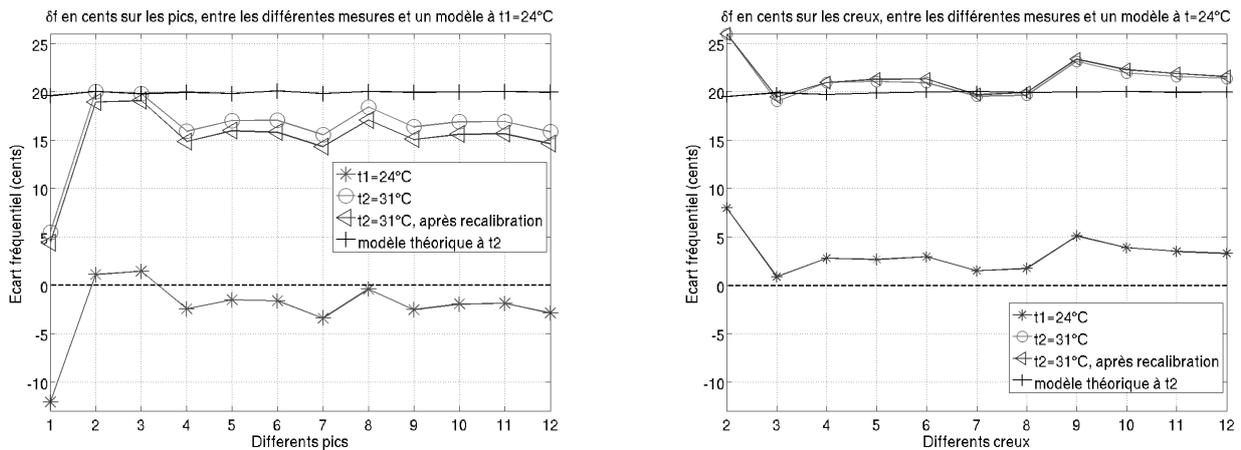


FIGURE 10 – A gauche : Représentation des écarts en cents sur les pics d'impédance entre les différentes mesures et un modèle à $24^\circ C$; à droite : idem pour les creux

On calcule ensuite les écarts obtenus entre chaque impédance et le modèle théorique, table 4. On remarque que pour les deux températures, les écarts entre théorie et expérience avec calibration sont faibles tant pour les pics que pour les creux, de l'ordre de 5 cents au maximum, et que la recalibration du capteur pour la deuxième température n'était pas nécessaire.

	$t1 = 24^\circ C$		$t2 = 31^\circ C$		$t2 = 31^\circ C$, avec re-calib.		$t2 = 31^\circ C$, modèle	
	pics	creux	pics	creux	pics	creux	pics	creux
δf en cents	-2.3	+3.3	+16.3	+21.4	+15.11	+21.36	+20	+20

TABLE 4 – Valeurs des écarts en cents moyens obtenus entre chaque mesure d'impédance et le modèle théorique

On en conclut qu'il suffit de corriger les résultats expérimentaux par un effet théorique de la variation de température, quand on veut comparer des résultats mesurés à des températures différentes.

Correction des fréquences avec la température

Cet effet théorique peut être calculé numériquement, mais une approximation analytique est suffisante. Considérons les formules théoriques les plus simples pour les fréquences de résonance et d'anti-résonance :

$$f_n = \frac{nc}{2l} \quad (17)$$

Soit $f'_n = \frac{nc'}{2l}$, les fréquences des pics d'impédance lors d'une variation de température δt . Pour la fréquence correspondante au premier pic, on obtient le rapport des fréquences :

$$\frac{f'}{f} = \frac{c}{c'} = \frac{\sqrt{\frac{T+\delta t}{T_0}}}{\sqrt{\frac{T}{T_0}}} = \frac{\sqrt{T+\delta t}}{\sqrt{T}}$$

À partir de cette formule approchée, on peut déduire qu'un écart de température $\delta t = 7^\circ\text{C}$ produit une variation d'environ 1,28%, soit 20 cents.

Le calcul numérique, qui prend en compte la dispersion visco-thermique, donne le même résultat (cf. figure 10), donc cette dernière n'a pas d'influence sur la variation en fréquence due à la température (mais elle en a sur la fréquence elle-même). On le voit à partir de la figure 10 et de la table 4. Afin de ramener les impédances mesurées pour une température t_2 à la température t_1 , on dilate l'axe des fréquences d'un coefficient $a = c(t_1)/c(t_2)$, donc un rapport des vitesses de propagation. Soit sur l'impédance mesurée :

$$Z(\omega_{24^\circ\text{C}}) = Z(\omega_{31^\circ\text{C}}.a) \quad (18)$$

On peut alors représenter les écarts fréquentiels sur les pics et les creux d'impédance d'entrée entre la mesure à 24°C , celle à 31°C ramenée à 24°C et le modèle à 24°C , figure 11.

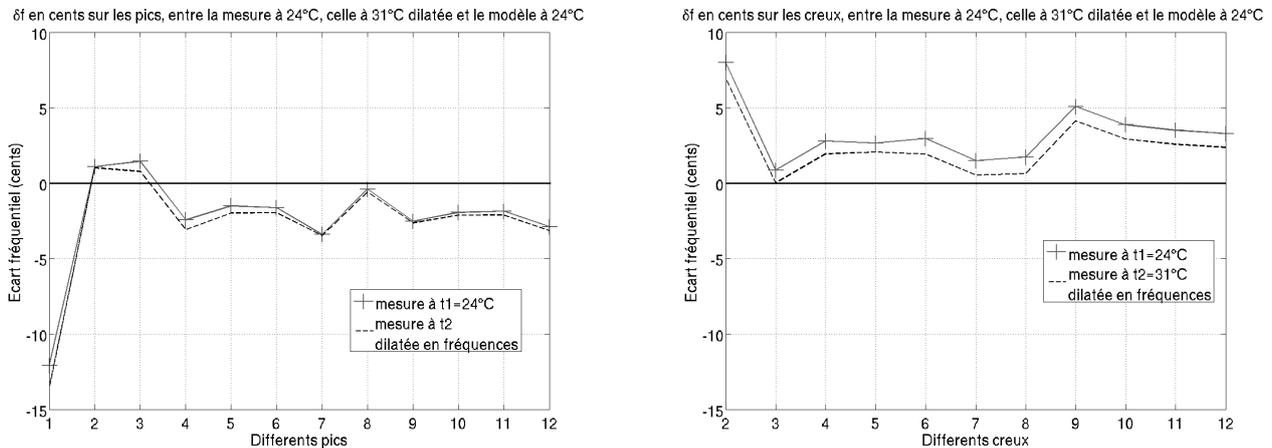


FIGURE 11 – À gauche : Représentation des écarts sur les pics entre la mesure à 24°C , celle à 31°C dilatée et le modèle à 24°C ; à droite : idem pour les creux d'impédance

Sur la figure 11, on constate que les écarts fréquentiels entre la mesure à t_2 ramenée à t_1 et le modèle à t_1 sont très faibles, environ 2 cents. De plus, les écarts entre les mesures à t_1

et celles à t_2 ramenées à t_1 sont encore plus faibles, inférieurs à 1 cent. Ceux-ci sont alors négligeables, la dilatation en fréquence permet bien de ramener une mesure à une température voulue.

Par ailleurs, la quasi-parfaite reproductibilité de la mesure à des températures différentes incite à penser que le tube mesuré n'est pas parfaitement cylindrique, ce qui resterait à étudier.

Synthèse : La dilatation en fréquences par a , permet bien de ramener les fréquences des pics de la mesure à t_2 aux valeurs de ceux issus de la mesure à t_1 .

3.3.2 Amplitudes des pics (et creux) d'impédance

Comparaison des amplitudes des pics (et creux) expérience/modèle

L'objectif est ici comme pour les fréquences d'essayer de trouver un coefficient de dilatation des amplitudes des pics et des creux d'impédance permettant de ramener les amplitudes des pics et des creux d'une mesure faite à $31^\circ C$ sans recalibration à une température de $24^\circ C$.

On commence par essayer de comprendre les variations d'amplitude obtenues entre les deux températures. D'une part en comparant chaque impédance d'entrée adimensionnée avec un modèle théorique d'impédance d'entrée adimensionnée, puis à partir de formules approchées. On représente, figure 12, les écarts relatifs en % entre les différentes mesures et un modèle à la température correspondante.

Tout d'abord, on note comme précédemment la précision du capteur à effectuer des mesures semblables, quelle que soit la température les courbes d'amplitude sont "parallèles", figure 12. Nous remarquons que les amplitudes des pics et des creux à $24^\circ C$ sont proches du modèle théorique, à une erreur près d'environ 3%. Les amplitudes des pics de la mesure à $31^\circ C$ sans recalibration sont elles également très proches du modèle à $31^\circ C$. Après recalibration, l'écart entre les amplitudes des creux et celles du modèle devient plus important.

Pour les creux (cf. figure 12 (droite)), l'écart entre les amplitudes des mesures à $24^\circ C$, $31^\circ C$ sans recalibration et les modèles théoriques sont d'environ 3 – 4%. Après recalibration, les amplitudes des creux sont plus proches du modèle, l'écart est de 1.6%. Ces écarts relatifs en % d'amplitude (pour les pics et les creux) entre la mesure à $24^\circ C$ et le modèle à $24^\circ C$, puis entre les mesures à $31^\circ C$ et le modèle à $31^\circ C$ sont en table 5.

	$t1 = 24^\circ C$		$t2 = 31^\circ C$		$t2 = 31^\circ C$, avec re-calib.	
	pics	creux	pics	creux	pics	creux
δA en %	-3.4	+2.88	-1.47	+4.01	-5.19	+1.63

TABLE 5 – Valeurs des écarts relatifs moyennés obtenus entre chaque mesure d'impédance et le modèle théorique

La table 5 confirme que les écarts aux modèles ne sont pas symétriques pour les amplitudes des pics et des creux d'impédance. Mais on a le même écart entre pics et creux pour les deux températures d'environ 5 – 6%.

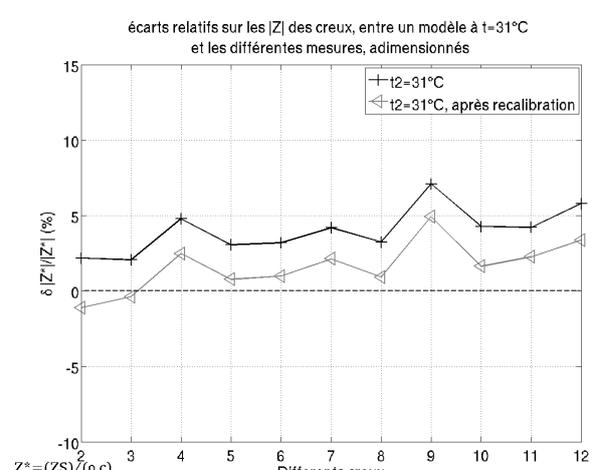
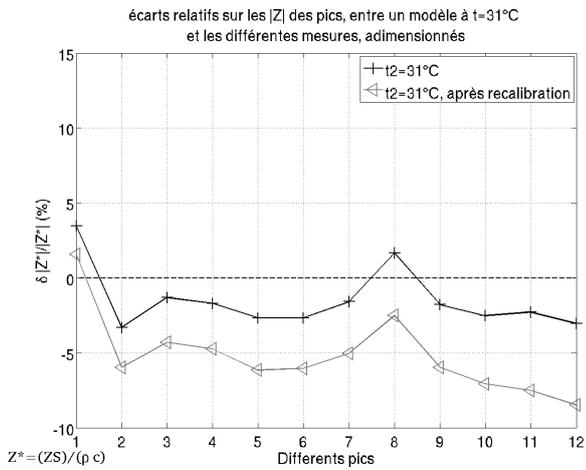
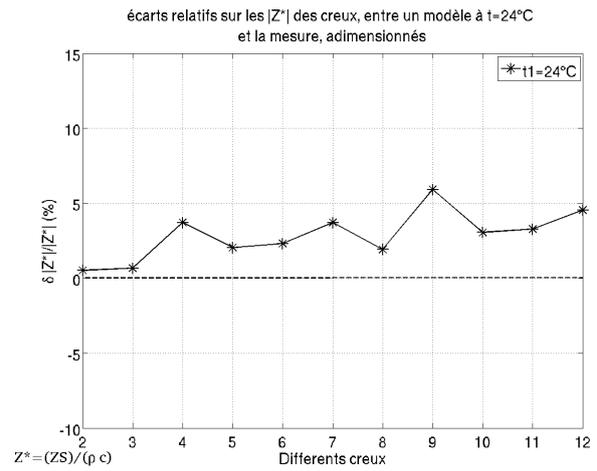
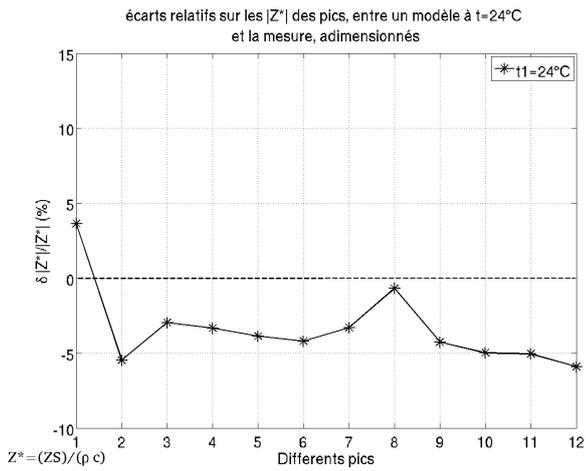


FIGURE 12 – En haut : Représentation des écarts relatifs en pourcentage sur les amplitudes des pics (et creux) d'impédance entre la mesure et le modèle à 24°C ; en bas : idem à 31°C

Afin de rapprocher les amplitudes du modèle théorique de celles des mesures, on veut diminuer les valeurs des amplitudes des pics et augmenter celles des creux de 2%. Pour cela, on modifie le coefficient d'amortissement α , en effet celui-ci étant proportionnel aux amplitudes des creux et inversement proportionnel aux amplitudes des pics (cf. équation (19)). On augmente alors la valeur α de 2% dans notre modèle théorique. On représente (cf. figure 13), les écarts entre nos modèles théoriques modifiés et les mesures.

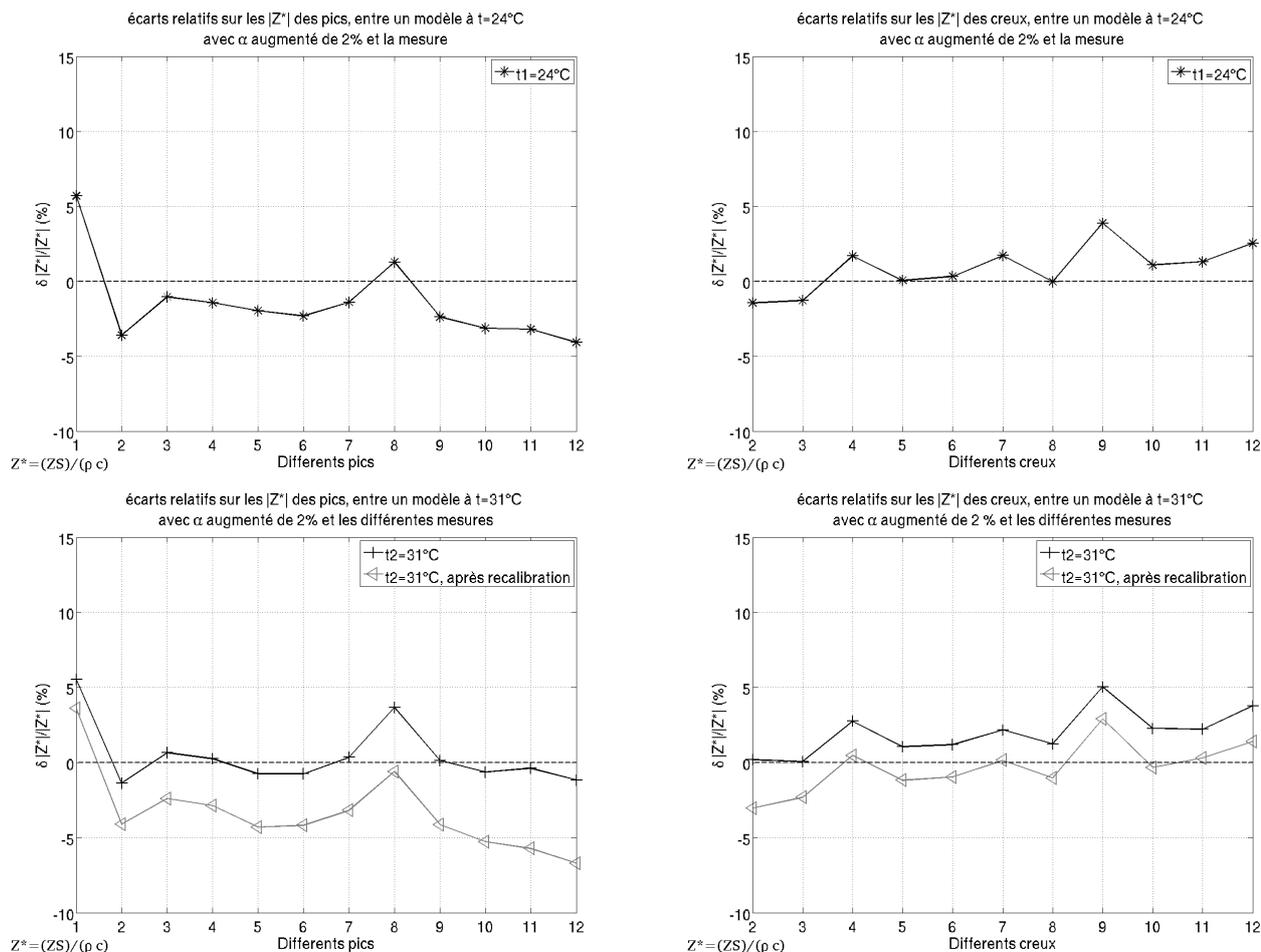


FIGURE 13 – En haut : Représentation des écarts relatifs en pourcentage sur les amplitudes des pics (et creux) d'impédance entre la mesure et le modèle modifié à 24°C ; en bas : idem à 31°C

Sur la figure 13, on constate bien que pour les différentes mesures, les écarts sur les amplitudes des pics ont bien augmenté de 2%. Ceux sur les amplitudes des creux ont diminué de 2% également. Le modèle théorique modifié est donc plus proche de nos mesures. Les écarts entre les mesures et le modèle modifié sont en table 6.

	$t1 = 24^{\circ}C$		$t2 = 31^{\circ}C$		$t2 = 31^{\circ}C$, avec re-calib.	
	pics	creux	pics	creux	pics	creux
δA en %	-1.47	+0.89	+0.46	+2.0	-3.32	-0.33

TABLE 6 – Valeurs des écarts relatifs moyennés obtenus entre chaque mesure d'impédance et le modèle théorique modifié

D'après la table 6, on confirme que tous les écarts d'amplitudes ont bien été modifiés de 2%. Les amplitudes des creux et des pics de la mesure à $24^{\circ}C$ sont proches du modèle théorique. Cependant, après recalibration à $31^{\circ}C$ on ne comprend pas le décalage sur les amplitudes des pics. Cet écart au modèle théorique est surprenant, il est plus important que celui entre les mesures et le modèle à $24^{\circ}C$.

Comparaison des variations d'amplitude expérimentales et théoriques dues à la température

Afin de comprendre les variations d'amplitudes induites par un écart de température δt , nous nous basons sur des formules approchées exprimant les amplitudes des pics et creux d'impédance en fonction des paramètres dépendants de la température :

$$|Z_e|_{min} = Z_c \alpha l \quad \text{et} \quad |Z_e|_{max} = \frac{Z_c}{\alpha l} \quad (19)$$

où $\alpha = \frac{\omega}{c} \frac{\alpha_1}{r_v}$ et $r_v = R \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}}$, $\mu = 1.708 \cdot 10^{-5} (1 + 0.0029t)$, t est la température en $^{\circ}C$.

Les impédances étudiées étant adimensionnées, on s'intéresse aux variations de $\frac{|Z_e|_{min} S}{\rho c}$ et $\frac{|Z_e|_{max} S}{\rho c}$ avec la température :

$$\frac{|Z_e|_{min}}{Z_c} = \alpha l \quad (20)$$

$$= \frac{\omega}{c} \frac{\alpha_1}{r_v} l \quad (21)$$

$$= \frac{\alpha_1}{R} \frac{l}{c} \sqrt{\frac{\omega \mu}{\rho}} \quad (22)$$

Or ω est dépendante de la vitesse du son, les composantes dépendantes de la température dans l'équation (22) sont notées χ :

$$\chi = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{c \mu}{\rho}} \quad (23)$$

A partir de l'équation (6), on vérifie que la quantité $c \sqrt{\rho}$ ne dépend pas de la température (cela venant de la compressibilité $1/(\rho c^2)$), il reste alors $\chi = \sqrt{\mu c}$. Les amplitudes des maximum d'impédance seront elles dépendantes de la quantité $1/\chi$.

paramètres	c	ρ	μ	$\sqrt{\mu}$
écarts produits en %	+1.17	-2.3	+1.9	+0.95

TABLE 7 – Valeurs des écarts obtenus sur les différents paramètres pour une variation en température de $7^\circ C$

On calcule l'écart produit par une variation $\delta t = 7^\circ C$ sur chacun des paramètres dépendants de la température, table 7.

A partir de la table 7, nous pouvons calculer les écarts obtenus sur les amplitudes des maximum et minimum d'impédance. Les composantes dépendantes de la température, χ , ainsi que les écarts relatifs (théoriques et mesurés) engendrés sur les amplitudes des pics (et des creux) sont donc en table 8. Les modèles théoriques correspondent pour le premier à un modèle numérique et le second au calcul des formules approchées détaillées précédemment.

	$\left(\frac{Z_{num}S}{\rho c}\right)_{31} / \left(\frac{Z_{num}S}{\rho c}\right)_{24}$	$\left(\frac{Z_{app}S}{\rho c}\right)_{31} / \left(\frac{Z_{app}S}{\rho c}\right)_{24}$	$\left(\frac{Z_{exp}S}{\rho c}\right)_{31} / \left(\frac{Z_{exp}S}{\rho c}\right)_{24}$	$\left(\frac{Z_{exp}S}{\rho c}\right)_{31r} / \left(\frac{Z_{exp}S}{\rho c}\right)_{24}$				
	pics	creux	pics	creux	pics	creux	pics	creux
χ	/	/	$A = \sqrt{\frac{1}{\mu c}}$	$Ac = \sqrt{\mu c}$	/	/	/	/
$\delta\chi$ en %	-1.5	+1.5	-1.53	+1.53	+0.95	+2.65	-3.39	+0.36

TABLE 8 – Valeurs des écarts d'amplitudes avec la température obtenus sur les amplitudes des pics et des creux

A partir de la table 8, nous remarquons dans un premier temps que l'écart entre le modèle théorique numérique et les formules approchées est relativement faible, les formules approchées suffisent donc à comprendre les variations d'amplitude. De plus, nous constatons que les écarts obtenus par les mesures sur les amplitudes des pics (et des creux) ne correspondent pas aux écarts théoriques (formules approchées ou modèle théorique) que ce soit avant ou après recalibration. Les formules ne permettent pas de comprendre les variations d'amplitude observées, d'autant que celles-ci ne sont pas négligeables.

Si on fait l'hypothèse que la quantité mesurée n'est pas $\frac{ZS}{\rho c}$, mais l'impédance divisée par l'impédance de la cavité fermée, à partir de l'équation (3) on déduit que la quantité mesurée est alors proportionnelle à $\frac{ZS}{\rho c^2}$. On peut alors calculer la dépendance en température de cette quantité, et calculer l'écart produit sur les amplitudes, table 9.

	$\left(\frac{Z_{app}S}{\rho c^2}\right)_{31} / \left(\frac{Z_{app}S}{\rho c^2}\right)_{24}$		
	pics	creux	
χ	$A' = \frac{1}{c\sqrt{\mu c}}$	$Ac' = \frac{1}{c}\sqrt{\mu c}$	
$\delta\chi$ en %	-2.7	+0.36	

TABLE 9 – Valeurs des écarts d'amplitude avec la température obtenus sur les amplitudes des pics et des creux, quantité mesurée : impédance/impédance cavité

A partir de la table 9, on constate que les variations d'amplitude sur les pics et les creux se rapprochent alors plus de celles mesurées à $31^\circ C$ après recalibration. Cependant ceci n'est toujours pas évident pour la mesure à $31^\circ C$ avant recalibration. D'autant que c'est cette mesure qui nous intéresse. La quantité mesurée par le capteur ne nous paraît pas clairement

définie et on ne comprend pas non plus comment la température est prise en compte dans Capteur Z.

Enfin, nous avons constaté lors de l'étude de la fonction de transfert avec cavité fermée que la sensibilité des microphones variait avec la température d'un rapport : $b = \frac{SS_{31}}{SS_{24}} = 1.007$, soit 0.7%. En prenant en compte b , soit la variation de la sensibilité des microphones avec la température, nous pouvons diminuer les amplitudes des pics et des creux de 0.7% de la mesure à 31°C sans calibration. L'influence de la température sur la sensibilité des microphones est alors prise en compte mais non suffisante pour ramener les amplitudes d'une mesure effectuée à 31°C à celles d'une mesure à 24°C.

On ne sait donc pas comment ramener des amplitudes de pics (ou creux) d'impédance d'une température à une autre. Le but étant de ne pas recalibrer.

Synthèse : Le modèle théorique $ZS/(\rho c)$ ne permettant pas de comprendre comment une variation de température influe sur les amplitudes des pics et des creux, on essaye alors de comparer d'une part les données adimensionnées à deux modèles théoriques adimensionnés différemment.

Comparaison de l'impédance d'entrée adimensionnée mesurée à 31°C avec deux modèles théoriques d'impédance adimensionnés à 31°C et à 24°C

Nous comparons ici l'impédance adimensionnée à 31°C avant recalibration, soit $(ZS)/(\rho c)$, à deux modèles théoriques à 31°C redimensionnés par ρc à t_1 et t_2 . Afin d'adimensionner les modèles, nous les divisons par $\rho_t \cdot c_t$ où ρ_t et c_t dépendent de la température. On cherche à comprendre à quelle température a été adimensionnée la mesure à 31°C avant recalibration. On la compare donc à ces deux modèles afin d'identifier auquel celle-ci se rapproche le plus, figure 14.

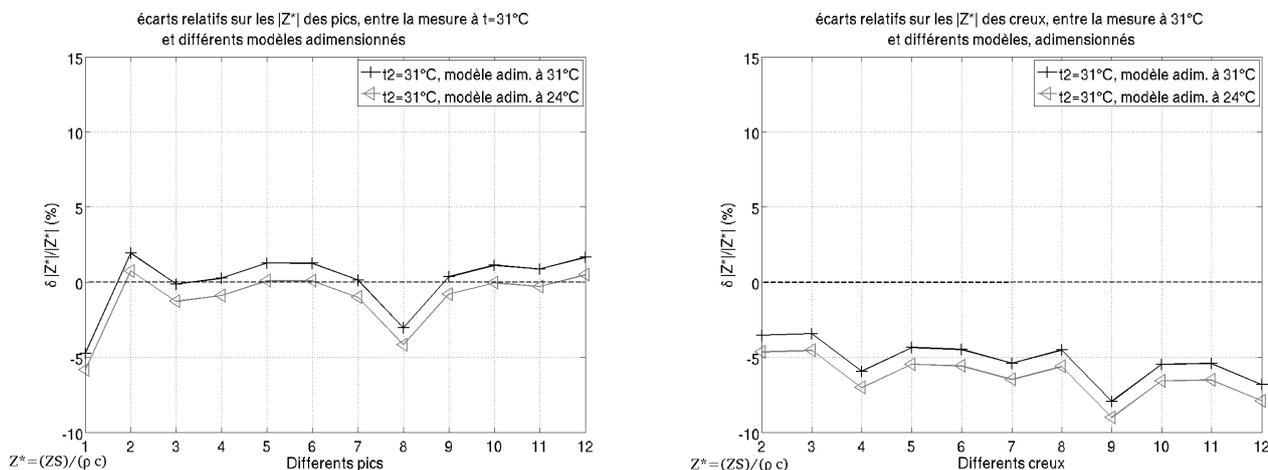


FIGURE 14 – Représentation des écarts relatifs en pourcentage sur les amplitudes des pics (et creux) d'impédance entre la mesure à 31°C et les deux modèles

Sur la figure 14, on remarque que le modèle avec un adimensionnement à 31°C est plus proche des mesures. Cependant, l'écart entre celui-ci et la mesure est encore trop important

pour conclure sur la quantité mesurée. Les écarts entre la mesure à $31^\circ C$ et les deux modèles sont en table 10.

	$\left(\frac{Z_{th}S}{\rho c}\right)_{ad,31} / \left(\frac{Z_{exp}S}{\rho c}\right)_{31}$	$\left(\frac{Z_{th}S}{\rho c}\right)_{ad,24} / \left(\frac{Z_{exp}S}{\rho c}\right)_{31}$
	pics	creux
δA en %	+0.08	-5.21
	pics	creux
	-1.08	-6.30

TABLE 10 – Valeurs des écarts d’amplitudes obtenus sur les amplitudes des pics et des creux entre la mesure à $31^\circ C$ et les deux modèles

La table 10 nous permet bien de justifier que les écarts entre la mesure à $31^\circ C$ et le modèle adimensionné à $31^\circ C$ sont plus faibles que ceux pour un adimensionnement à $24^\circ C$. Cependant, on n’explique toujours pas pourquoi les écarts sur les creux sont si importants. La quantité mesurée ne nous paraît donc toujours pas évidente.

3.4 Effet d’un balayage lent/rapide sur les basses fréquences

On s’intéresse maintenant à l’effet d’un balayage plus ou moins rapide sur les basses fréquences. Pour cela on effectue une première mesure sur la bande fréquentielle [10 ;1000] Hz, puis une seconde sur la bande [10;250] Hz. On compare dans un premier temps les fonctions de transfert entre les deux microphones, lorsque la cavité est fermée. Puis dans un second temps, on compare les impédances d’entrée (à même température) en basses fréquences d’un tube fermé. On tronque alors les signaux dans la bande où les différences sont le plus observables à savoir [10;100] Hz, figure 15.

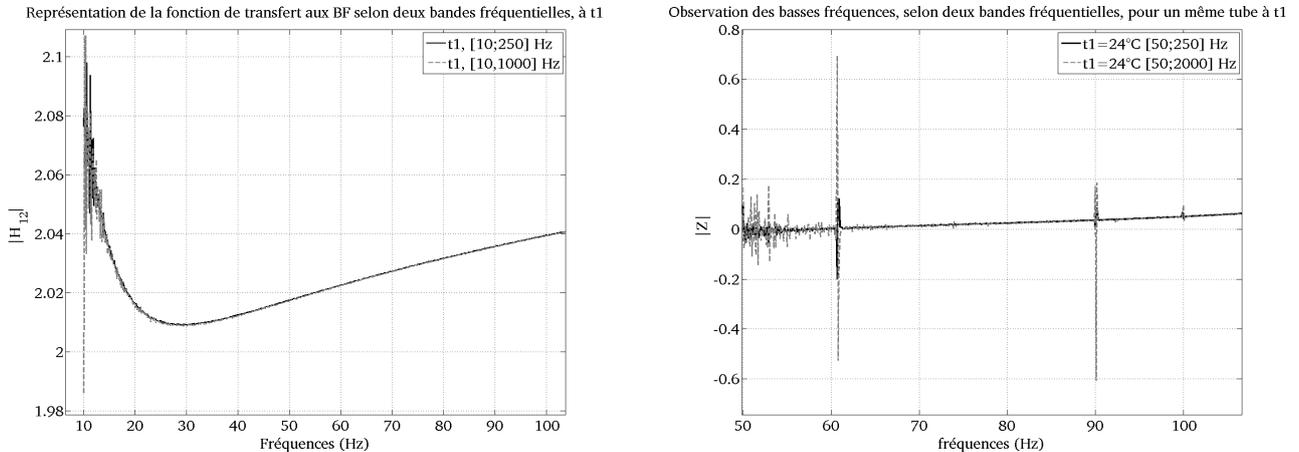


FIGURE 15 – A gauche : Comparaison des fonctions de transfert obtenues selon deux balayages différents ; à droite : idem pour deux impédances d’entrée du tube fermé

A partir de la figure 15 (gauche), nous pouvons constater que sur les 20 premiers Hertz la fonction de transfert issue du balayage sur la bande fréquentielle [10;1000]Hz paraît plus bruitée. De même sur les courbes d’impédance obtenue avec un tube fermé, on peut noter que lorsque la bande fréquentielle prise est plus importante, les signaux apparaissent nettement plus bruités sur les 10 premiers Hertz. Enfin, on remarque également que les petites disparités

à 90 et 100 Hz, sont accentuées.

On peut aussi déterminer pour l'impédance d'entrée d'un tube fermé à une température de 31°C, les écarts sur le premier pic entre ces deux mesures et la théorie, tables 11.

mesure sur tube à 31°C	$\Delta F1_{th}$	$\Delta A1_{th}$	$\Delta A2_{creux_{th}}$
bande fréq. [10;1000] Hz	-17.37 cents	3.26%	+2.18%
bande fréq. [10;250] Hz	-16.28 cents	0.12%	+6.30%

TABLE 11 – Valeurs des écarts de fréquences et d'amplitude du premier pic et second creux avec un modèle théorique à 31°C

La table 11 nous permet de justifier le fait que les amplitudes du premier pic sont mieux déterminées lorsque le balayage fréquentiel est plus lent, en effet les écarts au modèle théorique sont plus faibles. Mais pour l'amplitude du second creux, le balayage lent donne un écart plus important par rapport au modèle théorique. De plus, pour la détermination de la fréquence du premier pic, ceci n'est pas flagrant, on gagne 1 cent par rapport au modèle théorique. On peut également reprendre la figure 12 et ajouter les amplitudes du premier pic et du second creux déterminés par le balayage lent en fréquence, figure 16.

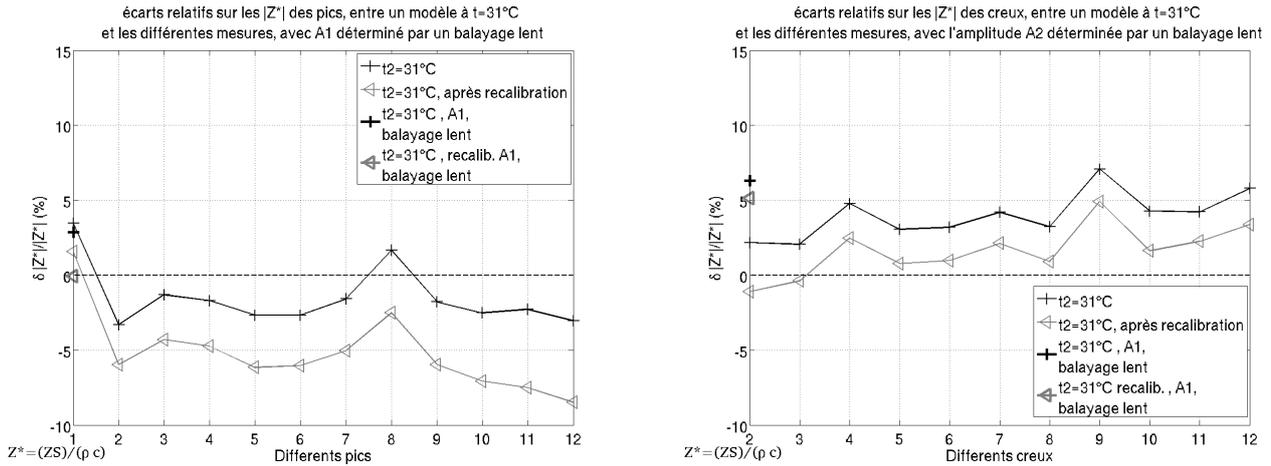


FIGURE 16 – À gauche : Représentation des écarts sur les pics entre les différentes impédances mesurées et le modèle théorique à $t = 31^\circ C$ avec les valeurs issues du balayage lent sur le premier pic ; à droite : idem pour les creux d'impédance

Sur la figure 16, on remarque que les valeurs déterminées par le balayage lent sont globalement dans la continuité des écarts relatifs des autres pics ou creux. Ceci est d'autant plus évident sur le premier pic. En effet, on remarque que l'écart relatif sur le premier pic déterminé par le balayage lent se rapproche des écarts relatifs sur les pics suivants. L'écart d'amplitude du second creux est plus important par rapport au modèle théorique, mais on peut noter que celui-ci est également plus proche des écarts relatifs des pics suivants.

On peut alors conclure qu'un balayage lent en fréquence permet une meilleure détermination des amplitudes des pics. Pour les creux, ceci est moins flagrant, mais on peut douter de notre modèle théorique étant donné que la quantité mesurée par Capteur Z nous est mal

connue. On n'observe pas d'effet important sur la détermination des fréquences.

3.5 Conclusion

- La dilatation en fréquence donne de bons résultats sur les fréquences de résonance, ce qui évite une recalibration, et donc un démontage du capteur. La reproductibilité est de l'ordre de 1 cent.
- L'augmentation du coefficient d'atténuation de 2% permet de rapprocher les résultats théoriques des résultats expérimentaux, pour les deux températures.
- Pour une température donnée, les variations des amplitudes et fréquences de résonance avec l'ordre de la résonance sont très reproductibles, et proviennent donc de la géométrie (faibles variations de section). Le capteur est donc très sensible.
- Dans le manuel, la quantité que donne le capteur est probablement $(ZS)/(\rho c)$, mais s'il s'agissait de $(ZS)/(\rho c^2)$, les écarts entre amplitudes pour les deux températures seraient plus cohérents avec les écarts théoriques.
- Nous n'avons pas su interpréter les résultats sur les amplitudes à $31^\circ C$ avant recalibration, nous espérons pouvoir discuter avec le concepteur.
- Pour augmenter la précision aux basses fréquences, il est bon de réduire la vitesse de balayage.

4 Mesures acoustiques sur les corps du haut

4.1 Calibration du capteur d'impédance

Comme expliqué précédemment, avant toute mesure, la première étape consiste à calibrer le pont d'impédance. Le capteur d'impédance est dans un premier temps fermé, puis à partir d'un balayage en fréquence, de durée 1s, répété 10 fois et moyenné, les paramètres de calibration sont alors déterminés (on s'assure que ceux-ci sont peu différents des paramètres précédemment établis). Afin de savoir si les paramètres (sensibilité des microphones, fuites, ..) du capteur ont été correctement définis pendant la calibration, on propose de faire une mesure d'un tube fermé ou ouvert et de la comparer à un modèle théorique décrit ensuite. On ouvre alors le capteur, puis à l'aide d'une pièce adaptatrice graissée et d'un joint torique permettant d'éviter les fuites, on fixe le tube sur le capteur. On mesure alors l'impédance d'entrée de celui-ci sur une bande fréquentielle de [25; 2500]Hz, afin de pouvoir observer le comportement en basses et hautes fréquences. Chaque itération dure 10s, ce qui permet d'obtenir un nombre de points d'échantillonnage important, la fréquence d'échantillonnage étant $F_e = 25000 \text{ Hz}$; enfin l'acquisition est moyennée sur 10 itérations.

On peut définir l'impédance d'entrée à partir de la matrice de transfert d'un cylindre, celle-ci étant donnée par :

$$\begin{pmatrix} P(0, \omega) \\ U(0, \omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \Gamma L & Z_c \sinh \Gamma L \\ Z_c^{-1} \sinh \Gamma L & \cosh \Gamma L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(L, \omega) \\ U(L, \omega) \end{pmatrix} \quad (24)$$

A partir de cette matrice de transfert, on peut exprimer l'impédance d'entrée, donc en $x = 0$, en fonction de l'impédance en $x = l$, Z_r étant définie ensuite.

L'impédance d'entrée est alors donnée par :

$$Z_e = \frac{P(0, \omega)}{U(0, \omega)} = \frac{A.Z_r + B}{C.Z_r + D} \quad (25)$$

où A, B, C et D sont les coefficients de la matrice de transfert afin de passer de la sortie à l'entrée de l'instrument (cf. [8]). Cette définition de l'impédance d'entrée à partir de la matrice de transfert nous sert ensuite à réaliser un modèle théorique sur un cylindre avec variations de section.

On peut en déduire un modèle définissant l'impédance d'entrée d'un tube ouvert ou fermé. Le tube utilisé a les paramètres suivants :

- longueur du tube ouvert = 109 cm
- longueur du tube fermé = 109 - 1.7 cm (dus au bouchon "hermétique")
- rayon = 13.8 mm

L'impédance d'entrée d'un cylindre est obtenue (à partir des éq. (24) et (25)) :

$$Z_e = Z_c \tanh(\Gamma l + \arg \tanh(Z_r/Z_c)) \quad (26)$$

où l est la longueur du cylindre, et Γ , Z_c et Z_r , définis ci-dessous.

$$\Gamma = \alpha + j \frac{\omega}{v_\phi} \quad (27)$$

où $\alpha = \frac{\omega}{c} \left[\frac{\alpha_1}{r_v} + \frac{\alpha_2}{r_v^2} \right]$, $\alpha_1 = 1.044$ et $\alpha_2 = 1.08$, $v_\phi = c \cdot \frac{1}{1+\alpha_1/r_v}$ et $r_v = R \sqrt{\frac{\omega}{cl_v}}$. On note également $k_v = \sqrt{-\frac{j\omega}{cl_v}}$, avec $l_v = \frac{\mu}{\rho c}$. R est le rayon du cylindre et μ la viscosité.

L'impédance caractéristique est :

$$Z_c = \frac{\rho c}{S} \left[1 + \frac{\bar{\alpha}_1(1-j)}{r_v} - \frac{\bar{\alpha}_2 j}{r_v^2} \right] \quad (28)$$

où $\bar{\alpha}_1 = 0.37$ et $\bar{\alpha}_2 = 1.08$, pour l'air.

et l'impédance de rayonnement pour un tube ouvert sans écran, [2] p.590 est :

$$Z_r = \frac{\rho c}{S} \cdot \frac{((jkr\delta + 0.5 \cdot d_2(jkr)^2))}{(1 + 0.5 \cdot (n_1 + d_1)jkr + 0.5 \cdot d_2(jkr)^2)}; \quad (29)$$

où $n_1 = 0.167$, $d_1 = 1.393$, $d_2 = 0.457$, $\delta = 0.6133$.

Pour le tube fermé, on utilise l'impédance de Cremer définie précédemment, équation (16).

On note que le rôle de l'humidité de l'air a été ignoré lors de ces calculs, celui-ci étant mal connu. D'après l'étude précédente, les écarts obtenus sur la fréquence pour une variation de $\delta t = 1^\circ C$ ne sont pas négligeables, on relèvera alors la température pour chaque acquisition. En effet, au cours d'une série de mesures, nous avons pu observer une variation de la température de l'ordre de $2 - 3^\circ C$. L'impédance mesurée sera ensuite ramenée à la température du modèle numérique, à savoir $20^\circ C$ par dilatation de l'axe des fréquences d'un coefficient $a = c(20)/c(t)$, donc un rapport des vitesses de propagation.

Soit sur l'impédance mesurée :

$$Z(\omega_{20^\circ C}) = Z(\omega_t^\circ C) \cdot a \quad (30)$$

Autour de cette théorie, nous définissons une zone d'incertitude, basée sur les travaux réalisés par A. Guilloteau, [5], celle-ci est liée à la température mais aussi à la mesure du rayon et de la longueur du tube.

- $\delta t = 0.5^\circ C$
- $\delta R = 0.25 \cdot 10^{-3} m$
- $\delta l = 0.5 \cdot 10^{-3} m$

Si notre mesure se situe dans cette zone de tolérance, en basses et hautes fréquences on considérera alors la calibration comme acceptable, comme sur la figure 17. Il est donc impératif de prendre en compte la température lors de la calibration, puis lors des mesures si on veut obtenir des résultats cohérents et comparables.

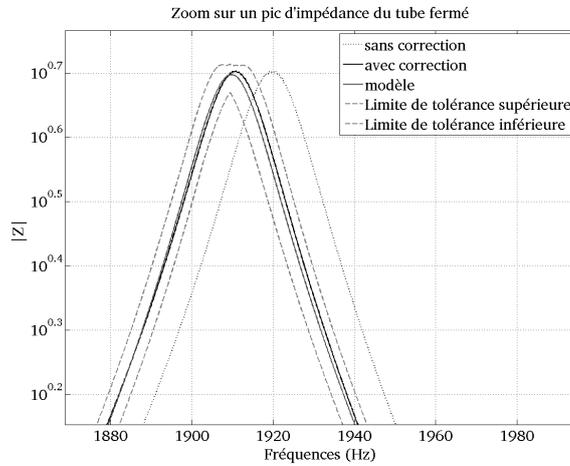


FIGURE 17 – Représentation d'un zoom sur un pic d'une mesure d'impédance obtenue avec un tube fermé, avec et sans correction de température

Nous pouvons à présent étudier le comportement des impédances respectives du tube ouvert ou fermé, figure 18, sur toute la bande fréquentielle mesurée.

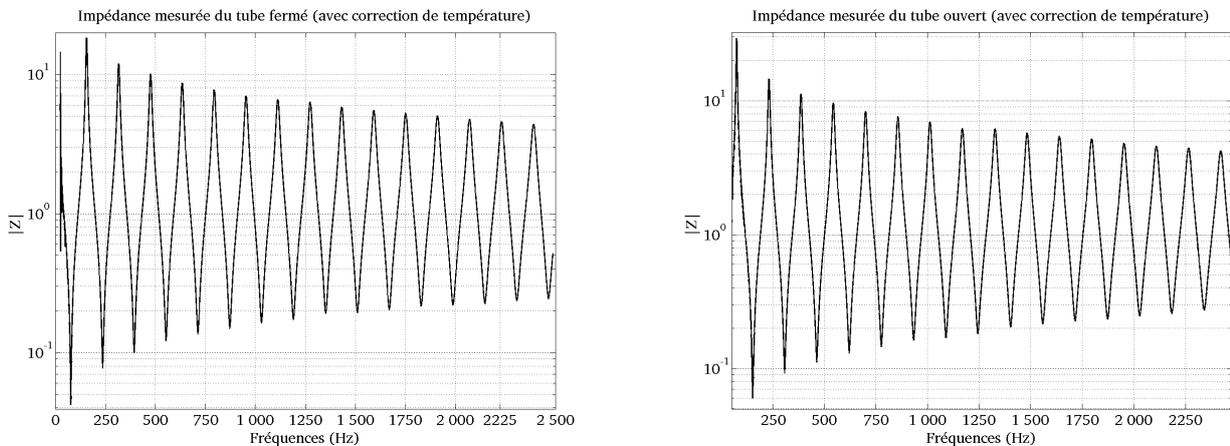


FIGURE 18 – Représentation des impédances d'entrée (théorique et mesurée) du tube fermé

Les fréquences et hauteurs des pics d'impédance sont obtenues à partir de l'annulation de la partie imaginaire de l'impédance, la recherche de zéros étant calculée numériquement selon la méthode de la dichotomie.

Pour un tube fermé, l'écart quadratique relatif (moyenné sur l'ensemble des pics) des fréquences des pics entre le modèle théorique et la mesure est d'environ 2 cents. L'écart relatif sur l'amplitude est de -3.4% . Celui sur les fréquences des creux est de 3 cents, et sur l'amplitude des creux d'environ 3% . On notera également que l'impédance terminale d'un tube fermé est plus généralement considérée comme infinie, en utilisant $Z_r = 10^{10}$ au lieu de la définition donnée précédemment, on obtient exactement les mêmes résultats.

Pour un tube ouvert, de même, l'écart quadratique relatif (moyenné sur l'ensemble des

pics) sur les fréquences des pics est de 0.22%, donc légèrement supérieur à 3 cents. Puis, l'écart relatif quadratique sur l'amplitude de ces pics est de 4.5%, ce qui peut être dû au bruit de fond pendant la mesure. Celui sur les fréquences des creux est de 0.08%, donc d'environ 1 cent, et sur l'amplitude de 9.12%. On constate à nouveau que les écarts relatifs quadratiques ne sont pas identiques pour les creux et les pics.

4.2 Mesures d'impédance sur les corps du haut

Pour des raisons géométriques expliquées précédemment, six corps du haut ont été conservés. Deux mesures selon deux configurations différentes ont été réalisées. La première configuration consiste à démonter les corps du haut après chacune des mesures. Les résultats obtenus ne sont pas pertinents compte tenu de l'incertitude due au démontage, voir annexe 1. La seconde configuration consiste à réaliser quatre acquisitions sur le même corps du haut sans démonter le dispositif (cf. figure 19), ce qui limite alors les incertitudes. Les résultats sont présentés ci-après.

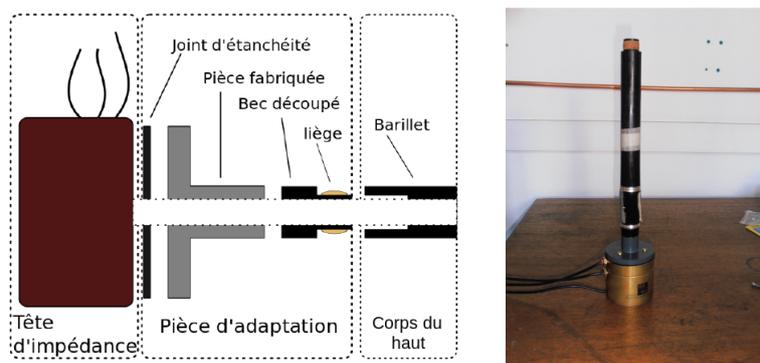


FIGURE 19 – Représentation des impédances d'entrée (théorique et mesurée) du tube fermé

Sur la figure 19 (gauche), un schéma représentant les différents éléments du dispositif de mesure ; à droite, une photo d'une mesure acoustique d'un corps du haut avec le capteur.

Nos mesures ont été effectuées à une température de 24°C avec des variations de températures maximales de l'ordre de 2°C entre le début et la fin de la série de mesures. Lors de l'étude du capteur, nous avons conclu qu'un écart de température de 7°C crée une incertitude sur les amplitudes et creux d'impédance d'environ 5%. Une variation de température, ici de 2°C , crée donc une incertitude sur les amplitudes de l'ordre de 2%. Seuls des écarts d'amplitudes entre les corps du haut supérieurs à cette incertitude seraient alors exploitables, ce qui semble difficile compte tenu des écarts recherchés. Nous pouvons cependant étudier précisément les fréquences de résonance des corps du haut. En effet, nous avons vu précédemment comment corriger un écart de température sur les fréquences. Les résultats sont analysés par la suite.

4.2.1 Reproductibilité du capteur

On effectue quatre mesures d'impédance sur chaque corps du haut sans démontage, un corps du haut est alors mesuré quatre fois de suite. Les mesures sont effectuées sur la bande fréquentielle [25; 2500] Hz, ce qui nous permet d'observer les cinq premiers pics et creux d'impédance, figure 20. Le premier creux étant trop bruité, nous étudierons seulement les quatre suivants.

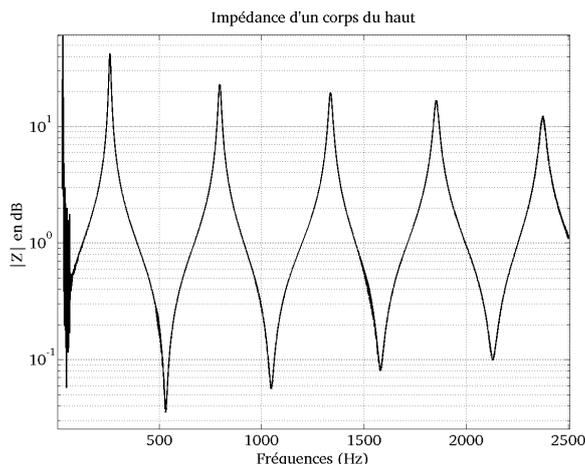


FIGURE 20 – Représentation de l'impédance d'un corps du haut mesurée avec le capteur d'impédance

A partir d'une mesure d'impédance (cf. figure 20), nous déterminons les hauteurs (module d'impédance) et les fréquences de chaque pic et creux d'impédance. Nous comparons ensuite les résultats obtenus pour les quatre mesures effectuées sur chacun des corps du haut. On représente comme exemple ici, les fréquences et amplitudes obtenues sur le premier pic d'impédance pour les quatre mesures sur chacun des corps du haut, figure 21 (voir les autres figures en annexe 2).

Sur la figure 21 (gauche), on note la reproductibilité du capteur sur les quatre mesures, en effet pour un corps du haut donné, les fréquences sont très proches. Pour les amplitudes, la reproductibilité est moins précise. La table 12 donne les valeurs de l'écart relatif moyen, l'écart maximum entre deux mesures, soit la précision du capteur sur les quatre mesures réalisées. Les comparaisons entre corps du haut sont effectuées par la suite.

	Fréq.	Ampl.
Écart relatif quadratique moyens	< 1 cent	0.75%

TABLE 12 – Valeurs des incertitudes sur le capteur et valeurs des écarts relatifs maximum et minimum des paramètres entre les hauts

A partir des résultats obtenus, table 12, on peut remarquer que les incertitudes liées au capteur sont inférieures à celles de l'expérience avec démontage, voir annexe 1. Du fait que l'on ne démonte pas chaque corps du haut pour refaire une mesure, celles-ci sont diminuées. Les incertitudes sur les fréquences étant très petites, inférieures à 1 cent, on en conclut que les variations de fréquences les plus flagrantes entre corps du haut sont alors exploitables.

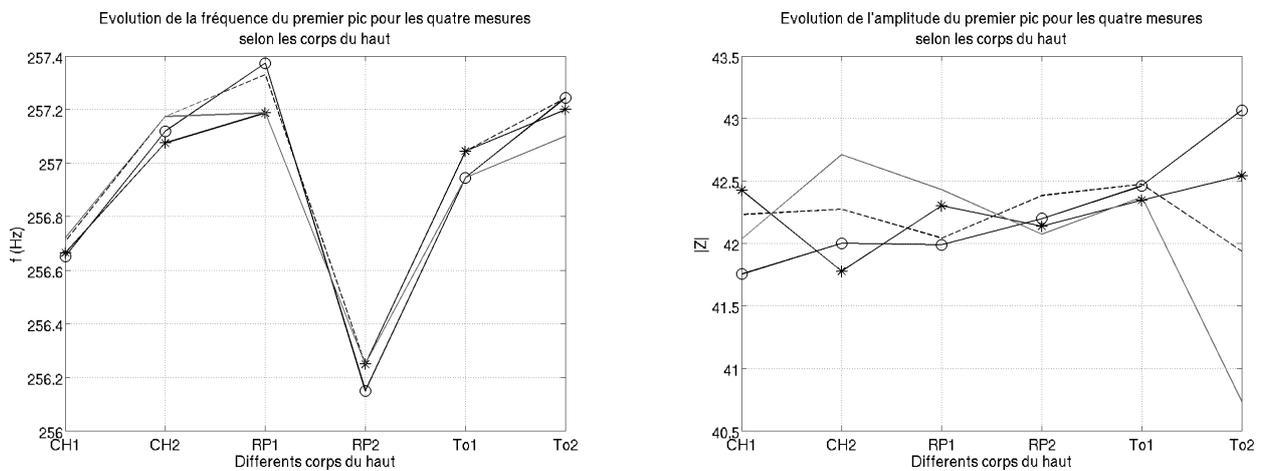


FIGURE 21 – A gauche, représentation des fréquences du premier pic pour les quatre acquisitions sur chacun des corps du haut ; à droite, idem pour les amplitudes du premier pic

En effet, entre deux corps du haut distincts on constate que les différences fréquentielles sont généralement supérieures à l'écart relatif moyen, donc notables.

La reproductibilité du capteur est également notable sur les amplitudes des pics 3, 4 et 5, on peut distinguer chacun des corps du haut (cf. annexe 2). Cependant, sur les deux premiers pics, les écarts d'amplitude entre les mesures sont tels qu'il paraît difficile de noter des différences entre les corps. Enfin, les écarts relatifs quadratiques moyens entre les différentes mesures sont de 0.75%, ce qui paraît assez faible.

4.2.2 Comparaison des fréquences et amplitudes sur les différents corps du haut

Afin de comparer fréquences et amplitudes des pics (et creux) d'impédance entre les différents corps du haut, on moyenne les résultats obtenus par les quatre mesures, exemple en figure 22. Voir annexe 2.

Sur la figure 22, on constate effectivement des différences fréquentielles notables (> 1 cent, jusqu'à 7 cents) entre chacun des corps du haut, que l'on détaille par la suite. Cependant, les différences en amplitudes entre chacun des corps du haut sont inférieures à 2% (voir annexe 2) donc inférieures aux erreurs dues à la température, expliquées précédemment. Les amplitudes des corps du haut ne sont donc pas exploitables. On concentre alors notre étude sur les fréquences, et donc sur la géométrie des corps du haut.

Première comparaison entre fréquence du premier pic d'impédance et longueurs des corps du haut

On rappelle, table 13, les longueurs de chacun des corps du haut mesurées avec barillet.

	CH1	CH2	RP1	RP2	To1	To2
l (mm)	270.40	270.40	270.30	270.60	270.40	270.36

TABLE 13 – Valeurs des longueurs des corps du haut mesurées avec le barillet

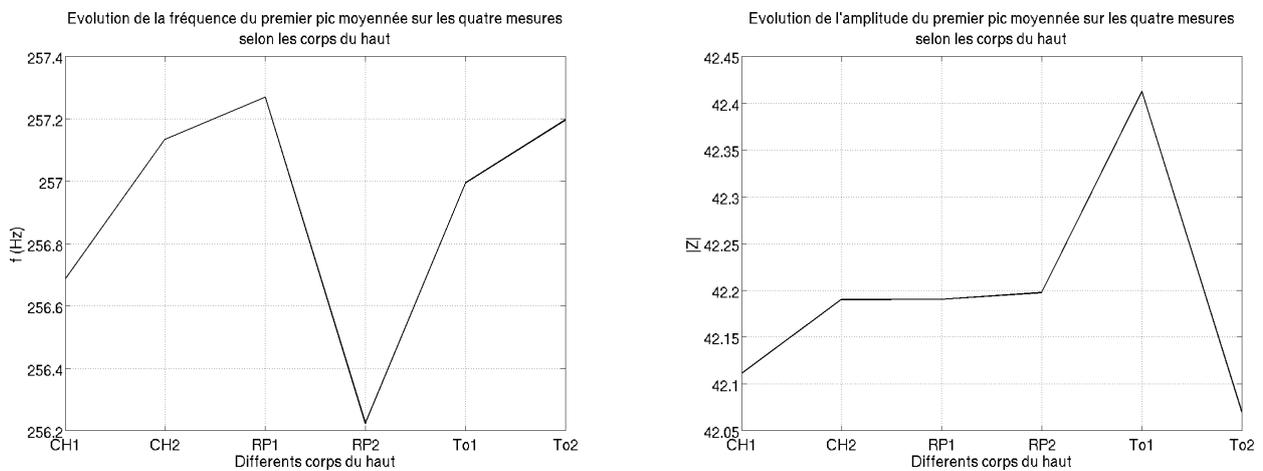


FIGURE 22 – A gauche, représentation des fréquences du premier pic moyennées sur les quatre mesures sur chacun des corps du haut ; à droite, idem pour les amplitudes du premier pic

On constate donc que les corps du haut CH1, CH2, To1 ont des longueurs similaires, de plus RP1 et To2 ont des longueurs légèrement inférieures. Enfin, le corps du haut RP2 a une longueur plus importante que les autres.

A partir des mesures réalisées, on constate effectivement que le corps du haut RP2 a une fréquence du premier pic plus basse que celles des autres corps, 6 cents par rapport à CH2. Cette propriété s'explique par la longueur effective plus longue de RP2.

On remarque aussi que la fréquence du premier pic de CH1 est inférieure à celle de CH2, de l'ordre de 3 cents. Cependant, CH1 a une longueur identique aux corps du haut CH2 et To1.

Enfin, on observe que les trois autres corps du haut restants, CH2, To1 et To2 ont des fréquences de résonance assez proches avec une différence autour de 1 cent, ce qui est dû à des longueurs de corps similaires.

Ce premier lien effectué entre fréquence du premier pic d'impédance et longueurs des corps du haut, permet de comprendre globalement les variations de fréquence observées entre les différents corps. Cependant, on ne quantifie pas ici le lien entre longueur et fréquence du premier pic, cela est effectué par la suite. L'influence de la géométrie sera alors précisément étudiée.

4.3 Conclusion

- On vérifie la bonne détermination des paramètres de calibration par une mesure d'impédance sur tube fermé que l'on compare à un modèle théorique.
- La température est à noter pour chaque acquisition, afin d'effectuer des comparaisons d'impédance correctes.
- Limiter le démontage du dispositif permet de réduire les incertitudes de mesure.
- La reproductibilité du capteur est notable lors des mesures sans démontage
- Les fréquences des pics et creux d'impédance sont donc exploitables compte tenu des faibles erreurs entre les mesures, et du fait que l'on sait corriger les fréquences en

fonction de la température

- Les écarts d'amplitude observés entre les différents corps du haut sont trop faibles pour être étudiés compte tenu des erreurs liées à la température et de la reproductibilité. Ce qui ne permet pas de corréler les résultats avec les états de surface.
- On peut alors établir un premier lien entre la fréquence du premier pic et les longueurs des corps du haut

5 Calcul des impédances d'entrée

5.1 Influence du rayon et de la longueur d'un cylindre sur les pics d'impédance

Après avoir effectué les mesures géométriques des corps du haut, on a pu constater que ceux-ci n'avaient pas exactement tous le même diamètre ni la même longueur. Le but est de déterminer à partir de formules approchées [2], l'influence du diamètre et de la longueur d'un cylindre sur les pics d'impédance. L'impédance de rayonnement est alors ignorée.

5.1.1 Longueur du cylindre

Une formule approchée mettant en lien fréquence de résonance et longueur du cylindre peut être définie par :

$$f_n = n \frac{c}{2l} \quad (31)$$

À partir de calculs d'erreurs et de développements limités, nous pouvons déterminer la relation entre variation de longueur et variation de fréquence :

$$f_n = n \frac{c}{2(l + \Delta l)} \quad (32)$$

$$f_n = \frac{nc}{2l} \left(1 - \frac{\Delta l}{l}\right) \quad (33)$$

$$\frac{\Delta f}{f} = - \frac{\Delta l}{l} \quad (34)$$

Un écart de longueur $\Delta l = 0.2 \text{ mm}$, écart par exemple entre CH2 et RP2, induit une variation de fréquence comprise entre 1 et 2 cents. Lors des mesures nous avons trouvé un écart plus important, de 6 cents. D'autres paramètres sont donc peut-être à prendre en considération, comme les changements de section.

L'amplitude ou hauteur des pics d'impédance est définie par :

$$Z \approx Z_c \frac{2c}{l} \frac{Q_n}{\omega_n} \quad (35)$$

où le facteur de qualité est donné par $Q_n = 2 \frac{\alpha_1}{r_v}$, r_v et α_1 définis précédemment, $\omega \propto f$.

De plus, comme $r_v \propto k_v$ et $k_v \propto \sqrt{\omega}$, donc $Q_n \propto \sqrt{\omega}$. On en déduit alors :

$$Z \propto \frac{1}{\sqrt{\omega} l} \quad (36)$$

En utilisant le résultat précédent, on obtient alors une relation approchée entre amplitude des pics et longueur du cylindre :

$$Z \propto \frac{1}{\sqrt{l}} \quad (37)$$

$$\frac{\Delta Z}{Z} = - \frac{1}{2} \frac{\Delta l}{l} \quad (38)$$

Un écart de longueur du cylindre de 5 mm engendre une variation d'amplitude du pic d'impédance de 1%. La longueur influe alors très faiblement sur l'amplitude. Dans notre

étude, la plus importante variation de longueur entre deux corps du haut constatée est de 0.2 mm , on peut alors conclure que nous ne pouvons pas observer de variation d'amplitude significative entre deux corps du haut due à la longueur.

5.1.2 Rayon du cylindre

On peut également définir les formules approchées définissant la proportionnalité entre fréquence, amplitude et rayon du cylindre. Soit :

$$\omega_n = k_n c \left(1 - \frac{\alpha_1}{r_v}\right) \quad (39)$$

On sait que r_v est proportionnel au rayon r du cylindre. Donc on obtient une relation du type :

$$\omega = A \left(1 - \frac{B}{r}\right) \quad (40)$$

où A et B sont des constantes. On peut alors définir ω' , pour une valeur $r + \delta r$:

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = -B \frac{\delta r}{r^2} \quad (41)$$

A partir de ces formules approchées, on peut déduire que la fréquence est donc inversement proportionnelle au carré du rayon ; de plus, une variation de 1.3 mm sur le rayon du cylindre produit un écart d'un cent en fréquence. Donc dans le cadre de notre étude où les variations de section sont moindres entre deux corps du haut, au maximum 0.1 mm , nous pouvons négliger leurs influences sur les fréquences des pics d'impédance.

Afin de définir la relation entre hauteur des pics d'impédance et rayon du cylindre, on utilise :

$$Z = \frac{\rho c}{S} \frac{1}{\alpha l} \quad (42)$$

où $\alpha = \frac{3 \cdot 10^{-5} \sqrt{f}}{r}$ et S le section du cylindre.

On peut donc en déduire :

$$\frac{ZS}{\rho c} \propto r \quad (43)$$

$$\frac{\delta Z}{Z} = \frac{\delta r}{r} \quad (44)$$

L'amplitude des pics d'impédance est donc proportionnelle au rayon du cylindre, un écart de 0.15 mm sur le rayon produit une variation d'amplitude du pic d'impédance d'environ 1%. On ne peut donc pas négliger l'influence du rayon sur les amplitudes des pics et creux d'impédance. Cependant, encore une fois ceci justifie que les variations que l'on aurait pu observer entre les corps du haut étaient de l'ordre de 1%, la précision actuelle du capteur ne permet pas de les mettre clairement en évidence.

5.1.3 Longueur équivalente à une ovalisation pour les fréquences de résonance

A partir de l'article de Debut, ([4] éq. (31)), une variation de section (rétrécissement/élargissement) peut être vue comme une longueur effective supplémentaire, Δl , à la longueur totale du

tube/instrument. Celle-ci s'exprime par :

$$k\Delta l = (\alpha - 1) \sin kl' \cos k(2l + l') \quad (45)$$

où l' est la longueur de la variation, l la longueur depuis le début du tube jusqu'à la variation et $\alpha = S'/S$, S' est la section de l'élargissement/contraction et S la section du tube.

Si $kl \ll 1$ et kl' petit, la correction de longueur correspondante à l'ovalisation est bornée par :

$$|\Delta l| < (1 - \alpha)l' \quad (46)$$

Dans notre étude, prenons le cas d'une ovalisation mesurée par deux diamètres, $\Phi_1 = 14.365 \text{ mm}$ et $\Phi'_1 = 14.355 \text{ mm}$ (mesures prises sur GL1) sur une longueur de 7.9 cm . Cette ovalisation crée alors une longueur équivalente inférieure à $5.2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$. Cette ovalisation est alors clairement négligeable.

Ne pouvant pas étudier les amplitudes des pics et creux d'impédance pour des raisons déjà explicitées, nous allons à présent nous intéresser précisément aux pics d'impédance. L'objectif est de réaliser maintenant un modèle réaliste, très proche de la géométrie (notamment des variations de section) des corps du haut afin de vérifier les fréquences obtenues pour les cinq pics (et creux) d'impédance.

5.2 Utilisation de modèles réalistes à la géométrie afin de valider les mesures

Dans un premier temps, nous avons étudié analytiquement à partir de l'article [4] A.2, comment une variation de section traduite dans cet article par une longueur équivalente, influait sur les fréquences (cf. annexe 3).

5.2.1 Théorie de l'approximation par tronçons cylindriques

La méthode consiste à approximer les changements de sections par une série de tronçons cylindriques à partir des mesures géométriques. Chaque tronçon est défini par une matrice de transfert. La matrice finale correspondant à l'instrument en entier n'est autre que le produit de ces matrices de transfert :

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \prod_n \begin{pmatrix} \cosh \Gamma L & Z_c \sinh \Gamma L \\ Z_c^{-1} \sinh \Gamma L & \cosh \Gamma L \end{pmatrix}_n \quad (47)$$

L'impédance d'entrée Z_e est enfin donnée à partir de chacun des éléments de la matrice finale et de l'impédance de rayonnement Z_r définie éq. (29) :

$$Z_e = \frac{A \cdot Z_r + B}{C \cdot Z_r + D} \quad (48)$$

Les fréquences des pics sont obtenues comme précédemment par l'annulation de la partie imaginaire.

5.2.2 Présentation des modèles et résultats obtenus

L'objectif est alors de comparer quatre modèles d'approximation par tronçons cylindriques. Le premier étant un modèle à section variable, le second à section moyenne, le troisième à section minimale et le dernier à section maximale, voir figure 23.

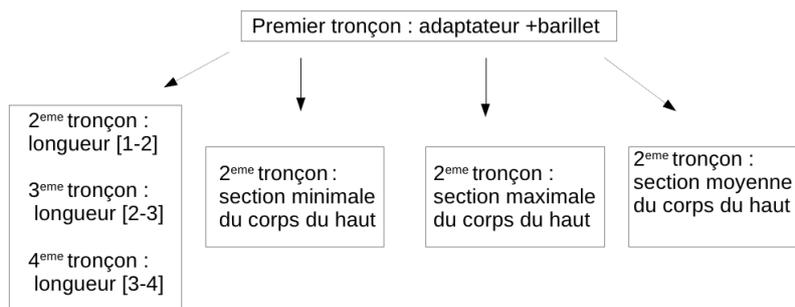


FIGURE 23 – Schéma explicatif des différents modèles

Le premier tronçon est identique pour les quatre modèles, il correspond au barillet+ adaptateur, figure 19. Le modèle à section variable correspond (cf. figure 23) à un découpage du corps du haut en trois tronçons comme sur la figure 1. Les trois autres modèles prennent en paramètres la section moyenne sur le corps du haut, la section minimale et le dernier modèle la section maximale. On prend comme valeurs de longueurs et rayons, celles mesurées géométriquement. On note que la longueur effective supplémentaire correspondante à la liaison corps du haut-barillet est prise en compte.

On obtient pour chacun des modèles les fréquences des cinq premiers pics (et creux) pour les différents corps du haut. Afin d'avoir une meilleure lisibilité de la figure 24, nous comparons différents modèles pour un seul corps du haut présentant des variations de section notables, ici CH1. On représente alors l'écart en cents sur les fréquences des pics entre la mesure et les différents modèles, figure 24.

Sur la figure 24, on constate que les modèles à sections moyenne, minimale et maximale sont assez proches. Le modèle à section variable semble se distinguer et être plus proche des mesures d'environ 2 cents. Nous continuons alors l'étude à partir d'un modèle à section variable, celui-ci étant plus pertinent.

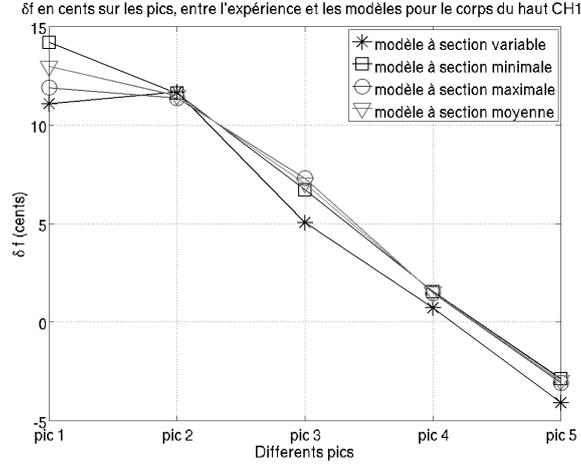


FIGURE 24 – Représentation de l'écart en cents entre la mesure et les différents modèles sur les fréquences des pics

5.2.3 Modèle à sections variables

Afin d'obtenir le plus de précision possible entre le modèle choisi et les mesures, nous utilisons un modèle par approximation de tronçons de cônes. Ce modèle permet alors d'être plus réaliste par rapport aux variations géométriques observées sur les corps du haut, mais également sur l'adaptateur qui présente un rayon d'entrée plus faible que celui de sortie.

Les cônes sont également définis par des matrices de transfert, du type (cf. Livre [2], p277) :

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad (49)$$

où

$$A = \frac{R_2}{R_1} \cos kl - \frac{\sin kl}{kx_1} \quad (50)$$

$$B = j \frac{\rho_0 c}{\pi R_1 R_2} \sin kl \quad (51)$$

$$C = \frac{\pi R_1 R_2}{\rho_0 c} \left[j \sin kl \left[1 + \frac{1}{k^2 x_1 x_2} \right] + \frac{\cos kl}{jk} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right) \right] \quad (52)$$

$$D = \frac{R_1}{R_2} \cos kl + \frac{\sin kl}{kx_2} \quad (53)$$

où R_1 est le rayon d'entrée du cône, R_2 le rayon de sortie, que le cône soit divergent ou convergent. x_1 et x_2 sont respectivement les projections des début et fin de cône sur l'axe passant par le sommet. Ces valeurs sont donc négatives pour un cône convergent et positives pour un cône divergent, voir [2] p277-278.

La matrice de l'instrument et l'impédance d'entrée sont déterminées de la même manière que pour les approximations en tronçons cylindriques. On représente en figure 25, les écarts

fréquentiels des premiers pics (et creux) entre les mesures et le modèle de cônes pour chacun des corps du haut. La figure 26 représente la comparaison entre le modèle en approximation de cylindres et celui en cônes.

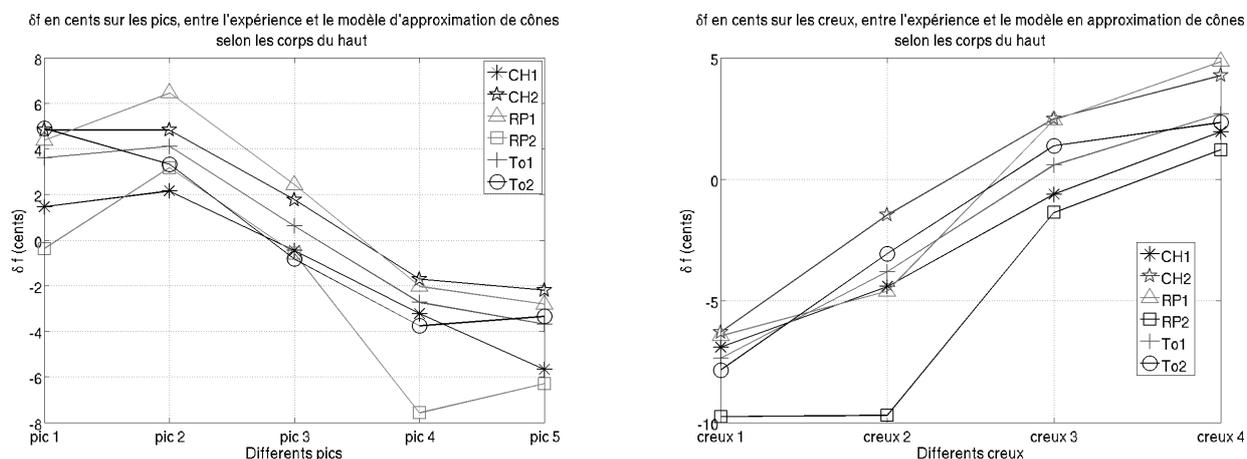


FIGURE 25 – A gauche : Représentation de l'écart fréquentiel sur les pics entre le modèle par approximation de cônes et les mesures ; à droite : idem pour les fréquences des creux

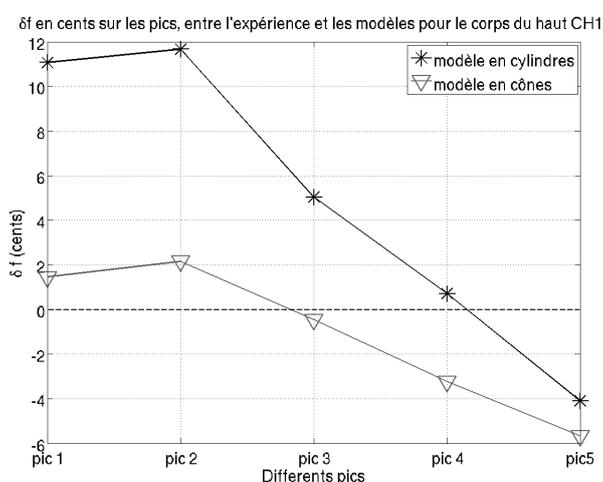


FIGURE 26 – Représentation de la comparaison entre le modèle d'approximation de cylindres et de celui en cônes

Sur les figures 25 et 26, on peut noter que l'écart fréquentiel entre mesure et modèle a bien été réduit, notamment lorsque la fréquence varie. On peut donc en déduire que les subtilités de la géométrie ont été prises en compte de façon satisfaisante. De plus, on constate que l'écart entre les mesures et le modèle sur les pics a bien été diminué, entre -5 et $+5$ cents sur les pics. Sur les creux, les écarts par rapport au modèle sont compris entre -8 et 5 cents environ. Le corps RP2 a certains écarts fréquentiels par rapport au modèle plus importants, certainement dus à la géométrie. On peut cependant conclure que notre modèle est alors

donc très proche des mesures même si il reste quelques écarts. Ceux-ci peuvent être dus à la géométrie. La figure 26 nous permet de justifier qu'il faut effectivement prendre en compte les fines variations de section pour une meilleure corrélation mesure/expérience. On en déduit que l'expérience autant que le modèle permettent donc de faire apparaître la finesse de la géométrie.

On peut supposer que pour obtenir une géométrie plus précise de l'évolution de la section à l'intérieur d'un corps du haut (et donc une meilleure corrélation modèle/mesure), il aurait fallu utiliser des instruments de mesure géométrique plus précis (matériel optique) ou effectuer un plus grand nombre de mesures sur la longueur du corps. De plus, l'adaptateur supposé cylindrique est en réalité conique, cependant il serait intéressant de mesurer précisément si ce cône est régulier sur toute la longueur de l'adaptateur ou plus restreint. Enfin, il peut également exister des discontinuités ou des mauvaises liaisons au niveau des liaisons entre les éléments.

Nous pouvons donc conclure que la géométrie que ce soit celle des corps du haut ou celle du dispositif de mesure, a une influence non négligeable sur la détermination des fréquences des pics ou des creux d'impédance. Surtout dans notre cas, où l'on cherche à comparer des corps du haut où les différences géométriques sont très petites. Les mesures géométriques doivent alors être effectuées avec précision, nous avons pu mettre en évidence que le dixième de millimètre sur la longueur ou le rayon pouvait avoir une influence respectivement sur les fréquences et les amplitudes des pics et creux d'impédance. Le bois étant un matériau qui évolue avec la température, la facture, ...il faut également tenir compte des variations de section observées au sein d'un même corps du haut pour obtenir un modèle le plus réaliste possible.

5.3 Conclusion

De ces différents calculs d'impédance, nous avons obtenu plusieurs conclusions :

- une différence de longueur de 0.2 *mm* entre deux corps crée un écart fréquentiel sur le premier pic entre 1 et 2 cents
- une différence de rayon de 0.15 *mm* entre deux corps crée un écart d'amplitude de 1%
- le dixième de millimètre est donc à prendre en considération
- de l'étude des quatre modèles d'approximation cylindrique, nous avons retenu le modèle à section variable qui donne des résultats plus proches des mesures
- un modèle plus précis encore, et prenant plus précisément en compte les variations de sections est un modèle par approximation de cônes, celui-ci diminue considérablement les écarts fréquents entre mesures et modèle.
- les fines variations géométriques ne sont pas à négligées puisque celles-ci apparaissent dans les résultats du modèle et de l'expérience
- les faibles écarts fréquents restants entre mesures et modèle montrent qu'il existe encore des erreurs liées à la géométrie dans notre modèle comme : discontinuité aux liaisons, mesures pas assez précises, mesures de sections trop peu nombreuses sur la longueur du corps.

6 Conclusion

L'objectif principal durant ce stage a été de mettre en évidence des disparités géométriques ou de rugosité sur les instruments fournis, des corps du haut de clarinette sans clétage, juste percés avec le même outil. Ces disparités peuvent être par exemple dues à la facture, à la réaction du matériau à l'outil. On a alors cherché à comprendre les influences de celles-ci sur des caractéristiques acoustiques, à savoir l'impédance d'entrée (ou plus précisément, les fréquences et amplitudes des pics et creux d'impédance). Le capteur développé au Mans est utilisé pour effectuer les mesures d'impédance d'entrée.

Malgré une conception a priori identique, les corps du haut présentent certaines disparités géométriques. En effet, nous avons pu remarquer que certains corps avaient des longueurs, diamètres intérieurs différents. De plus, tous les corps du haut présentent des variations de section sur la longueur. En revanche, aucune ovalisation significative n'a été remarquée ($< 1\%$). En raison de différences géométriques trop importantes ou de liaisons défectueuses, seuls six corps du haut ont été conservés. Ceux-ci présentent des géométries proches et des états de surface a priori différents.

L'étude de l'influence de la température sur la quantité mesurée par le capteur nous a permis d'observer que le capteur est très sensible, les résultats montrent une bonne reproductibilité. Pour les fréquences de résonance, la dilatation proposée permet bien de ramener les fréquences mesurées à la température voulue, avant et après calibration. Pour les amplitudes, la quantité mesurée par le capteur ne nous semble pas clairement définie surtout avant calibration. Les erreurs au modèle, de l'ordre de 2% , sont non négligeables. Enfin, nous pouvons noter qu'avec une vitesse de balayage plus lente, la précision aux basses fréquences est meilleure.

Une fois la précision du capteur évaluée, celle-ci étant inférieure à 1 cent en fréquence et de l'ordre de 2% en amplitude (valeurs proches de celles dans [1] et [7]), nous pouvons effectuer les mesures d'impédance d'entrée sur les corps du haut. Nous avons alors constaté que limiter le démontage du dispositif de mesure permet de réduire les incertitudes de mesure. De plus, compte tenu des incertitudes déduites des quatre mesures sans démontage, on déduit que les fréquences de résonance sont exploitables. On peut alors différencier fréquemment tous les corps du haut. Nous n'avons cependant pas pu étudier les amplitudes, les différences observables entre les corps sont en effet inférieures à 2% . Nous avons alors poursuivi notre étude sur les fréquences et donc sur l'étude précise de la géométrie des corps du haut.

Enfin, à partir de différents calculs d'impédance, nous avons mis en évidence l'influence d'une variation de longueur entre deux corps sur les fréquences de résonance, ou d'une variation de rayon sur les amplitudes des pics (et creux) d'impédance. Nous en avons conclu que la précision des mesures géométriques devaient alors être de l'ordre du dixième de millimètre. Afin de vérifier nos mesures, nous avons comparé quatre modèles d'impédance d'entrée ; celui à section variable s'est avéré être le modèle le plus proche des mesures acoustiques. Un modèle plus précis encore est un modèle en approximation de cônes, celui-ci se rapproche nettement des mesures. Les faibles écarts restant entre les mesures et ce modèle peuvent provenir de la géométrie, qui n'est peut-être encore pas suffisamment précise dans les calculs.

On peut conclure que ce stage a permis d'étudier précisément les différences géométriques entre les corps du haut, notamment par des mesures géométriques, mais celles-ci ont également été vérifiées par un modèle acoustique. L'étude de l'influence de l'état de surface des

corps du haut sur des caractéristiques acoustiques n'a pas pu être mise en évidence, cependant ce stage a permis de réaliser une étude précise du capteur d'impédance. En effet, on a pu valider la dilatation en fréquences en fonction de la température et étudier la quantité mesurée par le capteur lors d'un changement de température.

Une fois des informations plus précises obtenues sur la quantité mesurée par le capteur, il serait alors possible de comprendre les variations obtenues sur l'amplitude lors d'un changement de température ou par l'effet de l'état de surface. Comme pour les fréquences, il serait souhaité de pouvoir effectuer une correction de l'amplitude en fonction de la température afin de limiter le nombre de calibration et donc le démontage du dispositif. L'incertitude sur la mesure serait alors diminuée, il serait alors possible de différencier des instruments ayant des états de surface assez proches. Il serait souhaitable d'obtenir alors une précision sur les amplitudes inférieures à 1%. Afin de réduire les écarts fréquentiels entre mesures et modèles, il serait envisageable d'effectuer les mesures géométriques avec des outils plus précis, comme du matériel optique. Avec une précision au centième de millimètre, les erreurs sur les fréquences seraient alors nettement inférieures à 1 cent.

Annexe 1

Mesures acoustiques sur les six corps du haut avec démontage

Afin d'observer des propriétés récurrentes sur les six corps du haut conservés, on réalise une série de quatre mesures avec le pont d'impédance en démontant les corps du haut après chacune des mesures. On observe alors les amplitudes et fréquences des trois premiers pics pour chaque mesure. Ensuite on moyenne ces valeurs obtenues, afin de créer un profil pour chacun de ces paramètres, figure 27 et 28.

	F_1	A_1	F_2	A_2	F_3	A_3	F_4	A_4	F_5	A_5
Δ_{inc}	0.23%	3.63%	0.17%	1.36%	0.20%	1.86%	0.19%	4.73%	0.25%	7.7%
Δ_{haut}	0.2%	1.38%	0.18%	1.2%	0.14%	5.53%	0.28%	3.74%	0.11%	2.4%
V	0.1	0.37	0.57	0.01	1.63	0.03	3.46	0.08	6.85	0.09
σ	0.31	0.61	0.75	0.12	1.28	0.17	1.86	0.28	2.62	0.3

TABLE 14 – Valeurs des incertitudes inter et intra hauts

A partir des figures 27, 28 et 29, on constate qu'il est difficile d'établir un profil des différents critères observés. En effet, l'incertitude due au démontage et au capteur est trop importante pour ce que l'on doit mesurer.

On peut justifier ceci en comparant les erreurs inter-hauts, et les écarts intra-corps du haut maximums obtenus sur un profil moyenné. Les résultats sont en Table 14. On remarque alors que les écarts-types obtenus sont globalement plus importants que les écarts entre différents corps du haut. On peut juste justifier une fréquence plus faible pour le corps du haut RP2, ainsi que le profil de l'amplitude du troisième pic paraît exploitable. Cependant, ces deux propriétés ne sont pas suffisantes pour exploiter correctement les caractéristiques de chacun des hauts. On propose alors d'effectuer une étude similaire sans démontage entre chaque mesure afin de diminuer les incertitudes.

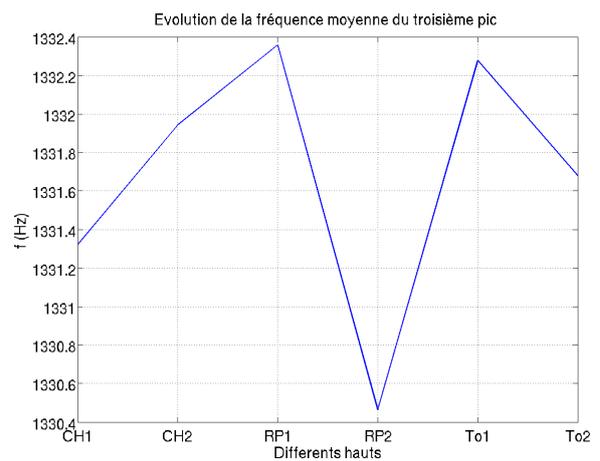
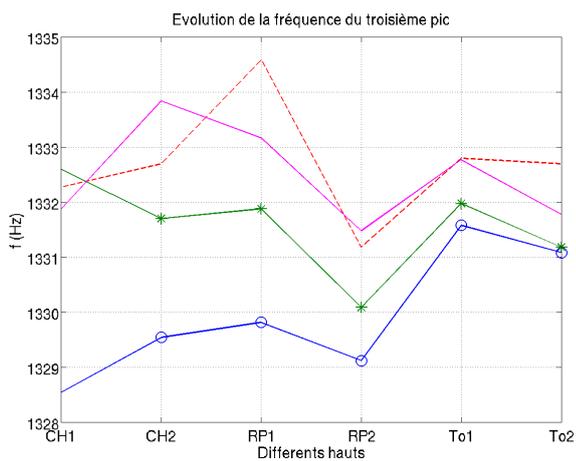
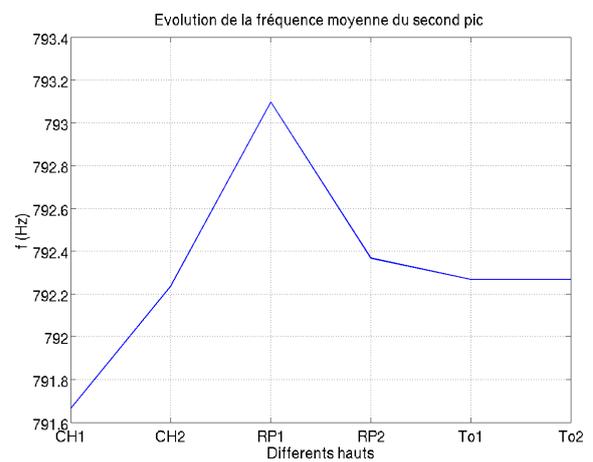
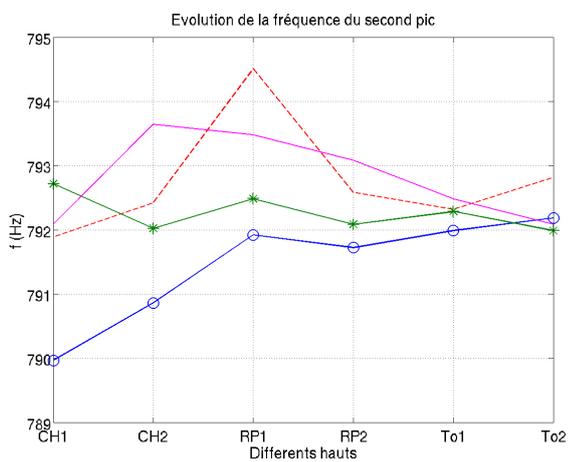
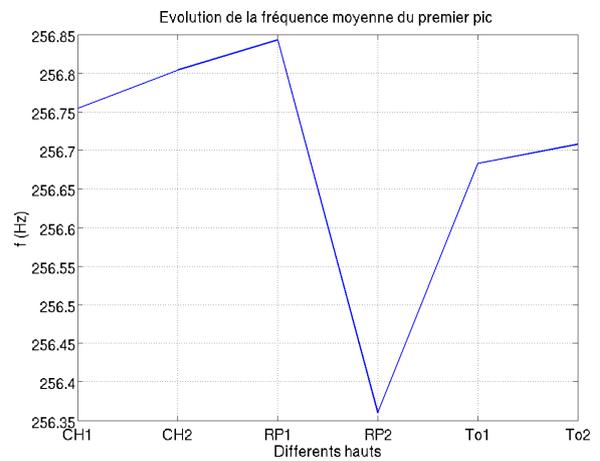
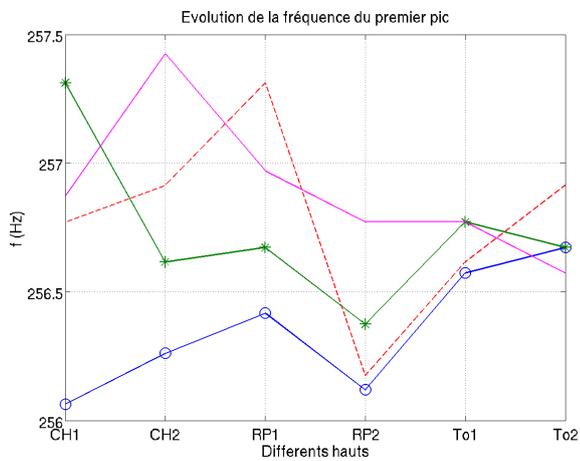


FIGURE 27 – Comparaison des fréquences des trois premiers pics obtenues pour les six hauts

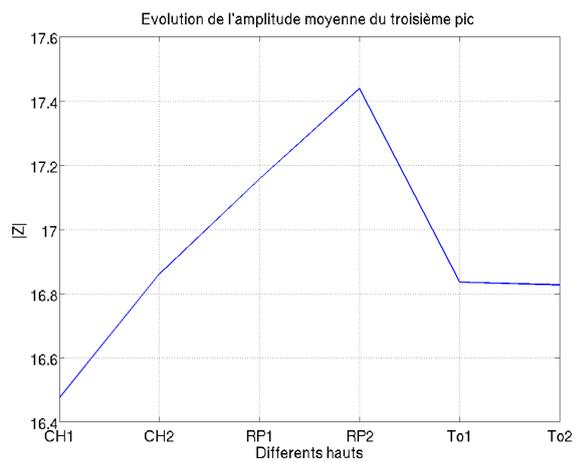
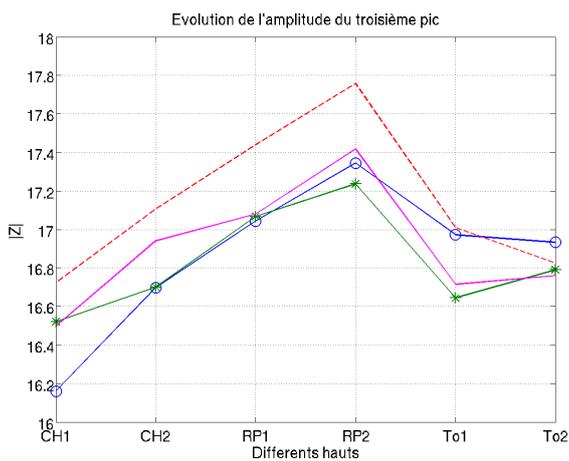
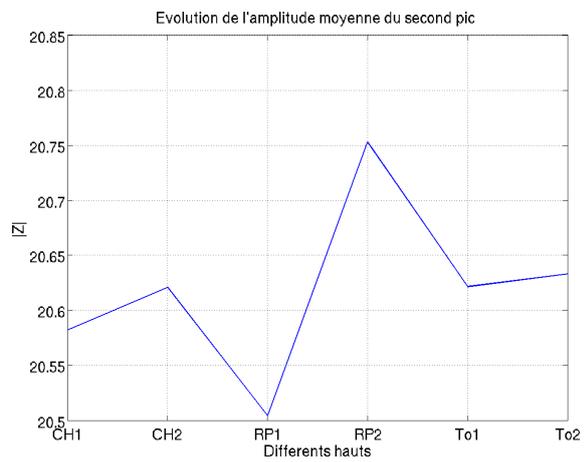
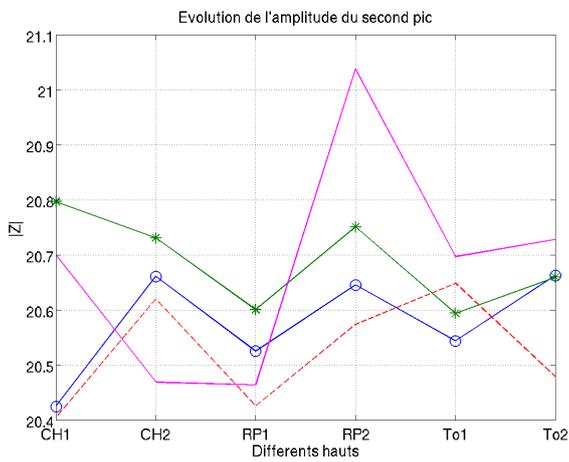
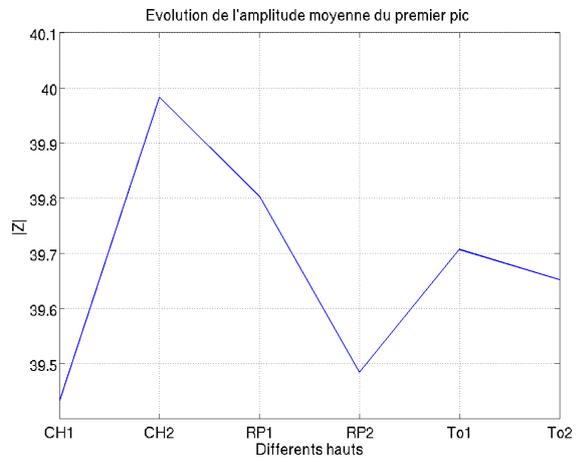
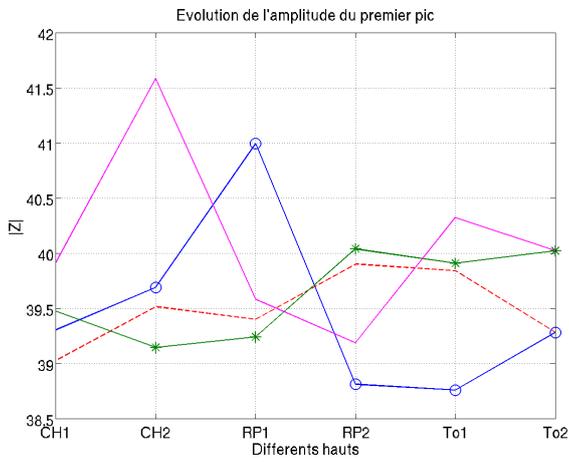


FIGURE 28 – Comparaison des amplitudes des trois premiers pics obtenues pour les six hauts

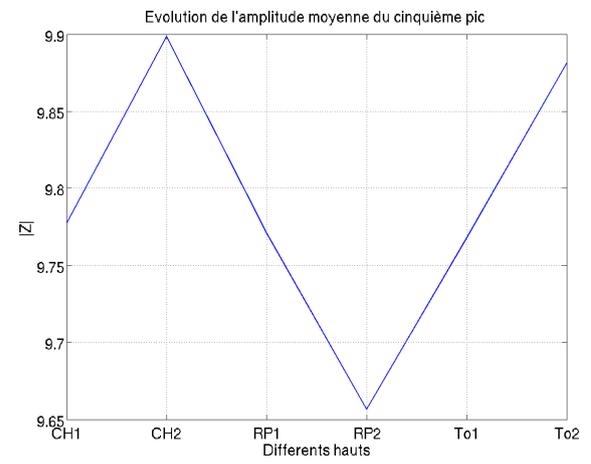
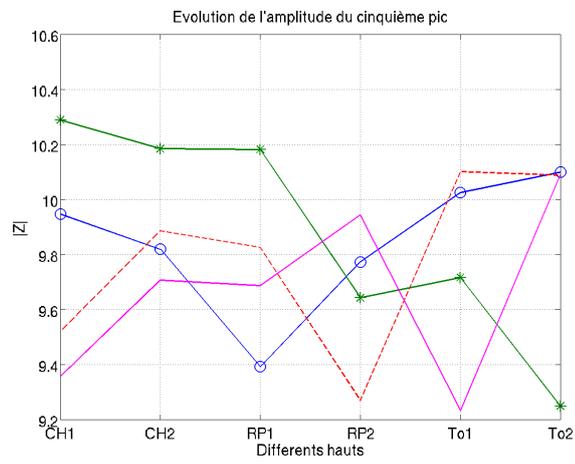
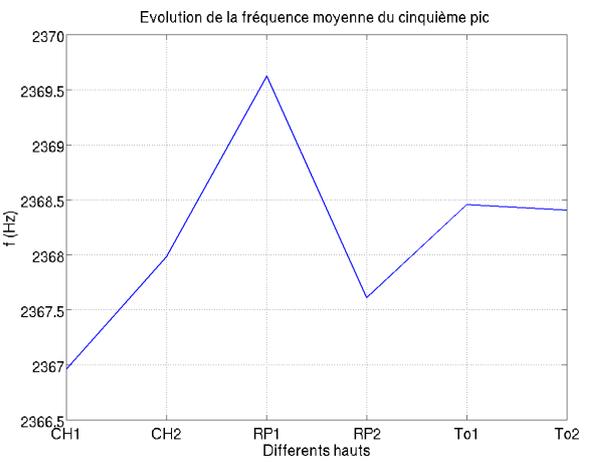
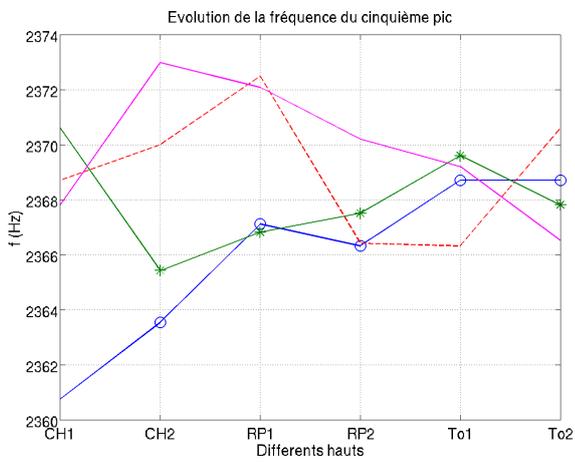
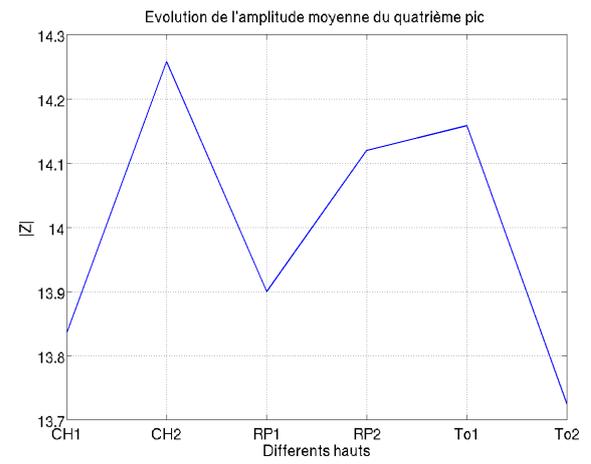
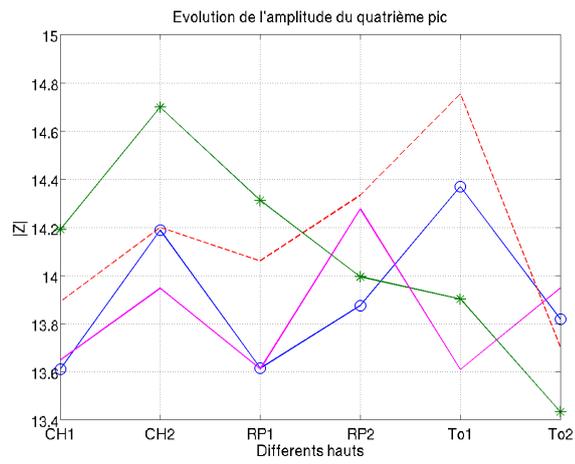
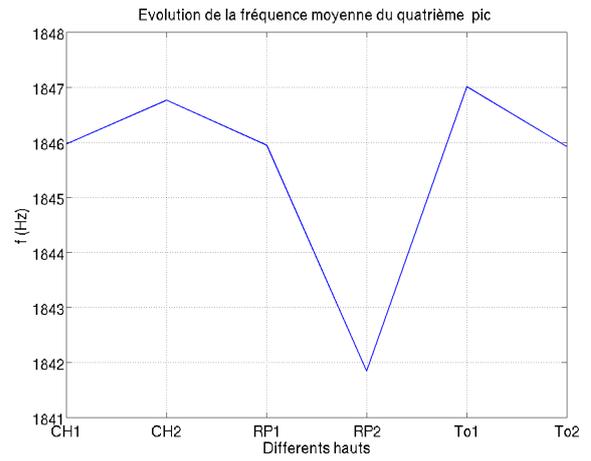
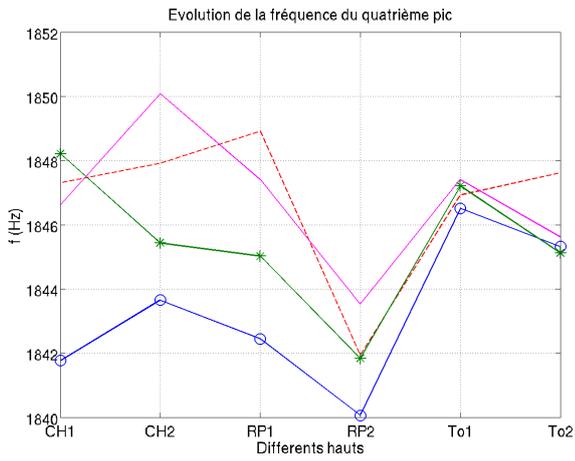


FIGURE 29 – Comparaison des fréquences et amplitudes des quatrième et cinquième pics obtenues pour les six hauts

Annexe 2

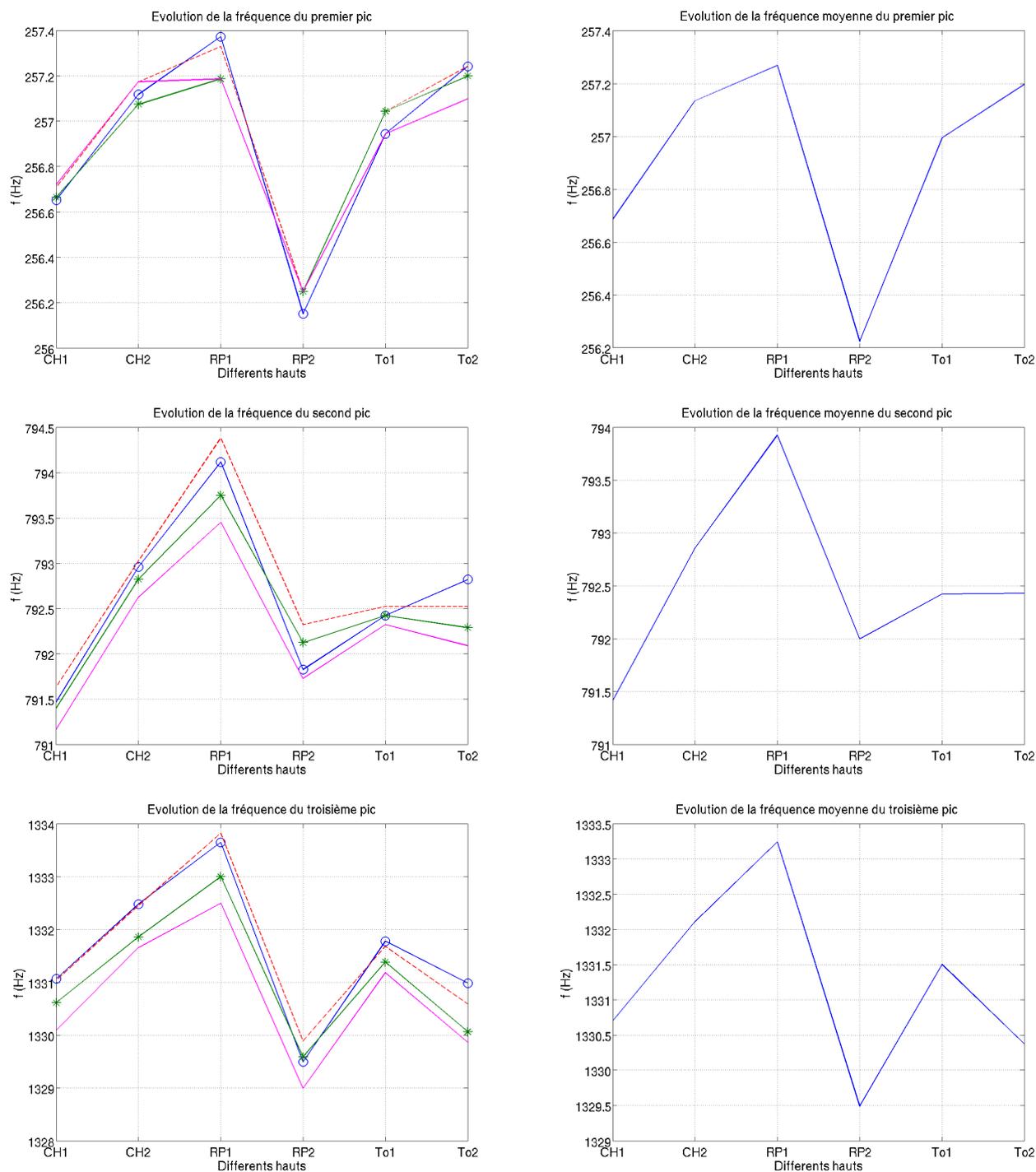


FIGURE 30 – A gauche, représentation des fréquences des trois premiers pics pour les quatre acquisitions sur chacun des corps du haut, A droite, représentation des fréquences des trois premiers pics moyennées sur les quatre acquisitions pour chacun des corps du haut

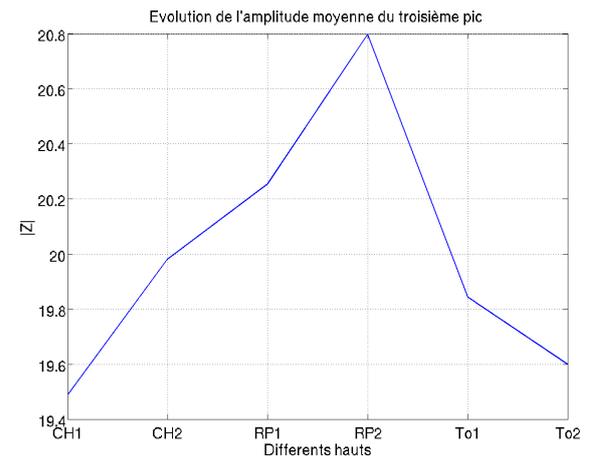
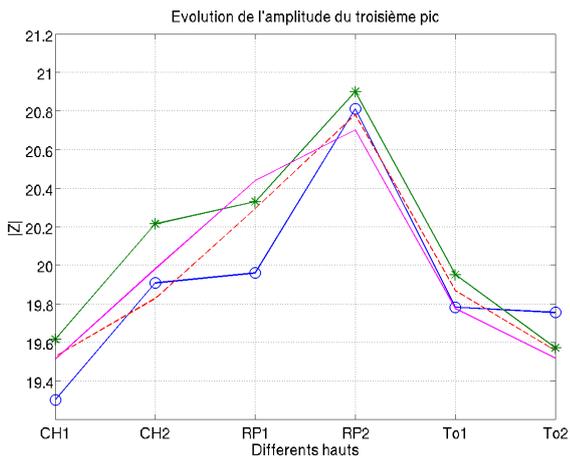
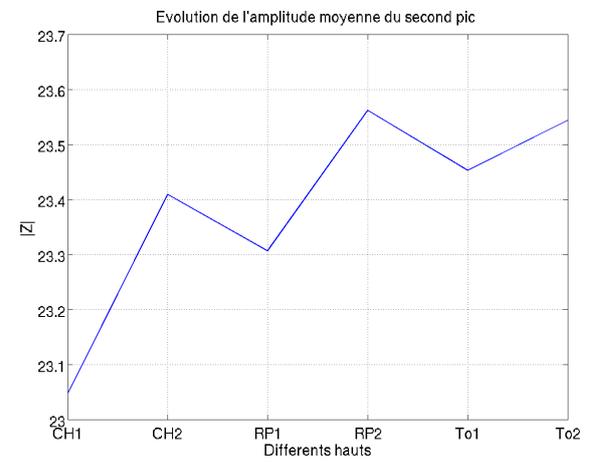
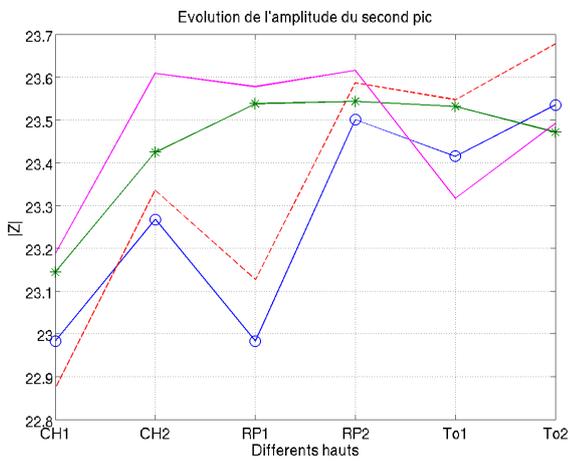
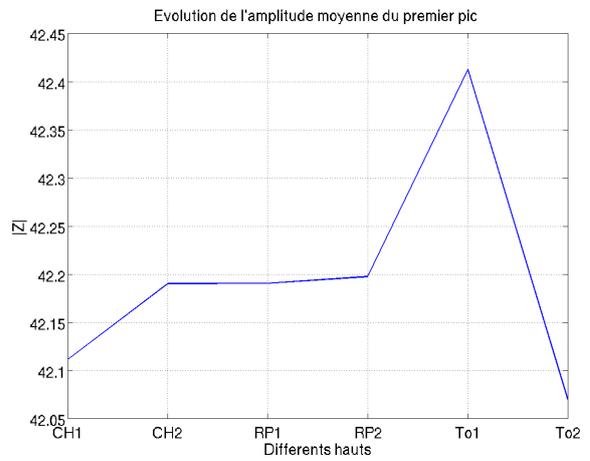
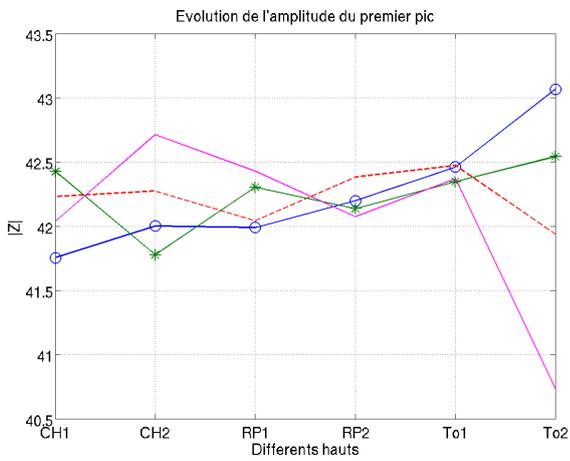


FIGURE 31 – A gauche, représentation des amplitudes des trois premiers pics pour les quatre acquisitions sur chacun des corps du haut, A droite, représentation des amplitudes des trois premiers pics moyennées sur les quatre acquisitions pour chacun des corps du haut

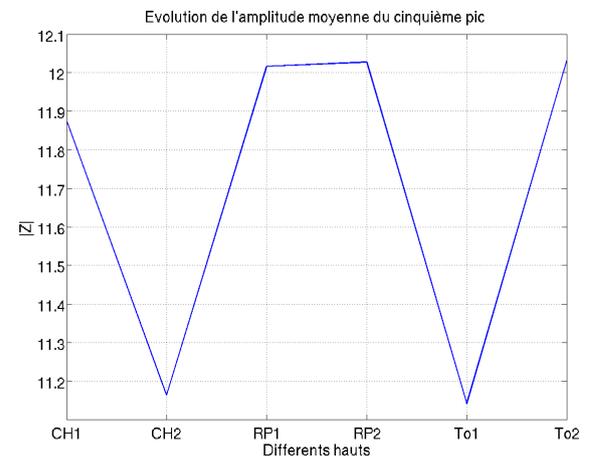
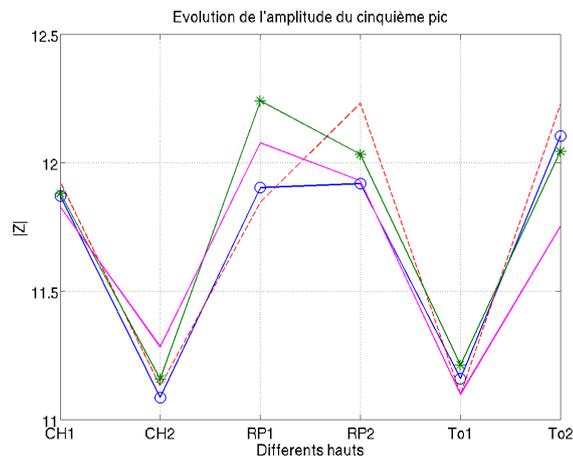
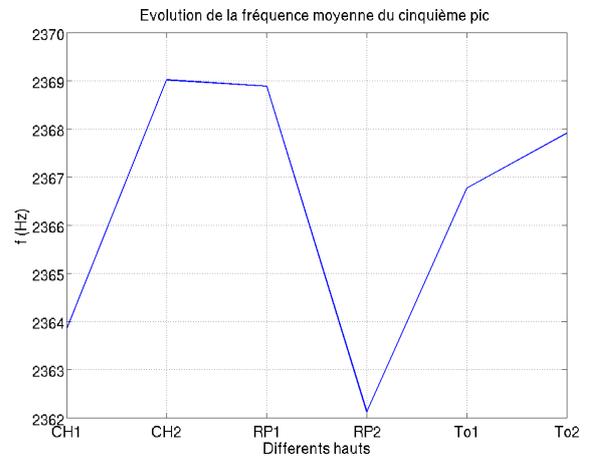
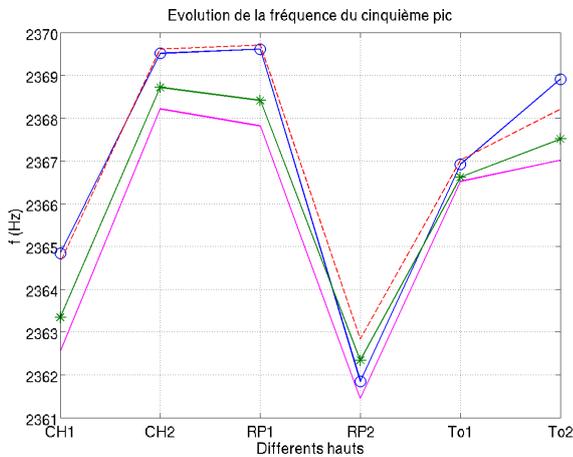
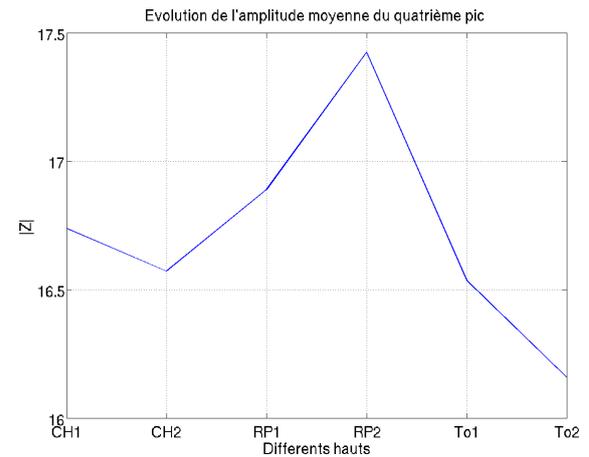
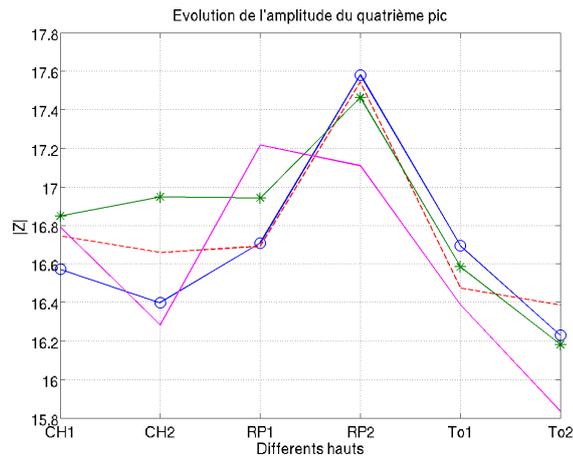
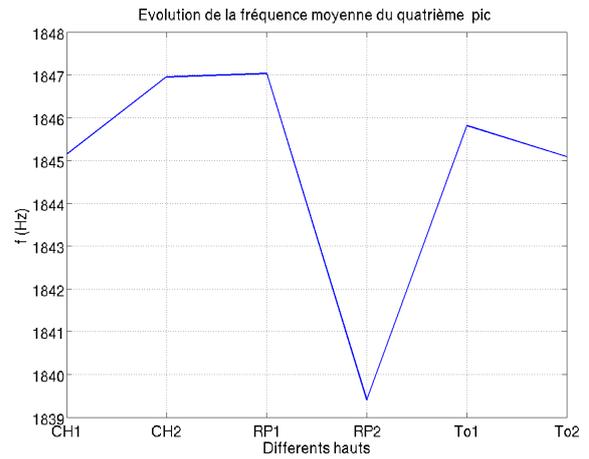
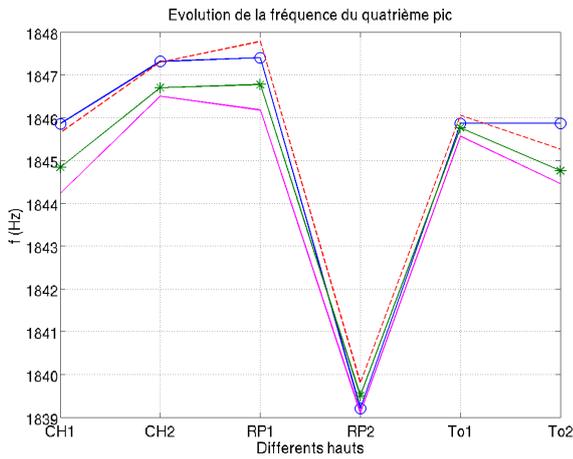


FIGURE 32 – A gauche, représentation des fréquences et amplitudes des quatrième et cinquième pics pour les quatre acquisitions sur chacun des corps du haut, A droite, représentation des fréquences et amplitudes des quatrième et cinquième pics moyennées sur les quatre acquisitions pour chacun des corps du haut

Annexe 3

Méthode analytique

A partir de l'article [4], on peut définir la longueur équivalente à une discontinuité comme :

$$\Delta l = \frac{1}{k} \arctan \left(X \sin kl' \frac{\cos k(2l + l') + X \cos kl \cos k(l + l')}{1 + X \cos^2 kl' + X(X + 2) \sin kl' \cos kl \sin k(l + l')} \right) \quad (54)$$

où $X = \alpha - 1$ et $\alpha = S'/S$, l' et S' représentent respectivement la longueur et la section de la déformation, l la distance entre le début du cylindre et la déformation et S la section du cylindre.

Si α est proche de l'unité, on peut approximer cette expression par :

$$\Delta l_{app} = \frac{1}{k} (\alpha - 1) \sin kl' \cos k(2l + l') \quad (55)$$

Pour exemple, on prend une déformation sur le premier tronçon d'un corps du haut, donc sur [1-2], voir figure 1. Les paramètres géométriques sont :

- $l = 98.76 \text{ mm}$, longueur de l'adaptateur+barillet
- $l' = 79 \text{ mm}$, longueur du premier tronçon
- $r = 7.5 \text{ mm}$, rayon de l'adaptateur+barillet
- $r' = 7.13 \text{ mm}$, rayon du premier tronçon

Dans notre cas $\alpha = 1.10$, on peut comparer la formule de Debut et celle approchée, on obtient alors $\Delta l = -1.4 \text{ mm}$ et $\Delta l_{app} = -1.5 \text{ mm}$. On en déduit alors, qu'une déformation de 4% sur le rayon crée une longueur équivalente non négligeable. Les déformations de section sur la longueur du corps du haut sont donc à prendre en compte. De plus, α n'est pas ici assez proche de l'unité pour utiliser la formule approchée, en effet nous avons conclu précédemment que dans notre cas pour obtenir des mesures géométriques correctes, il fallait être précis au dixième de millimètre.

Références

- [1] René Caussé, J. Kergomard, and X. Lurton. Input impedance of brass musical instruments—Comparison between experiment and numerical models. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 75(1) :241–254, 1984.
- [2] Antoine Chaigne and Jean Kergomard. *Acoustique des instruments de musique*. Collection Echelles. Belin.
- [3] Lothar Cremer. On the acoustic boundary layer outside a rigid wall. *Arch. Elektr. Uebertr.*, 2 :235, 1948.
- [4] Vincent Debut, Jean Kergomard, and Franck Laloë. Analysis and optimisation of the tuning of the twelfths for a clarinet resonator. *Applied Acoustics*, 66 :365–409.
- [5] Alexis Guilloteau. *Détection de défauts dans un instrument de type clarinette par impédancemétrie*. Rapport de master 2, Université Pierre et Marie Curie, 2011.
- [6] Charles A Macaluso and Jean-Pierre Dalmont. Trumpet with near-perfect harmonicity : Design and acoustic results. *J Acoust Soc Am*, 129(1) :404, 2011.
- [7] Adrien Mamou-Mani, David Sharp, Thibaut Meurisse, and William Ring. Investigating the consistency of woodwind instrument manufacturing by comparing five nominally identical oboes. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1-131 :728–736, 2012.
- [8] G. R. Plitnick and W. J. Strong. Numerical method for calculating input impedances of the oboe. *J Acoust Soc Am*, 65(3) :816–825, March 1979.