Equipe Lutheries - Acoustique - Musique, Institut Jean Le Rond d'Alembert
-
Université Pierre et Marie Curie

Mémoire de stage de Master 2 Sciences et technologie

Mention SDI, spécialité Acoustiuqe, parcours ATIAM

Fréquence de jeu des instruments à embouchure de flûtes

Roman Auvray

Encadré par

Benoît Fabre

Table des matières

Introduction

Le cadre général d'étude du phénomène musical peut être simplifié selon des critères qui suivent les protagonistes de la chaîne de production du son : le facteur d'instrument, le compositeur, l'interprète, l'auditeur. La production du son à proprement parler n'est pas issue d'un simple enchaînement de chaque étape mais les inclut dans un processus de création plus complexe.

Cette vision est bien sûr réductrice et ne sert qu'à imager la nécessité d'une approche multidisciplinaire. C'est à ce titre, c'est-à-dire en tant que discipline de l'étude de la musique, que l'acoustique musicale peut intervenir aussi bien au niveau de la facture instrumentale et de l'interprétation que dans les autres domaines (dans une moidre mesure il est vrai). D'autre part, on retrouve souvent certains problèmes physiques liés à la musique dans d'autres domaines de la physique et leur résolution dépasse le cadre applicatif de la musique.

On s'intéresse ici au geste des facteurs d'intruments et plus précisément à l'effet de certains paramètres de factures des tuyaux d'orgues sur la production du son. Néanmoins, par la diversité des représentants des instruments de la famille des flûtes, l'étude d'un paramètre de facture chez l'un peut être fortement liée à l'étude d'un paramètre de contrôle instrumental chez l'autre. C'est par exemple le cas pour la flûte traversière, ou la plupart des paramètres géométriques d'excitation sont contrôlés par le musicien, alors que ces mêmes paramètres sont façonnés par le facteur pour la flûte à bec ou le tuyau d'orgue.

Ce travail s'intéresse plus précisément à la façon dont la fréquence de jeu d'un tuyau varie en fonction de la presion d'alimentation. Au sein d'un même registre, la fréquence augmente avec la pression jusqu'à "sauter" sur le registre supérieur. Les sauts entre chaque registre s'accompagent d'un cycle d'hystérésis. Ce comportement est fortement lié au mécanismes physiques mis en jeu dans la produciton du son et dépend de nombreux paramètres de factures.

Ce document se divise en quatre parties. La première présente rapidement les instruments à embouchure de flûte, leur fonctionnement simplifié et décrit plus en détail la problématique. La deuxième expose des résultats concernant l'étude passive (linéaire) de l'instrument que l'on pourra intègrer dans une étude en situation de jeu. C'est l'objet de la troisième partie qui confronte des mesures en situation de jeu avec un modèle de comportement actif. Enfin, la quatrième partie replace ce travail en terme de facture instrumentale et rend compte d'une discussion avec un facteur d'orgue.

Chapitre 1

Problématique et cadre de travail

1.1 Quelques généralités

1.1.1 Présentation des intruments de la famille des flûtes

Les instruments à embouchure de flûte font partie de la famille des instruments à vent. Ils appartiennent également, au même titre que les cuivres, les bois ou les cordes frottées, à la catégorie des instruments auto-oscillants : ils transforment une source d'énergie très basse fréquence (souffle, mouvement d'archet) en une oscillation acoustique. Ce type d'instruments fait, par essence, intervenir au moins un mécanisme non-linéaire qui permet de convertir une énergie quasi-continue en une énergie oscillante. Mais les instruments à embouchure de flûte s'écartent de la plupart des instruments auto-oscillants du fait de l'injection d'un retard dû aux mécanismes hydrodynamiques mis en jeu.

Sans rentrer dans les détails, les paragraphes suivant présentent cette famille bien spécifique, en accentuant sur les paramètres importants intervenant dans les mécanismes de production du son. Le lecteur intéressé pourra, par exemple, se reporter à la partie concernant les instruments de la famille des flûtes dans l'ouvrage [1] pour plus de détails.

Il existe un vaste champ lexical pour décrire des parties similaires de l'instrument qui varie selon que l'on parle avec un facteur de flûte à bec ou un facteur d'orgue. Comme nous avons été amenés à travailler avec des facteurs d'orgue, on essaiera ici d'utiliser leurs termes pour décrire les éléments constitutifs d'un tuyau.

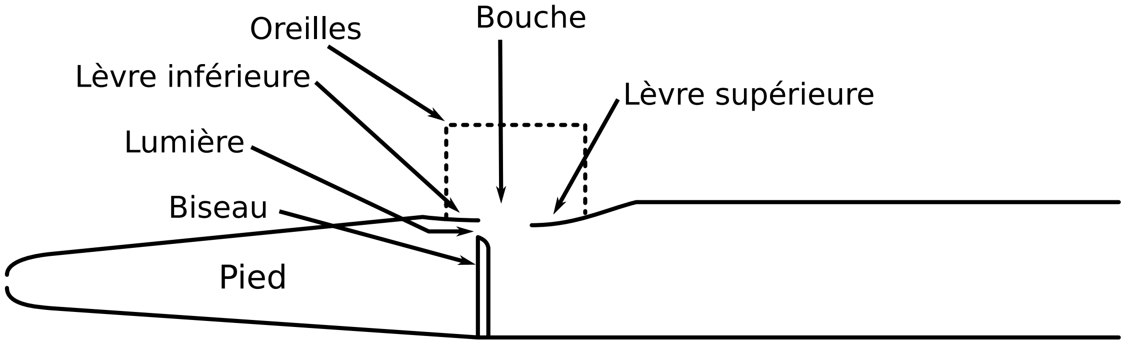

FIG. 1.1 – Schéma présentant les différents élements d'un tuyau d'orgue.

Les instruments à embouchure de flûte ont une géométrie commune (Fig. 1.1), qui peut se décliner sous plusieurs formes si l'on considère un tuyau d'orgue (cylindrique ou carré) plutôt qu'une flûte traversière ou encore une flûte à bec. Ils sont constitués d'un canal qui achemine l'air vers la *bouche*, trou dans le tuyau caractérisé par sa largeur et sa hauteur. L'air, issu de la *lumière* (sortie du canal délimitée par la *lèvre inférieure* et le *biseau*) forme un jet qui se propage à travers la *bouche* pour venir osciller autour de la *lèvre supérieure*.

La lèvre supérieure présente généralement un écart par rapport au milieu de la lumière. De plus, cette dernière ne présente, a priori, aucune symétrie (que ce soit pour les tuyaux d'orgue ou pour les flûtes). Dans le cas des flûtes traversières, les éléments qui acheminent l'air (canal, lumière) sont en fait les lèvres du musiciens, la lèvre supérieure s'appelle alors le biseau et la bouche s'appelle la lumière, la bouche du musicien restant la bouche (on comprend pourquoi les différences de vocabulaires sont source d'incompréhension et pourquoi on essaye dans ce manuscrit de ne faire référence qu'au vocabulaire de la facture d'orgue).

Dans le cas des tuyaux d'orgue, le canal d'acheminement de l'air est particulier : il y a en fait un élément supplémentaire, le *pied*, entre la *gravure* (réservoir dont la pression est imposée par les mecanismes d'alimentation de l'orgue) et la lumière.

1.1.2 Influence qualitative des grandeurs mises en jeu

Le jet d'air est l'élément central des instruments à embouchure de flûte, c'est d'ailleurs ce qui le différencie des autres instruments auto-oscillants. Pour une analyse qualitative des différents fonctionnements de l'instrument, on peut définir plusieurs nombres sans dimension qui permettent une première approche et une première classification.

On peut, dans un premier temps, caractériser le type d'écoulement grâce au nombre de Reynolds définit par : $Re = \frac{U_j h}{\nu}$, ou U_j est la vitesse du jet, h la hauteur de la lumière et ν la viscosité cinématique de l'air. Il peut varier de 500 à 10000 pour les différents instruments de la famille des flûtes. Dans le cas des tuyaux d'orgue, de par la diversité des tuyaux mis en jeu, on peut trouver à la fois des jets de type laminaire et faiblement turbulent.

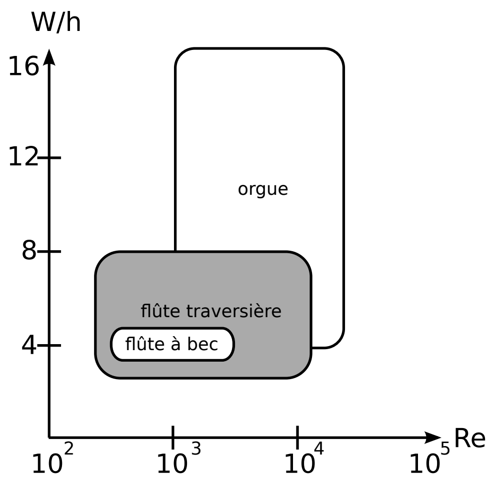

FIG. 1.2 – Schéma représentant les différentes plages de fonctionnement des instruments à embouchure de flûte dans le plan (W/h, Re). Un joueur de flûte traversière peut moduler les différents paramètres W/h et Re pour un même instrument alors que dans le cas des orgues, c'est par la diversité des tuyaux que la plage de fonctionnement est balayée

Pour décrire l'instabilité du jet, on utilise une fréquence adimensionnée : en considérant les paramètres géométriques de l'extrémité active, on peut introduire en fait deux nombres de Strouhal. Le premier faisant intervenir la distance longitudinale : $S_{tr} = \frac{\omega W}{U_j}$, où ω est la pulsation et W la distance lumière-lèvre supérieure. L'autre faisant intervenir l'épaisseur de jet, ou la hauteur de la lumière (qui sont du même ordre de grandeur bien que différents) : $S_{tr} = \frac{\omega h}{U_j}$. Habituellement, on utilise le rapport de ces deux Strouhals pour décrire le jet. La figure 1.2 présente les plages de fonctionnement de divers instruments de la famille des flûtes pour différents jets ("épais" et "fin") et pour différents types d'écoulement.

1.2 Fonctionnement simplifié

Lorsque l'on soumet le canal d'alimentation à une différence de pression (en soufflant dedans par exemple), un écoulement se produit à cause de cette différence de pression. A la lumière, l'écoulement se décolle et le jet ainsi formé, par ailleurs instable, se déplace à travers la bouche jusqu'à la lèvre supérieure. L'écoulement du jet sur un biseau (la lèvre supérieure) produit une vibration acoustique qui, par couplage avec le résonateur, s'amplifie autour des fréquences de résonance de celui-ci. Le champ acoustique au niveau de l'extrémité active perturbe en retour la formation du jet. On a donc affaire à un système bouclé (Fig. 1.3) dont on va décrire plus précisémment les différentes parties.

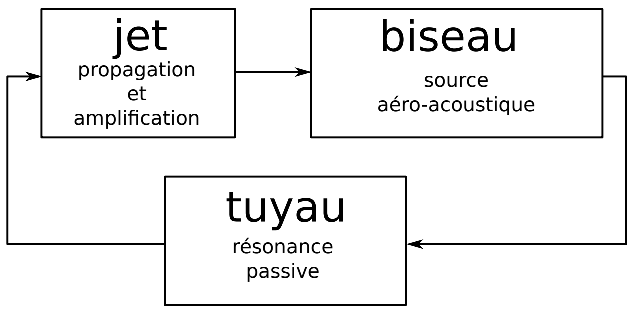

FIG. 1.3 – Représentation du fonctionnement simplifié des instruments à embouchure de flûte sous forme de système bouclé.

1.2.1 Perturbation et propagation du jet : instabilité et réceptivité

Le champ acoustique présent au niveau de la bouche perturbe le jet. On peut montrer [1] que cette perturbation a lieu, en première approximation, uniquement au niveau de la séparation d'écoulement (*i.e* à la lumière). Puis de par la nature intrinsèquement instable du jet, cette perturbation se voit amplifiée et convectée jusqu'à la lèvre supérieure.

Des travaux s'appuyant sur la théorie de Rayleigh (étude linéaire des instabilités sur un jet infini [2]), permettent de remonter à la réceptivité, qui décrit la manière dont le champ acoustique perturbe le jet. Une étude expérimentale menée par de la Cuadra [3] donne l'expression de la perturbation d'un jet soumis à un champ acoustique de pulsation ω :

$$\eta(x,t) = \eta_0 e^{\alpha_i x} e^{j\omega(t - x/c_p)} \tag{1.1}$$

ou c_p est la vitesse de phase et α_i caractérise l'amplification. Expérimentalement, on peut vérifier les approximations suivantes :

$$\eta_0 \simeq \frac{hV_{ac}}{U_j} \quad , \quad c_p \simeq 0.3U_j \quad \text{et} \quad \alpha_i \simeq \frac{0.4}{h} \tag{1.2}$$

avec h la hauteur de la lumière, V_{ac} l'amplitude du champ acoustique et U_j la vitesse de jet estimée par une relation de Bernoulli grâce à la pression en amont du canal.

Cette description sous-entend une linéarisation des équations utilisées. Pour de "fortes" amplitudes, le jet s'enroule sur lui-même pour former une suite discrète de tourbillons. D'autre part, à fort Reynolds, le jet est rapidement turbulent et la description en terme d'instabilités non visqueuses n'est plus valable.

1.2.2 Interaction lèvre supérieure : source aéro-acoustique

Il existe de nombreux modèles pour appréhender l'interaction d'un jet sur un biseau. C'est un sujet qui a été très étudié [4]. Citons par exemple l'analogie de Lighthill, ou encore le modèle de tourbillons discrets. Nous ne décrivons pas ces deux modèles, car nous utilisons un modèle à une dimension : le modèle jet-drive.

Cela constite à modéliser l'oscillation du jet autour du biseau comme une injection de débit de part et d'autre de celui-ci. Seules les parties oscillantes du débit interviennent dans la production du son : elles constituent un dipôle. En notant le débit "intérieur" $Q_{in} = Q_1 + < Q_{in} >$ et le débit "extérieur" $Q_{out} = Q_2 + < Q_{out} >$ (avec $< Q >$ la valeur moyenne de Q), on a $Q_1 = -Q_2$. Les quantités d'air injectées de part et d'autre du biseau varient dans le temps et ces variations dépendent directement du profil de jet et du décalage y_0 entre la lèvre supérieure et le milieu du jet, c'est-à-dire le milieu de la lumière (Fig. 1.4).

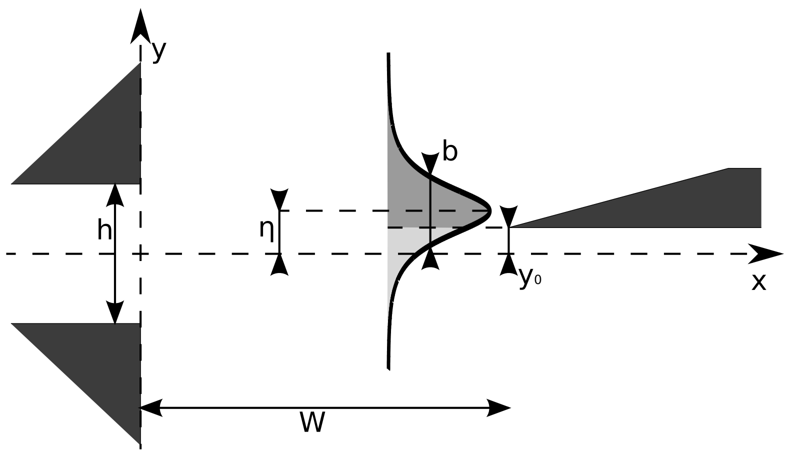

Fig. 1.4 – Schéma de l'injection de débit de part et d'autre du biseau pour un profil de Bikley.

Le débit Q_1 se calcule en intégrant la quantité d'air qui rentre dans le tuyau (pour un profil de Bikley) :

$$Q_1 = H \int_{-\infty}^{\eta - y_0} U(y)dy = H \int_{-\infty}^{\eta - y_0} \frac{U_j}{\cosh^2\left(\frac{y}{b}\right)} dy \tag{1.3}$$

avec H la largeur de la bouche, U_j la vitesse centrale de jet et b l'épaisseur de jet. En considérant la conservation de quantité de mouvement et la conservation de la vitesse centrale entre le canal de formation et le jet, on obtient $b = 2h/5$.

L'injection de débit en opposition de phase déplace la masse d'air, supposée incompressible, de part et d'autre de la lèvre supérieure (l'approximation basse fréquence permet de considérer l'air incompressible car les dimensions de la bouche sont petites devant les longueurs d'ondes). Le déplacement oscillant de cette masse produit une force de pression sur la colonne d'air du résonateur que l'on peut calculer en appliquant le principe fondamental de la dynamique :

$$\Delta P = -\frac{\rho}{S_m}\delta_d\frac{d}{dt}Q_1 \tag{1.4}$$

ou ρ est la masse volumique de l'air, S_m la surface de la bouche et δ_d la distance séparant les deux points d'injection de débit. La distance δ_d correspond en théorie à l'absisse curviligne de la ligne de courant liant les deux points source. Ségoufin [5] utilise l'approximation $\delta_d = U_j/4f$, que l'on peut encore simplifier en $\delta_d \simeq W/2$, avec W la hauteur de bouche. On obtient après calcul :

$$\Delta P = \frac{\rho\delta_d bHU_j}{S_m}\frac{d}{dt}\left[\tanh\frac{y_0-\eta(t)}{b}\right] \tag{1.5}$$

1.2.3 Interaction résonateur : admittance d'entrée de l'instrument

Comme écrit précédemment, l'interaction au niveau de la lèvre supérieure engendre une différence de pression au niveau de la bouche. On modélise la réponse du tuyau à cette excitation en pression grâce à l'admittance d'entrée de l'instrument. Cette quantité, inverse de l'impédance, est définie comme le rapport dans le domaine fréquentiel du débit acoustique sur la pression acoustique.

De manière générale, c'est une grandeur souvent utilisée pour caractériser les instruments à vent car elle permet de savoir à quelle fréquence l'instrument est susceptible de répondre. Elle prend en compte tous les effets ayant lieu après l'entrée de l'instrument, comme la variation de la perce, le rayonnement par les troux latéraux et par l'extrémité passive.

Cependant c'est une grandeur pour laquelle le calcul analytique est difficile, car il faut prendre en compte de nombreux détails. Il existe quelques méthodes expérimentales pour estimer l'impédance d'entrée [6]. Ces méthodes sont assez efficaces dans le cas des instruments fermés à l'extrémité active mais sont délicates à mettre en œuvre dans le cas des instruments ouverts tel que les flûtes, même si des études on été réalisées [7]. Dans le chapitre 2, en s'inspirant d'un calcul de [1], nous développons un modèle d'admittance pour un tuyau simple (type tuyau d'orgue) mais en prenant en compte les effets de la géometrie de la bouche.

1.3 La pente fréquentielle

Le présent travail part d'une constation simple et connue aussi bien des facteurs d'instruments que des acousticiens qui se sont penchés sur les instruments de la famille des flûtes : au sein d'un même registre, la fréquence de jeu augmente avec la pression d'alimentation. De plus, l'évolution de la fréquence de jeu présente un hystérésis au niveau du saut de registre (Fig. 1.5).

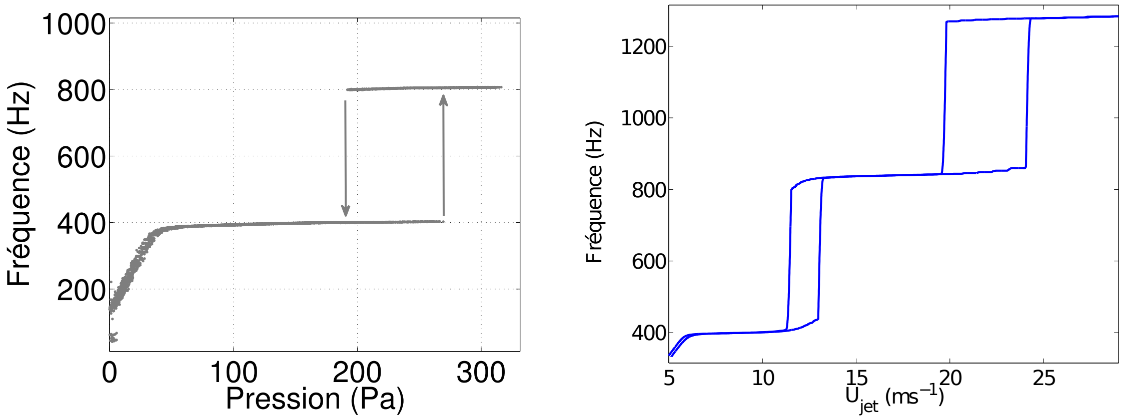

FIG. 1.5 – A gauche : fréquence de jeu d'une flûte à bec pour un doigté de sol excité par une bouche artificielle (extrait de [8]). A droite : fréquence de jeu issue d'une synthèse basée sur la boucle d'auto-oscillation (Fig. 1.6)

L'instrument présente, au sein du premier registre, deux régimes de fonctionnement : la fréquence varie avec une pente importante pour des "petites" vitesses de jet, et avec une pente faible pour des vitesses de jet plus "grandes". Ce comportement a déjà fait l'objet de nombreuses études.

On peut notamment retenir les travaux de Coltman [9], qui, en 1976, compare la fréquence issue d'un son de biseau et celle issue d'un son de biseau couplé avec un tuyau d'orgue. Plus récemment, Meissner [10] propose un modèle qui, au moins pour la fréquence, reproduit le comportement d'un résonateur de Helmholtz couplé avec un son de biseau. Néanmoins, à l'heure actuelle, on ne sait pas prédire les seuils de l'hystérésis et c'est un sujet qui, en plus d'être très riche du point de vue de la physique, intéresse beaucoup les facteurs.

La synthèse de sons de flûte basée sur la boucle d'auto-oscillation décrite précédemment donne des résultats qui se rapprochent de la réalité (Fig. 1.5). On retrouve la dépendance de la fréquence avec la vitesse de jet (reliée en première approximation par une relation de Bernoulli à la pression d'alimentation), les hystérésis au niveau des sauts de registres. Par contre, on observe un "redressement" de la fréquence avant le saut de registre qui n'a jamais été observé expérimentalement : le modèle utilisé pour cette synthèse est extrêmement simplifié (Fig. 1.6).

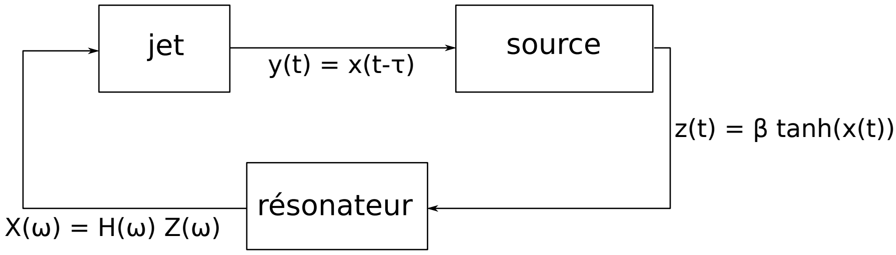

FIG. 1.6 – Boucle utilisée pour la synthèse. Il s'agit d'une version simplifiée qui avait pour but de montrer l'influence du facteur de qualité sur le comportement de l'instrument.

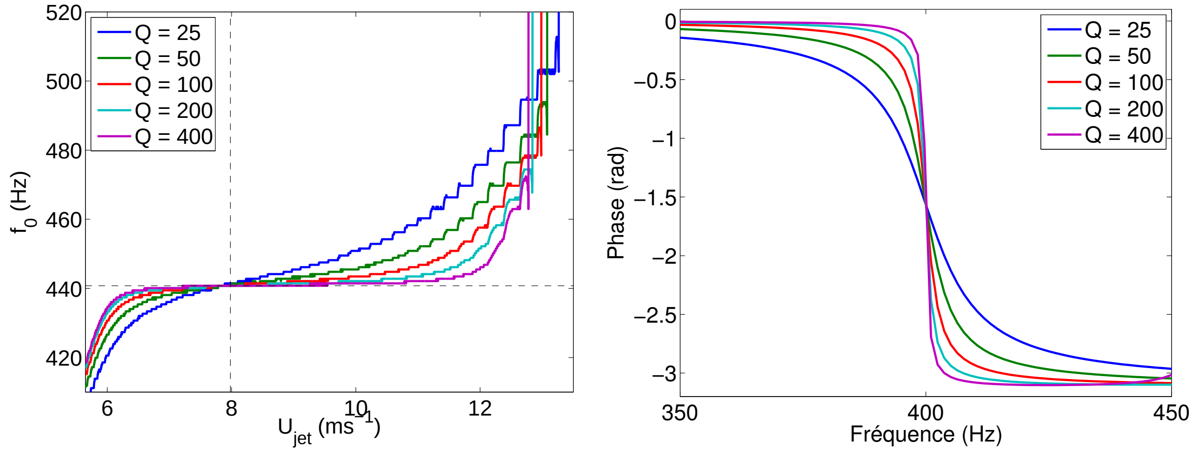

FIG. 1.7 – A gauche : premier registre de la synthèse pour différents facteurs de qualité. A droite : phase du résonateur pour les facteurs de qualité utilisés pour la synthèse. La fréquence de jeu présente des paliers qui sont dus à la discrétisation du retard de jet par l'algorithme de synthèse.

Même si les résultats ne sont pas parfaits, la synthèse a le mérite de permettre un contrôle indépendant des paramètres. En faisant varier le facteur de qualité du résonateur, on constate que l'on modifie également la *pente fréquentielle* $\frac{df_0}{dU_j}$ (Fig. 1.7). Or le facteur de qualité intervient directement sur la "pente" de la phase au niveau de la résonance, en effet pour un résonateur "classique" on a au niveau de la résonance ($\omega \sim \omega_0$) :

$$\varphi = \arctan \frac{Q(\omega_0^2 - \omega^2)}{\omega_0 \omega} \propto \frac{Q(\omega_0^2 - \omega^2)}{\omega_0 \omega} \tag{1.6}$$

Si l'on s'appuie sur des arguments de phase pour déterminer la fréquence de jeu du système comme le fait Coltmann, il faut prendre en compte le déphasage induit directement par la propagation sur le jet et celui induit par le résonateur. La dépendance de $\frac{df_0}{dU_j}$ avec le facteur de qualité confirmerait cette hypothèse. C'est pourquoi une bonne partie de ce stage a porté sur l'étude passive de l'instrument et le chapitre 2 du présent document est consacré à ce comportement passif.

Une fois déterminé, on peut intégrer le comportement passif de l'instrument dans une étude du fonctionnement en situation de jeu : le comportement actif. Même si des modèles ont déjà fait leurs preuves pour décrire les tuyaux d'orgue [9], il s'agit ici de repartir de la description sous forme de boucle d'auto-oscillation pour retrouver ce comportement. Le troisième chapitre résume des résultats théoriques et expérimentaux concernant le fonctionnement en situation de jeu tout en posant les bases d'un formalisme menant à l'étude de stabilité des solutions.

Chapitre 2

Comportement passif

Avant de se confronter à l'étude des instruments à embouchure de flûte en situation de jeu, il est necessaire d'effectuer une étude du comportement passif, c'est-à-dire, de déterminer les fréquences de résonances, et les facteurs de qualité associés, de l'instrument. Ce chapitre a pour but d'explorer ce comportement passif à travers des études théoriques et expérimentales.

2.1 Dispositif et protocole expérimental

Les techniques de mesures d'impédance étant assez difficiles à réaliser (notamment la jonction entre l'appareil de mesure et l'élément dont on veut mesurer l'impédance, mais aussi la calibration de l'appareil), on utilise une autre méthode. La démarche consiste à exciter le tuyau de manière non intrusive à l'aide d'un bruit blanc et de mesurer la pression à l'intérieur du tuyau. La bande fréquentielle sur laquelle on mesure la resonance correspond à la largeur de bande du bruit blanc. Cette méthode donne une idée assez précise de l'allure locale de la réponse en fréquence, qui est directement liée à l'impédance d'entrée.

L'excitation "bruit blanc" est émise grâce à un haut-parleur branché sur un amplificateur et enfin sur la source : un analyseur de spectre [**modele**]. Les paramètres du bruit blanc sont réglables grâce à l'analyseur de spectre.

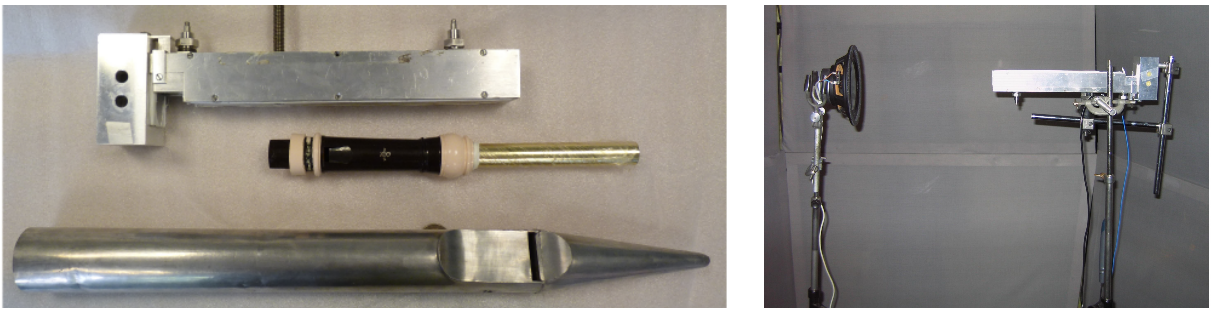

Fig. 2.1 – A droite : photo des tuyaux sur lesquels ont été réalisées les mesures (on trouvera dans l'annexe B les détails géométriques de chacun des tuyaux). A gauche : photo du dispositif expérimental dans le cas du tuyau de section carrée.

Les mesures ont principalement été menées sur trois tuyaux (Fig. 2.1) : un modèle expérimental de flûte qui se rapproche des tuyaux d'orgue à sections carrées, un tuyau d'orgue cylindrique et un système {bec de flûte à bec + tuyau mince}. Ce dernier dispositif se comporte comme un tuyau d'orgue ; le tuyau cylindrique permet de s'affranchir des complications apportées par le résonateur de la flûte (perce et troux latéraux). Chaque tuyau est doté d'un capteur de pression dynamique qui permet de relever la pression à l'intérieur du tuyau.

Les mesures sont réalisées dans une chambre semi-sourde (enceinte capitonnée qui atténue les reflexions parasites). L'analyseur de spectre permet de calculer directement la densité spectrale de puissance du champ de pression. Les résultats sont moyennés sur un grand nombre de réalisations (allant de 500 à 1000).

2.2 Etude théorique

L'étude analytique du comportement passif est un problème qui, malgré son apparence simple, recèle d'un certain nombre de difficultés que l'on va lever progressivement à l'aide de différentes hypothèses. Néanmoins, le calcul détaillé étant assez long on ne présente ici que les grandes lignes et les résultats importants (le lecteur pourra se référer à l'annexe A pour plus de détails).

Le modèle de source aéro-acoustique jet drive (1.2.2) s'exprime sous la forme d'une excitation en pression ΔP. On cherche donc à caractériser le résonateur par la réponse (fréquentielle) en vitesse à une excitation en pression : il s'agit de l'admittance d'entrée. Le modèle d'admittance que l'on développe ici s'inspire de l'ouvrage [1] : on l'obtient en résolvant l'équation de propagation sur l'amplitude complexe de la vitesse $U(x)$ dans le tuyau et évaluant cette vitesse en $x = 0$. La quantité qui nous intéresse au final est donc :

$$Y = \frac{U(0)}{\Delta P} \tag{2.1}$$

Il faut dans un premier temps définir le cadre de travail et les hyptohèses utilisées.

2.2.1 Notations et hypothèses

Simplification de la géométrie

Sous des hypothèses de basses fréquences (ondes planes dans le résonateur), on peut adopter une description à une dimension d'un tuyau Fig(2.2). On modélise la bouche par un tuyau de section plus petite que celle du résonateur. Les dimensions de celle-ci étant très petites devant les longueurs d'ondes mises en jeu, on suppose ce tuyau à constantes localisées.

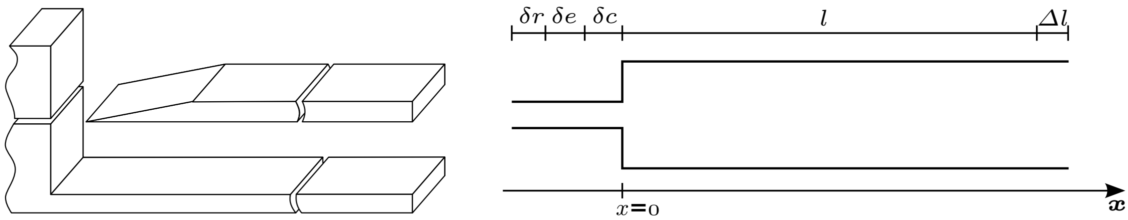

FIG. 2.2 – Simplification de la géometrie dans le cas du tuyau de section carrée. A gauche : géométrie initiale (déjà simplifiée). A droite : description à une dimension.

Le modèle final utilisé est donc l'assemblage de deux tuyaux coaxiaux de sections différentes (c'est en fait le modèle proposé dans [11]). La longueur du plus grand comprend celle du tuyau réel et la correction de longueur associée au rayonnement. Celle du plus petit permet d'intégrer différentes corrections de longueurs que l'on va détailler.

On note $U(x)$ et $P(x)$ les amplitudes complexes de la vitesse et la pression acoustique dans le tuyau. On rappelle que ces grandeurs dépendent de la pulsation ω.

Pour établir les conditions aux limites, on utilise l'impédance acoustique, définie comme le rapport de pression sur débit. En effet, la connaissance des impédances aux extrémités du tuyau permet de relier les deux variables acoustiques pression et vitesse à ces mêmes extrémités. Pour simplifier les écritures, on sera amené à écrire les impédances sous la forme :

$$Z_i = jZ_c \tan \eta_i \quad \text{soit} \quad \eta_i = -\arctan j\frac{Z_i}{Z_c} \tag{2.2}$$

Impédance à l'extrémité passive

Pour l'extrémité passive de l'instrument, on utilise l'expression basse fréquence de l'impédance de rayonnement d'un tuyau, donnée par [1] :

$$Z_r(\omega) = Z_c \left(j\frac{\omega}{c}\Delta l + \frac{1}{2}\left(\frac{\omega R}{c}\right)^2 \right) \tag{2.3}$$

ou $Z_c = \rho c/S$ est l'impédance caractéristique du tuyau, R le rayon du tuyau et Δl la correction de longueur.

La correction de longueur permet de modéliser la masse de fluide qui est en mouvement en dehors du tuyau et qui participe au comportement global du tuyau. On utilise l'expression proposée par Dalmont [12] qui est une interpolation entre deux cas extremes, tuyau mince (bord infiniment fin, $\Delta l_0 = 0.6133R$) et tuyau avec écran infini ($\Delta l_\infty = 0.8216R$) :

$$\Delta l = \Delta l_\infty + \frac{R}{R_{ext}}(\Delta l_0 - \Delta l_\infty) + 0.057\frac{R}{R_{ext}}\left(1 - \left(\frac{R}{R_{ext}}\right)^5\right)R \tag{2.4}$$

avec R le rayon interne et R_{ext} le rayon externe. Il existe également une expresssion pour un tuyau de section carrée.

D'autre part, la partie réelle de l'impédance de rayonnement, qui représente l'énergie transmise au milieu extérieur, donc le son effectivement produit, dépend également de la géométrie de l'extrémité. Le facteur 1/2 correspond au cas baflé. Dans le cas tuyau mince, ce facteur devient 1/4.

Impédance à l'extrémité active

Pour un tuyau de section H^2, la correction de longueur à l'extrémité active est constituée de trois termes [11] :

- terme dû à la constriction : l'ajout de masse acoustique dû à la réduction de section (de H^2 à HW) peut s'interpréter comme une correction de longueur [13]

$$\delta_c = \frac{4}{\pi}W \ln\left(\frac{1}{2}\tan\frac{\pi W}{4H} + \frac{1}{2}\cot\frac{\pi W}{4H}\right) \tag{2.5}$$

– terme dû aux oreilles :

$$\delta_e = \frac{S_m}{S}\frac{\tan kL_{oreille}}{k} \tag{2.6}$$

– terme dû au rayonnement :

$$\delta_r = \frac{S_m}{S}\frac{\tan k\left(0.82\sqrt{H^2/\pi}\right)}{k} \tag{2.7}$$

$L_{oreille}$ est la longueur des oreilles, H la largeur de la bouche, W la hauteur de la bouche, S_m la section de la bouche, S la section du tuyau et k le nombre d'onde. On utilisera également ces expressions de corrections de longueurs pour traiter le cas des tuyaux à sections circulaires.

De plus, la constriction induit des pertes visqueuses que l'on peut ajouter à la partie réelle de l'impédance de rayonnement de la bouche. Meissner propose une expression des pertes visqueuses engendrées par une constriction pour un résonateur de Helmholtz [10] :

$$Z_v = \frac{\sqrt{2\mu\rho\omega}(L_{oreille} + \delta_c)(H + W)}{WH} \tag{2.8}$$

ou μ est la viscosité dynamique, ρ la masse volumique, ω la pulsation.

L'impédance de rayonnement de la bouche s'écrit donc :

$$Z_m = \frac{\rho c}{S_m}\left(j\frac{\omega}{c}(\delta_c + \delta_r + \delta_e) + \frac{1}{2}\left(\frac{\omega R}{c}\right)^2\right) + Z_v \tag{2.9}$$

Conditions aux limites

En $x = l$, on a simplement la relation :

$$U(l) = Z_r^{-1}P(l) \tag{2.10}$$

La condition en $x = 0$ est un peu plus complexe. On note l'excitation en pression $\Delta P = P^+ - P^-$, ou P^+ représente la pression engendrée par la source aéro-acoustique vers l'intérieur et P^- celle engendrée vers l'exterieur (Fig. 2.3).

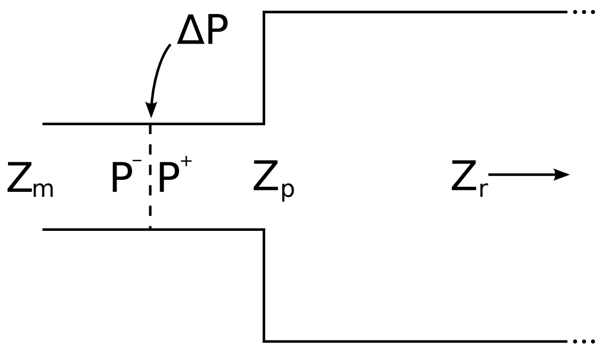

Fig. 2.3 – Schéma de l'excitation dans le modèle 1D.

Cette excitation a lieu au niveau de la bouche, donc dans le petit tuyau à constante localisée. On a, en notant $U(0^-)$ la vitesse dans le petit tuyau :

$$\begin{cases} P^+ = Z_p U(0^-) \\ P^- = -Z_m U(0^-) \end{cases}$$

ou $Z_p = jZ_c \tan[kl + \eta_r]$ correspond à l'impédance de rayonnement de l'extrémité passive Z_r ramenée en $x = 0$ et ou Z_m correspond à l'impédance de rayonnement de la bouche. On peut réécrire ce système sous la forme :

$$U(0^-) = \frac{\Delta P}{Z_p + Z_m} \tag{2.11}$$

Effets visco-thermiques : ligne de transmission

On peut inclure les effets visco-thermiques qui accompagnent la propagation des ondes dans le tuyau en se ramenant à un formalisme du type ligne de transmission pour les variables pression et vitesse acoustique [1]. On écrit les équations sans source dans le domaine de Fourier :

$$\frac{dP}{dx} = -Z_v U \tag{2.12}$$

$$\frac{dU}{dx} = -Y_t P \tag{2.13}$$

Z_v est l'impédance modélisant les pertes par frottement visqueux et Y_t est l'admittance modélisant les pertes de chaleurs. On trouvera dans l'annexe A des expressions analytiques de ces deux grandeurs.

2.2.2 Equation de propagation et solution

On a maitenant défini tous les éléments nécessaires à la résolution du calcul de l'admittance. A partir des équations (2.12) et (2.13) on obtient l'équation de propagation :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \Gamma^2(\omega)\right) U = 0 \tag{2.14}$$

Avec $\Gamma = \sqrt{Z_v Y_t}$ la constante de propagation. L'expression analytique de Γ est compliquée, mais on peut utiliser une approximation basse fréquence :

$$\Gamma = j\frac{\omega}{c}\left[1 + \frac{\alpha_1\sqrt{-2j}}{r_v} - j\frac{\alpha_2}{r_v^2}\right] \tag{2.15}$$

avec $\alpha_1 = 1.044$, $\alpha_2 = 1.080$ et $r_v = R\sqrt{\rho\omega/\mu}$. La constante de propagation Γ décrit à la fois la dissipation (partie réelle) et la dispersion (partie imaginaire). Par la suite, on utilisera plutôt le nombre d'onde complexe $k_c = -j\Gamma$.

La solution de l'équation 2.14 avec les conditions aux limites (2.10) et (2.11) s'écrit :

$$U(x) = \frac{\Delta P}{Z_m + Z_p} \frac{\cos\left(k_c(l - x) + \eta_l\right)}{\cos(k_c l + \eta_l)} \tag{2.16}$$

On peut simplifier l'expression de U en modifiant l'écriture du dénominateur (calcul non détaillé) et on obtient :

$$\frac{U(x)}{\Delta P} = \frac{1}{jZ_c} \frac{\cos\left(k_c(l - x) + \eta_l\right)\cos\eta_0}{\sin(k_c l + \eta_l + \eta_0)} \tag{2.17}$$

L'admittance $Y(\omega)$ est obtenue en évaluant cette expression en $x = 0$. Il est utile de rappeler que les quantités complexes k_c, η_l et η_0, fonctions de la fréquence, décrivent à la fois les corrections de longueurs (partie oscillante de U) et la dissipation. Les fréquences de résonance sont celles qui annulent le dénominateur, elles vérifient :

$$k_c(\omega_n)l + \eta_l(\omega_n) + \eta_0(\omega_n) = n\pi \tag{2.18}$$

Pour comparer ce modèle d'admittance avec les mesures, on prendra la valeur de $U(x_m)/\Delta P$, où x_m représente l'absisse du micro.

2.3 Confrontation avec les mesures

De manière générale, le modèle développé ci-dessus donne des prédictions correctes pour ce qui est des fréquences de résonance du premier mode. Mais il montre quelques divergences en ce qui concerne les modes supérieurs et la dissipation (donc le facteur de qualité). Par exemple, pour le tuyau d'orgue (cylindrique), on retrouve la fréquence de résonance du premier mode mais on sous-estime celle du deuxième mode (Fig. 2.4).

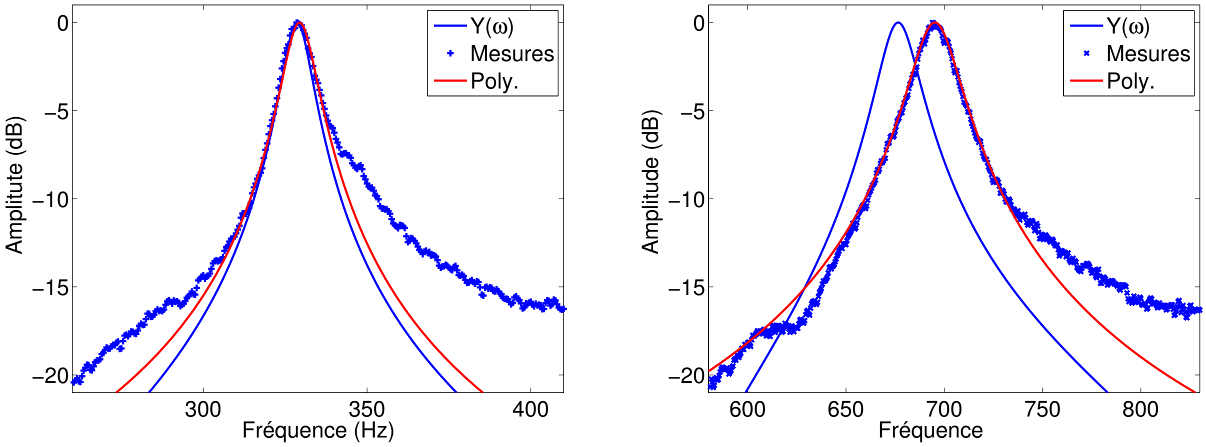

FIG. 2.4 – Deux premiers modes du tuyau à section cylindrique. Les courbes ont été normalisées par leurs maximums (l'amplitude dépend de la puissance d'excitation). Les données sont comparées à l'inverse d'un polynôme d'ordre deux optimisé par moindres carrés, jusqu'à une amplitude de −6dB en dessous du maximum.

L'étude du tuyau à section carrée mène au même constat : on prédit bien la fréquence de résonance du premier mode, mais pas celle du second. De plus, dans tous les cas, mais de manières différentes, le facteur de qualité est sur-estimé. Les résultats sont confinés dans le tableau 2.1.

	Tuyau cylindrique		Tuyau carré	
	mode 1	mode 2	mode 1	mode 2
Exp.	$f = 328.5$, $Q = 19$	$f = 695$, $Q = 17$	$f = 489$, $Q = 10.5$	$f = 1003$, $Q = 10.5$
Théo.	$f = 328.5$, $Q = 21$	$f = 676.5$, $Q = 19.5$	$f = 489$, $Q = 19.5$	$f = 993.3$, $Q = 15$

TAB. 2.1 – Tableau récapitulatif pour le tuyau cylindrique le tuyau carré. Les fréquences sont exprimées en Hertz. Les facteurs de qualité sont estimés par le rapport de la fréquence de résonance sur la largeur à mi-hauteur.

Pour le tuyau d'orgue, la variation du facteur de qualité est de l'ordre de 10%. Comme on essaye de vérifier un modèle de comportement actif basé sur le facteur de qualité du résonateur, cet écart n'est pas acceptable.

De plus, même si le modèle rend bien compte des données jusqu'à $-10\ dB$ pour des fréquences inférieures à la fréquence de résonance, il s'en écarte pour des fréquences supérieures. Cela ne pose pas trop de problème puisque, comme le on verra par la suite, les fréquences de jeu peuvent descendre bien en dessous de la fréquence de résonance, mais ne montent généralement pas énormément au dessus. On peut raisonnablement utiliser ce modèle pour l'étude en comportement actif, mais on s'expose à une prédiction erronée de la pente fréquentielle qui dépend de Q.

Pour le tuyau à section carrée (Fig. 2.5), les résultats sont moins concluants. On observe un écart de 45% pour le facteur de qualité du premier mode : c'est considérable et on ne peut intégrer ce modèle tel quel dans l'étude du comportement actif.

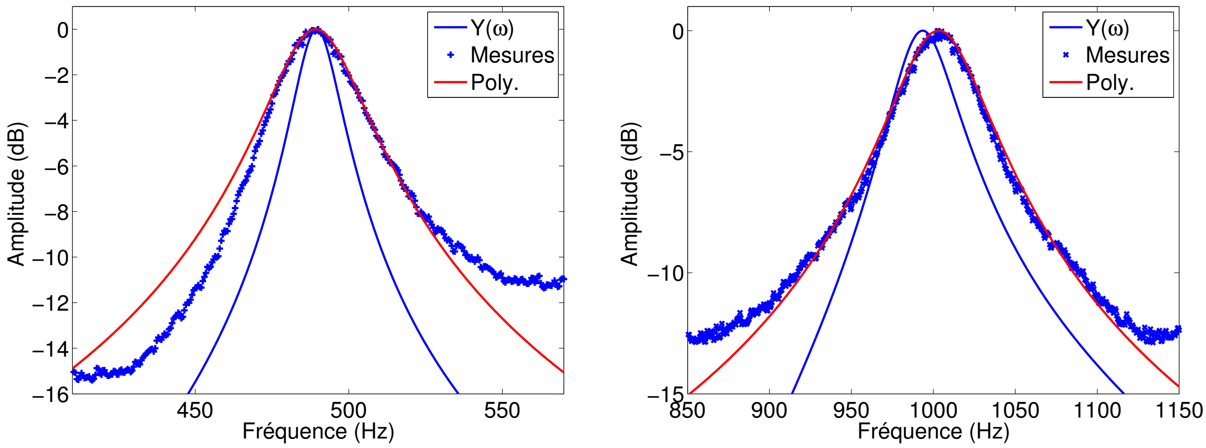

FIG. 2.5 – Deux premiers modes du tuyau à section carrée.

De plus, on observe les mêmes problèmes pour le deuxième mode : la fréquence de résonance est estimée avec une erreur de 3%. Ces imprécisions fréquentielles sont principalement dues aux approximations basses fréquences (géométrie, impédance), mais aussi à la description des corrections de longueurs de la bouche.

D'autre part, concernant les pertes, les erreurs de prédiction viennent de plusieurs points du modèle. Premièrement les pertes visqueuses présentes au niveau de la bouche ont simplement été adaptées d'une étude de Meissner sur un résonateur de Helmholtz. Il faudrait mener un étude approfondie dans le cas d'une constriction sur un tuyau. Deuxièmement, les pertes par rayonnement à l'extrémité passive sont décrites de manière simplifiée. A l'image de Dalmont qui propose un interpolation entre deux cas extrêmes théoriquement connus pour les corrections de longueurs, il faudrait développer une expression qui permettrait de passer de façon continue entre les deux cas (bord mince et avec écran infini) pour le rayonnement.

Enfin on compare ici une admittance théorique, calculée dans le but d'être intégrée dans un modèle plus large, avec une mesure de l'allure de la réponse en fréquence du tuyau par une excitation extérieure. Les mesures d'impédances avaient été écartées par soucis de simplicité, mais elles pourraient contribuer à mettre en lumière les approximations.

On pourrait par exemple utiliser l'appareil développé au LAUM et mesurer l'impédance depuis l'extrémité passive. En effet, cette extrémité ne pose théoriquement pas de problème, et on veut pouvoir mesurer les effets de la bouche sur la réponse du tuyau. Il suffirait ensuite de rajouter une impédance de rayonnement corresondant à l'extrémité que l'on a bouchée pour la mesure. On s'affranchirait ainsi du même coup des difficultés liées à la jonction de l'appareil de mesure à l'instrument.

Chapitre 3

Comportement actif

Ce chapitre présente quelques résultats expérimentaux qui mettent en avant la dépendance de la fréquence de jeu vis à vis de la pression d'alimentation. On compare ensuite ces résultats avec un modèle dans lequel on inclut l'étude précédente du comportement passif. Grâce à ce modèle, et par une analyse des phases de chaque variable, on trouve les branches de fonctionnement de l'instrument dans le plan fréquence / pression d'alimentation.

3.1 Dispositif et protocole expérimental

Le tuyau dont on veut étudier le comportement actif est relié à un réservoir de pression (environ $600 cm^3$) alimenté par un mélange d'azote-oxygène en proportions semblables à celles de l'air. On peut régler la pression du réservoir en ajustant la pression du détendeur et en contrôlant en même temps la pression avec un capteur. Avec un autre capteur, on peut mesurer la pression dans le pied.

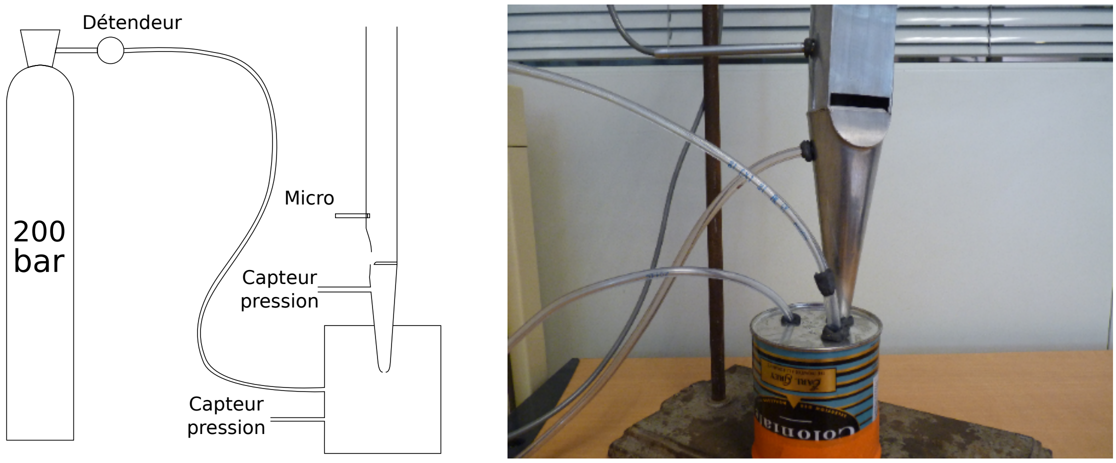

Fig. 3.1 – Schéma et photo du dispositif expérimental. La pression dans le réservoir est réglée manuellement avec le détendeur.

Pour mesurer un point, on règle la pression dans le réservoir à la pression voulue. Après l'établissement du régime stationnaire, l'analyseur de spectre permet d'obtenir la fréquence de jeu, ainsi que l'amplitude de la pression acoustique dans le corps de l'instrument. La fréquence de jeu est celle correspondant au maximum de la transformée de Fourier (FFT sur 800 points, sur une plage de $400 Hz$, ce qui équivaut à un pas fréquentiel de $0.5 Hz$).

3.2 Modèle retenu

Nous utilisons ici, des résultats établis lors d'études précédentes et partiellement présentés dans le chapitre 1. Nous retenons, entre autres, le modèle empirique de réceptivité développé dans [3] et le modèle de source aéro-acoustique jet-drive pour un profil de Bikley. Le modèle utilisé fait donc intervenir trois variables et trois équations que l'on peut représenter sous la forme du système bouclé du chapitre 1 (Fig. 1.3) :

Les équations associées à chaque bloc s'écrivent :
– Bloc "Jet" : réceptivité

$$\eta(t) = \frac{he^{\alpha_i W}}{U_j} v_{ac}(t-\tau) \tag{3.1}$$

– Bloc "Lèvre supérieure" : source aéro-acoustique

$$\Delta P_{dip}(t) = \frac{\rho \delta_d b H U_j}{S_m} \frac{d}{dt} \left[\tanh \frac{y_0 - \eta(t)}{b} \right] \tag{3.2}$$

– Bloc "Résonateur" : admittance

$$\widetilde{v_{ac}}(\omega) = \widetilde{\Delta P_{dip}}(\omega) Y(\omega) \tag{3.3}$$

ou y_0 est la distance selon l'axe Oy entre la lèvre supérieure et le milieu de la lumière et $\widetilde{f}$ est la transformée de Fourier de f.

3.3 Etude des solutions par analyse des phases

3.3.1 Hypothèse de compensation des phases

En régime stationnaire, le déphasage entre un point de la boucle et ce même point évalué un tour de boucle plus tard doit être un multiple entier de 2π. C'est une condition nécessaire à l'existence de l'oscillation. Cette condition s'écrit :

$$\varphi_{jet} + \varphi_{source} + \varphi_{réso} = 2n\pi \quad \text{avec} \quad n \in \mathbb{Z} \tag{3.4}$$

Le déphasage induit par la source correspond à $\varphi_{source} = \pi/2$ (déphasage de la dérivée) car la fonction non-linéaire est instanée et la distorsion par saturation ne fait qu'enrichir le spectre en harmoniques. La phase du résonateur est obtenue grâce au modèle du chapitre précédent. Enfin le retard injecté par le jet correspond à une modulation dans le domaine fréquentiel et donc à un déphasage de $\varphi_{jet} = -\omega\tau$ avec ω la pulsation et τ le retard. Finalement on obtient la relation suivante :

$$-\tau\omega + \frac{\pi}{2} + \varphi_{réso} = 2n\pi \quad \text{avec} \quad n \in \mathbb{Z} \tag{3.5}$$

L'entier n caractérise les modes hydrodynamiques de jet. En effet, un jet peut évoluer selon plusieurs modes pour une même excitation. Les sons éoliens (qui apparaissent à des pressions d'alimentation inférieures à celles du premier registre) sont produits par des modes d'ordres supérieurs de jet.

En ne s'intéressant qu'au premier mode de jet ($n = 0$), l'hypothèse de compensation des phases revient à chercher les fréquences qui vérifient :

$$\varphi_{réso}(\omega_{jeu}) + \frac{\pi}{2} = \tau\omega_{jeu} \tag{3.6}$$

On peut trouver les solutions de cette égalité par résolution graphique (Fig. 3.6). il peut y avoir une ou plusieurs intersections possibles en fonction de la pente $\tau = \frac{W}{0.3U_j}$ de la droite $\tau\omega$, donc en fonction de la vitesse de jet.

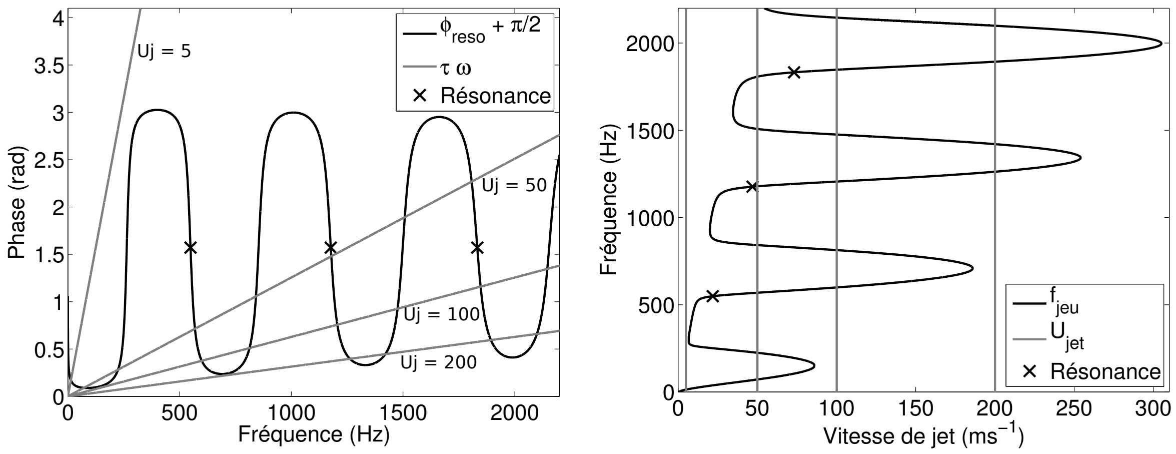

FIG. 3.2 – Résolution graphique de l'équation (3.6) pour le dispositif {bec de flûte + tuyau mince}. A droite : phase du résonateur à laquelle on a ajouté $\frac{\pi}{2}$ et différentes droites $\tau\omega$ pour quatre valeurs de vitesse de jet ($U_j = 5, 50, 100$ et $200\ ms^{-1}$). A gauche : branche de fonctionnement dans le plan (U_j, f). Les croix indiquent les fréquences de résonance.

Il est intéressant de noter que les intersections de la droite avec des “pentes positives” de la phase du résonateur correspondent à des fréquences situées au niveau des anti-résonances : ces points sont fortement instables. A l'inverse, on remarque qu'il existe des gammes de fréquences de jeu accessibles autour des fréquences de résonance. Ces gammes de fréquences correspondent aux différents registres de l'instrument.

La figure (3.2) montre également les fréquences de jeu calculées par compensation des phases. A priori, toute les fréquences balayées par la phase du résonateur sont accessibles : on retrouve les branches de résonances et d'anti-résonances. Pour parcourir toute la branche, il faudrait atteindre des vitesses de jet de l'ordre de 100 à 300 ms^{-1}. Ce n'est en pratique jamais réalisé. En fait, comme on le verra plus tard (Fig. 3.5), l'étude du gain permet de restreindre l'ensemble des solutions à certains points sur ces branches.

3.3.2 Stabilité des solutions

Pour déterminer la stabilité des solutions, on étudie le gain en boucle ouverte G. Si pour une fréquence de jeu donnée ce dernier est strictement plus grand que l'unité, alors une perturbation à la fréquence en question sera amplifiée. Quand la perturbation devient trop importante, les phénomènes non-linéaires (saturation de la fonction tanh) assurent la stabilité de la solution. Les équations (3.1),(3.2) et (3.3) linéarisées mènent au gain :

$$G(\omega_{jeu}) = \frac{he^{\alpha_i W}}{U_j} \frac{\rho \delta_d H U_j}{S_m} \omega_{jeu} Y_1(\omega_{jeu}) \tag{3.7}$$

La réceptivité et le terme de source étant des approximations au premier ordre pour décrire les mécanismes hydrodynamiques et aéro-acoustiques, le gain ne dépend pas explicitement de la vitesse de jet. Il en dépend implicitement via la fréquence de jeu qui est déterminée par U_j.

3.4 De la pression d'alimentation à la vitesse de jet

Dans toute l'étude précédente, on considère le paramètre de contrôle vitesse de jet. Pour passer de ce paramètre à la pression d'alimentation, on est amené à trouver une relation entre la pression d'alimentation P_g et la vitesse de jet.

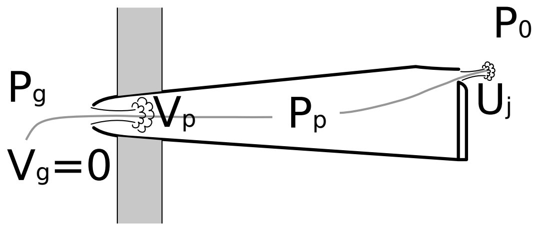

FIG. 3.3 – Schéma d'alimentation du pied. La ligne grisée représente la ligne de champ sur laquelle on applique la relation de Bernoulli. On raisonne directement en surpression par rapport à la pression atmosphérique donc on a $P_0 = 0$.

La relation de Bernoulli appliquée entre un point de la gravure et le pied permet de relier la vitesse de l'écoulement V_p au niveau de la perce (trou d'admission) en fonction des pressions de gravure P_g et de pied P_p (l'énergie cinétique dans la gravure est négligée) :

$$P_g = \frac{1}{2}\rho V_p^2 + P_p \tag{3.8}$$

On applique encore une fois la relation de Bernoulli entre le pied et la sortie (la section interne du pied étant grande par rapport aux surfaces S_p et S_j, l'énergie cinétique dans le pied est négligée) :

$$P_p = \frac{1}{2}\rho U_j^2 \tag{3.9}$$

Enfin, la conservation du débit entre la perce et la lumière donne :

$$S_p V_p = S_j U_j \tag{3.10}$$

où S_p est la section de la perce, S_j la section de la lumière. En combinant les trois équations précédentes, on a finalement les relations entre P_g, P_p et U_j :

$$P_g = \frac{1}{2}\left(1 + \left(\frac{S_j}{S_p}\right)^2\right)\rho U_j^2 \tag{3.11}$$

$$P_p = \frac{P_g}{1 + \left(\frac{S_j}{S_p}\right)^2} \tag{3.12}$$

Expérimentalement, on vérifie la relation entre la pression de vent et la pression de pied (Fig. 3.4). Cela permet de confirmer la relation entre pression de vent et vitesse de jet.

Le rapport des sections $\frac{S_j}{S_p}$ est en fait un paramètre de facture très important. On voit grâce à l'équation (3.11) qu'en ajustant ce rapport, on modifie directement la vitessse U_j et donc la fréquence.

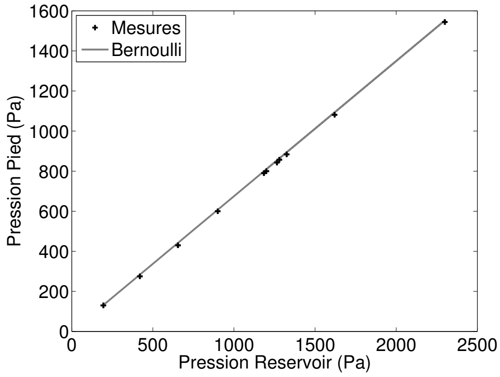

FIG. 3.4 – Pression de pied en fonction de la pression de vent pour le tuyau d'orgue.

3.5 Confrontation avec les mesures

On intègre donc cette relation entre pression et vitesse de jet dans le modèle précédent. La figure 3.5 montre les résultats obtenus sur le dispositif {bec d'un flûte à bec + tuyau mince}. Pour la branche de fonctionnement, le modèle est en accord avec les mesures, au moins pour le premier registre. L'imprécision sur le facteur de qualité évoquée plus haut ressort ici à travers des pentes fréquentielles sensiblement différentes.

Par contre pour le deuxième registre, la prédiction du modèle s'écarte des mesures, et ce dans le même sens que l'écart constaté pour le modèle passif. C'est en partie lié aux approximations basses fréquences utilisées pour décrire le comportement passif, mais aussi l'excitation (modèle jet-drive).

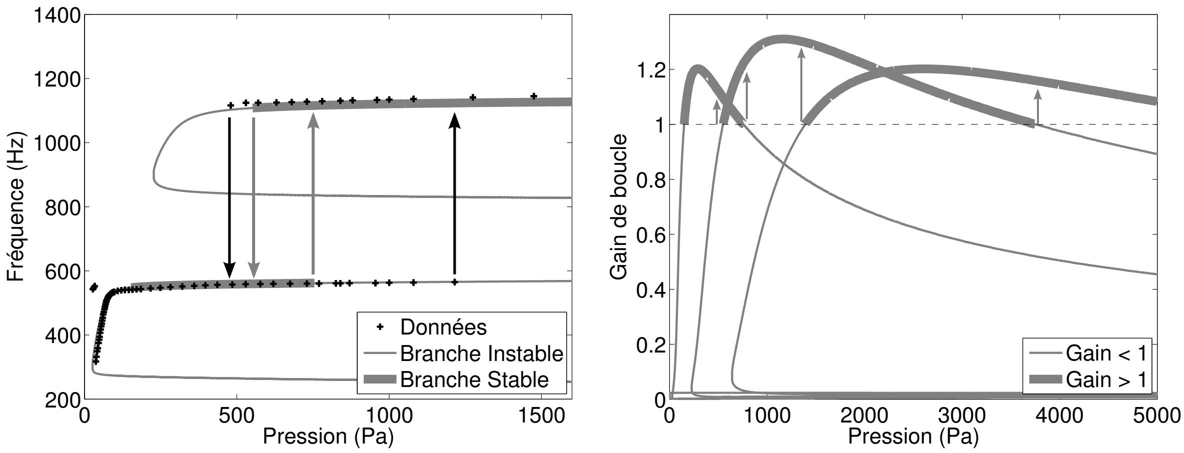

FIG. 3.5 – A gauche : pentes fréquentielles expérimentales et issues du modèle pour le dispositif {bec de flûte + tuyau mince}. A droite : gain de boucle associé. Les différents tronçons de boucle qui passent successivement au dessus de l'unité correspondent aux trois premiers registres. Sur les deux figures, les flèches indiquent le saut de fonctionnement. La vitesse de phase des perturbations sur le jet a été fixée à $c_p = 0.4U_j$.

L'étude du gain de boucle mène bien à un cycle d'hystérésis. Par exemple, la première branche, une fois devenue oscillante (*i.e.* $G > 1$) voit son gain diminuer et redescendre en dessous de 1. Le premier registre devient instable alors que le second est déjà stable : les seuils de stabilité de chaque branche définissent les seuils de l'hystérésis.

Les seuils de stabilité du modèle ne correspondent pas à ceux observés expérimentalement : la plage d'existence, estimée, commune aux deux registres est plus petite que celle expérimentale (de 550 à 755Pa pour le modèle, de 480 à 1215Pa pour les mesures). Le modèle est en fait extrêmement sensible à certains paramètres. Par exemple un petite variation de la hauteur de la lumière h (0.1mm, soit une variation de $0.1mm/1mm \sim 10\%$) peut suffire à rendre toute les branches instables.

En fait, la hauteur de la lumière intervient dans G sous la forme du rapport W/h. On a en effet ($\alpha_i = 0.4/h$) :

$$G \propto \frac{h}{W} \exp\left(0.4\frac{W}{h}\right) \tag{3.13}$$

Donc G, via la fonction $x \longmapsto \exp(0.4x)/x$, dépend directement du rapport $x = W/h$. Dans la gamme des rapports habituellement constatés (x varie de 4 pour les flûtes à bec à 16 pour certains tuyaux d'orgue), la fonction précédente est croissante de manière exponentielle : une petite variation de x entraine un grande variation de G.

Cela va dans le sens des remarques de facteurs d'orgue à propos du biseau : la position de celui-ci, qui modifie directement h et W, est un paramètre délicat dans le réglage des tuyaux d'orgue. De même un joueur de flûte traversière pourra confirmer la sensibilitté au rapport W/h : le "choix" du registre se fait en controlant la vitesse de jet, mais aussi en faisant varier les paramètres W et h. En déplaçant le seuil de stabilité, on permet ainsi le changment de registre. Cependant, pour une flûte traversière, l'analyse reste qualitative car la géométrie du canal formé par les lèvres ne peut pas être décrite par les deux paramètres W et h.

L'étude du gain, linéaire, permet de trouver les seuils d'oscillations des solutions, mais la stabilité de chaque solution n'est pas garantie par la seule étude du gain : si l'on s'écarte de la solution, on ne ne peut pas prédire un retour du comportement sur cette solution. La stabilité est en fait liée à la pente de la phase. Il faudrait mener une étude de stabilité des solutions oscillantes pour définir clairement les seuils de l'hystérésis.

De plus, l'imprécision sur l'hystérésis est également due aux différentes approximations utilisées pour décrire chaque bloc de la boucle. On pourrait d'une part utiliser une expression de la réceptivité qui modélise plus fidèlement l'action d'un champ acoustique sur le jet [8].

D'autre part, le modèle jet-drive ne représente qu'une approximation à une dimension (basse fréquence) de la source aéro-acoustique et n'est plus valable pour des jets turbulents (grand R_e) ou des jets composés de tourbillons discrets.

A cela vient s'ajouter un phénomène de séparation d'écoulement du champ acoustique au niveau de la lèvre supérieure, qui s'accompagne d'un effet de *vena contracta*. Ce mécanisme engendre une chute de pression au niveau de la bouche [1] qu'il faudrait prendre en compte dans le modèle. Le décalage observé n'est peut-être pas un décalage en fréquence, mais en pression "effective" d'excitation.

Enfin , comme on l'a vu au chapitre 2, il y encore un travail à faire sur l'admittance, et en particulier sur les pertes.

3.6 Variation de la géométrie interne

La synthèse par modèle physique permet de faire varier le facteur de qualité du résonateur. Nous avons essayé de reproduire cette variation de manière expérimentale.

Les pertes dans le tuyaux sont dues au rayonnement et aux effets dissipatifs de viscosité et de chaleur. Pour faire varier Q, on peut jouer sur le rayonnement en baflant plus ou moins l'extrémité passive, mais cela ne laisse pas une très grande marge de manœurve. Nous avons donc opté pour une autre solution qui consiste à augmenter les frottements pendant la propagation de l'onde dans le tuyau.

La méthode que nous avons retenue consiste à introduire un réseau d'environ 75 pailles dans le tuyau pour augmenter la surface interne et donc le frottement aux parois. On ne change pas la longueur réelle du tuyau (le volume du réseau est négligeable). Mais le changement brutal de section peut agir comme une masse acoustique et réduit donc légèrement la fréquence de résonance. Pour minimiser cet effet, le réseau est introduit en "dégradé". Ce dégradé est limité par la taille du tuyau et par un espacement critique au delà duquel les pailles ne se maintiennent plus entre elles et tombent au fond du tuyau.

La figure (3.6) montre les deux premiers modes de résonance d'un tuyau dans les deux configurations. La première constatation est que l'introduction du réseau réduit l'amplitude de la réponse du tuyau. Pour des fréquences inférieures aux fréquences de résonance, la réponse du tuyau avec réseau épouse celle du tuyau sans réseau. Par contre pour des fréquences supérieures il y a un léger écart. Il en découle un décalage en fréquence et une variation du facteur de qualité (Tab. (3.1)).

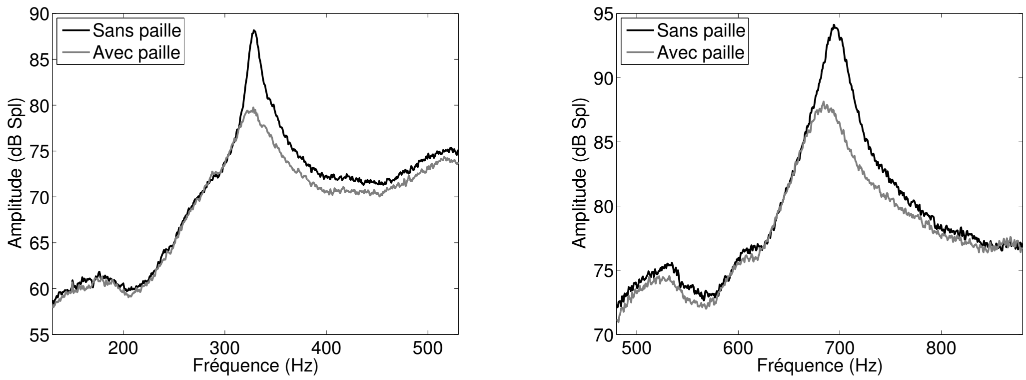

Fig. 3.6 – Deux premiers modes de résonance d'un tuyau d'orgue avec et sans réseau. Les résultats sont obtenus avec le protocole du chapitre 2. La configuration expérimentale est restée inchangée pour toutes les mesures. Par contre il y a une imprécision importante sur la température (environ $3°C$) qui n'a pas pu être mesurée pendant l'expérience. De telles variations de température suffiraient à expliquer l'écart en fréquence observé.

	mode 1	mode 2
Sans réseau	$f = 329$, $Q = 17$	$f = 695$, $Q = 14$
Avec réseau	$f = 326$, $Q = 5$	$f = 685$, $Q = 8$

Tab. 3.1 – Fréquences et facteurs de qualité pour le tuyau d'orgue avec ou sans réseau. Les facteurs de qualité sont estimés via la largeur à mi-hauteur.

La figure (3.7) montre le comportement actif du même tuyau. L'ajout du réseau modifie légèrement la pente fréquentielle du premier registre (en accord avec la variation de Q). Mais le principal effet est de repousser le saut de registre vers des pression plus élevées : l'instrument continue de fonctionner sur la branche du premier registre.

Ce phénomène va dans le sens de la figure (3.6) : l'amplitude du second mode est amoindrie. Le réseau situé au milieu du tuyau défavorise le ventre de vitesse, caractéristique du deuxième mode : cela a pour effet de l'atténuer fortement. Mais le premier mode est autant affecté que le second. Une explication supplémentaire, qu'il faudrait approfondir, consisterait à dire que le débit moyen qui s'écoule dans le tuyau est affecté par la présence du réseau. Ceci a un effet direct sur l'injection de débit au niveau de la lèvre supérieure et donc des mécanismes d'excitation. On pourrait approfondir cette hypotèse en estimant les épaisseurs des couches limites du réseau grâce au débit moyen et en les comparant au diamètre du tuyau.

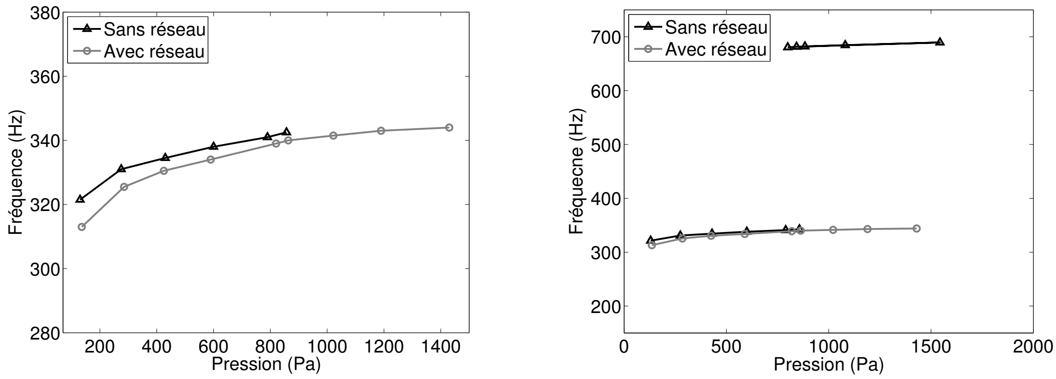

FIG. 3.7 – Comportement actif du tuyau d'orgue avec ou sans réseau (la mesure active correspond à la même configuration de réseau que la mesure passive).

3.7 Vers une étude du système dynamique associé

L'étude de stabilité des solutions mènent directement aux seuils de l'hystérésis. Même si le modèle précédent permet de remonter au fonctionnement des instruments à embouchure de flûte, il serait utile d'étudier analytiquement les solutions du système constituées des équations (3.1),(3.2) et (3.3). Cette section a pour but de poser les bases d'une telle étude.

3.7.1 Adimensionnement des équations

Il faut avant tout adimensionner les variables. On note avec des indices a les anciennes variables et on pose :

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\eta_a}{b}, \\ v &= \frac{v_{ac,a}}{W f_0} = \frac{2l}{Wc} v_{ac,a}, \\ \Delta P &= \frac{\Delta P_{dip,a}}{\rho c W f_0} = \frac{2l}{\rho c^2 W} \Delta P_{dip,a}, \\ Y &= Y_a \rho c \end{aligned} \tag{3.14}$$

avec b la largeur du profil du jet, W la distance lumière biseau, $f_0 = c/2l$ la fréquence fondamentale d'un tuyau ouvert-ouvert sans perte, c la vitesse du son, h la hauteur de sortie du canal et ρ la masse volumique de l'air.

La réceptivité est adimensionnée par rapport à la largeur de jet. Pour la vitesse acoustique, on utilise l'inverse d'un Strouhal évalué au niveau de la fréquence de résonance. Cela revient en fait à adimensionner directement la vitesse acoustique par la vitesse de propagation mais en se ramenant à une échelle de bouche (avec le facteur W/l). La pression est adimensionnée par la pression acoustique équivalente à la vitesse adimensionnée : $p_{eq} = \rho c v_{ac,a}$. Enfin l'admittance est adimensionnée par l'admittance caractéristique.

3.7.2 Equation à résoudre

On peut réécrire le système sous la forme :

$$\begin{cases} \eta(t) = \alpha v(t-\tau) \\ \\ \Delta P(t) = \beta \dfrac{d}{dt}\Big[\tanh\big(y_0 - \eta(t)\big)\Big] \\ \\ \widetilde{v}(\omega) = \widetilde{\Delta P}(\omega) Y(\omega) \end{cases} \tag{3.15}$$

avec $\alpha = \frac{hWce^{\alpha_i W}}{2blU_j}$, $\tau = \frac{W}{0.3U_j}$, $\beta = \frac{2lbH\delta_d U_j}{c^2 W S_m}$. $\widetilde{f}(\omega)$ représente la transformée de Fourier de $f(t)$.

La troisième équation étant écrite dans le domaine fréquentiel, on fait l'approximation que l'admittance d'entrée n'est constituée que du premier mode :

$$Y(\omega) = \frac{\jmath\omega Y_1}{\omega_1^2 - \omega^2 + \jmath\omega\omega_1 Q_1^{-1}} \tag{3.16}$$

pour repasser dans le domaine temporel ensuite. Cela permet d'étudier la stabilité du point fixe zéro. Pour étudier la stabilité des points du premier registre, il faudrait considérer les deux premiers modes. En combinant les deux équations temporelles du système (3.15) et la TF inverse de Y, on obtient :

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{\omega_1}{Q_1}\frac{dv}{dt} + \omega_1^2 v = Y_1 \alpha\beta \frac{d^2}{dt^2}\Big[\tanh v\Big](t-\tau) \tag{3.17}$$

Il s'agit d'une équation différentielle du second ordre, non-linéaire et à retard. Pour étudier la stabilité du point fixe zéro, on peut linéariser cette équation. Cela réduit le problème à l'étude d'une équation différentielle à retard (Delay Differential Equation, ou DDE). On peut trouver dans [14] une méthode d'analyse des points fixes pour ce type d'équation basée sur l'analyse des racines de l'équation caractéristique associée.

Pour étudier le premier registre, il faut prendre en compte les deux premiers modes de l'admittance (pour pouvoir définir le saut de registre). L'équation à résoudre serait une DDE d'ordre 4 avec des éléments non-linéaires d'ordre 4 et inférieurs. La plupart des solveurs de DDE servent à intégrer des équations dont le retard est présent dans un terme d'ordre inférieur à celui de l'équation.

On pourrait développer un solveur, de type Runge Kutta d'ordre 4, qui devrait estimer des échantillons retardés de la dérivée d'ordre 4 de la variable (ici la vitesse v). Le problème réside dans le fait que l'on doit pouvoir estimer ces échantillons retardés entre les pas d'intégration. Une méthode consisterait à interpoler ces échantillons, avec des polynômes de Hermite d'ordre supérieur à 4, comme proposé dans [15].

On pourrait ainsi étudier la stabilité des solutions de façon numérique. Une autre méthode consisterait à appliquer l'approximation du premièr harmonique : on injecte une solution sinusoïdale dans l'équation et on étudie la stabilité de la solution en fonction de la fréquence. Mais il n'est pas aussi facile d'appliquer cette méthode ici à cause du retard qui intervient à un ordre égal à celui de l'équation.

Chapitre 4

Inclusion du travail dans une problématique de facture instrumentale

Ce travail de recherche s'inscrit dans un contexte de collaboration avec le Centre National de Formation d'Apprentis Facteurs d'Orgues (CNFAFO) d'Eschau. Le point de départ de ce travail émerge d'ailleurs d'une discussion entre Benoît Fabre (équipe LAM de l'IJLRA), Michaël Walther (responsable de la formation de facteurs d'orgue au CNFA d'Eschau) et Vincent Doutaut (ITEMM). A la suite de cette discussion, plusieurs problématiques se sont dégagées. Un des problèmes majeurs auxquels sont confrontés les facteurs d'orgue et les tuyautiers concerne le dimensionnement des tuyaux. Les éléments rapportés dans la suite de ce paragraphe sont issus d'une discussion avec un facteur d'orgue.

Le dimensionnement des tuyaux précède un processus plus large, l'harmonisation. L'harmonisation est réalisée sur le lieu d'installation de l'orgue et consiste à ajuster les paramètres du tuyau (comme la hauteur de bouche) pour atteindre la note et le timbre recherchés. Le tuyautier applique des règles pour dimensionner les tuyaux, règles qui, non seulement définissent la hauteur de la note, mais modifient également le timbre. A titre d'exemple, un tuyau avec un diamètre fin (type jeu de gambe) favorisera un son riche en harmoniques. L'ajustement de ces paramètres est donc très important et le dimensionnement, puis l'harmonisation d'un orgue sont des étapes essentielles dans la construction ou la restauration de l'instrument.

Même si le présent travail a pour but de formaliser et de quantifier l'influence de ces paramètres sur la production du son, il ne vise pas à remplacer une discipline basée sur la perception et qui ne s'apprend que par l'expérience. L'objectif est en fait de fournir un outil complémentaire qui aiderait les facteurs et qui pourrait être utilisé à des fins pédagogiques.

Voici un exemple qui illustre le type d'aide que l'on peut apporter. Les tuyaux sont construits en atelier en suivant des abaques pour déterminer les paramètres. Les facteurs procèdent ensuite de plus en plus souvent à une pré-harmonisation, afin de limiter le temps passé dans l'édifice où l'orgue est installé. Une fois montés sur l'orgue, il faut ensuite harmoniser les tuyaux. Dans le cas d'un tuyau trop grave le facteur est amené à réduire la longueur de celui-ci (les tuyautiers construisent les tuyaux avec de la marge pour pouvoir enlever de la matière ensuite). Ce faisant le facteur modifie l'équilibre entre la longueur du tuyau et les autres paramètres : l'harmonisation est faussée et il faut ajuster les autres paramètres pour la corriger.

Dans certains cas, il est impossible de modifier ces paramètres : par exemple, on ne peut réduire ou augmenter le diamètre du tuyau. Il est donc utile de pouvoir prévoir le fonctionnement d'un tuyau en fonction de contraintes que l'on ne peut pas contrôler : c'est la cas de la température, mais aussi, dans une certaine mesure, de la pression d'alimentation.

4.1 Synthèse des résultats : vers un atelier virtuel

Pour présenter les résultats précédents de manière plus interactive, nous avons synthétisé le modèle utilisé (comportement passif et hypothèse de compensation des phases) sous forme d'une interface graphique. Cette dernière se devait de respecter les contraintes suivantes : implémentation rapide, écriture dans un langage libre, apparence assez attractive pour susciter de l'intérêt ou au moins des questionnements de la part des facteurs d'orgue.

La première version "cible" représentait un tuyau sur lequel on pouvait régler les paramètres "à la souris" et proposait des champs pour rentrer, par exemple, la température ou la pression. En fonction des paramètres, l'interface retournait la fréquence de jeu estimée. Cette version "cible" est actuellement en remaniement, c'était d'ailleurs le but de cette première version : offrir un support de réflexion pour établir les objectifs prioritaires d'un tel outil. On reviendra plus tard sur la discussion qu'a engendrée cette interface.

Le projet a été réalisé en Java et se comporte de six classes :
- la classe Main appelle la classe Fenetre
- la classe Fenetre gère l'affichage et appelle les autres classes
- la classe Parametre réactualise les paramètres
- la classe Dessin gère l'affichage du tuyau en fonction des paramètres
- la classe Tuyau implémente le comportement passif du tuyau
- la classe Actif implémente l'hypothèse de compensation des phases

Cette décomposision n'est pas la plus performante, mais le but était d'avoir un programme opérationnel dans un délai des plus bref. La figure 4.1 montre la version actuelle de l'interface. Elle présente des champs inutilisables, qui servaient en fait de base pour la discussion (comme le cadre Languette ou le choix de la section).

Elle a été présentée lors d'une discussion avec Michaël Walter. Cette présentation et le reste de la discussion ont permis de dégager, au moins dans les grandes lignes, des objectifs plus clairs pour les travaux à venir.

4.2 Fruits de la discussion avec Michaël Walther

Cette rencontre a eu lieu le vendredi 18 Juin sur le site du CNFAFO à Eschau, étaient présents Michaël Walther, Benoît Fabre et Roman Auvray.

Concernant l'"atelier virtuel", Michaël s'est montré enthousiaste : c'est un outil qui pourrait être très utile pour la pré-harmonisation (réalisation des tuyaux en atelier) et qui pourrait présenter un intérêt pédagogique. La dépendance de la fréquence avec la pression d'alimentation est en effet un paramètre important qui influe sur l'harmonisation. Les discussions à ce sujet ont permis de redéfinir des objectifs plus sensés pour les facteurs.

Il faudrait par exemple repenser l'application en intégrant les contraintes avec une certaine hiérarchie. Le point cible est une fréquence fondamentale. Viennent ensuite des

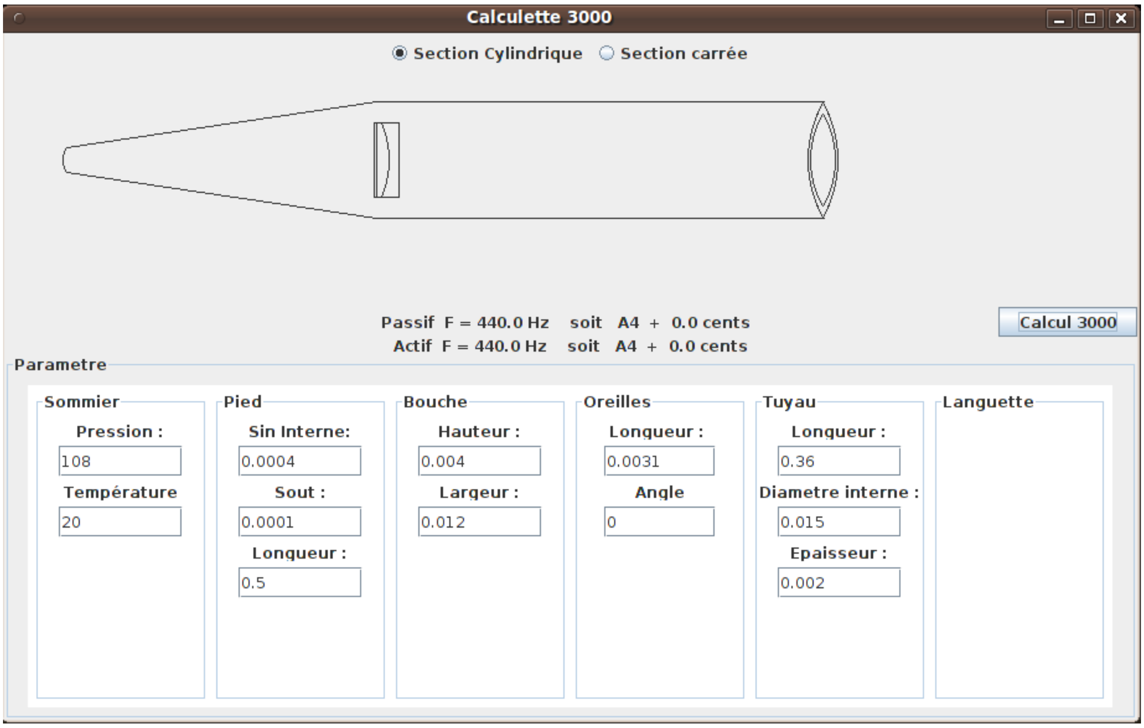

FIG. 4.1 – Interface telle qu'elle a été présentée lors de la discussion à Eschau.

contraintes de type matériel, comme la température du lieu où va être installé l'orgue (les variations de température possibles), l'hygrométrie, la pression atmospérique, l'espace utilisable, la pression d'alimentation. Il faudrait ensuite intégrer les règles de dimensionnement, qui se présentent le plus souvent sous la forme de l'évolution d'un paramètre le long de la tessiture (par exemple le paramètre largeur de bouche évolue comme le cinquième de la circonférence). Enfin, l'application retournerait la longueur du tuyau, ou un paramètre sur lequel il reste des degrés de libertés.

Mais il est ressorti au fil des discussions que l'outil logiciel ne serait peut-être pas assez transparent. En effet, il semblerait que les facteurs utilisent des lois, plus ou moins empiriques, pour définir les paramètres. Par exemple, pour la longueur du tuyau cylindrique, la règle qui est enseignée à Eschau est :

$$L_{réelle} = \frac{c}{2f} - \frac{5}{3}\varnothing \tag{4.1}$$

ou c est la vitesse du son, f la fréquence souhaitée et $\varnothing$ le diamètre. Même si ces lois ne sont a priori pas forcément intuitives, elle le deviennent à force d'expérience et prennent du sens pour un facteur. Par exemple il est connu que pour une augmentation d'un degré Celsius, la fréquence augmente de 7 cents (à 440 Hz). Dans la pratique, il est impossible de créer une loi qui soit à la fois précise et simple d'utilisation : le nombre de paramètres à ajuster est trop grand, et ces derniers interagissent les uns sur les autres.

Enfin le saut de registre est un sujet délicat pour les facteurs d'orgue. De nombreux paramètres d'harmonisation modifient les seuils de l'hystérésis : il pourrait être utile d'intégrer la variation de paramètres, tel que la posistion du biseau dans les modèles à venir (ce qui est d'ailleurs en cours avec l'étude de stabilité des solutions, cf chapitre 3).

4.3 Perspectives

La rencontre du 18 Juin a permis de définir des objectifs plus précis pour les travaux à venir. Cela concerne d'une part l'application "atelier virtuel", mais aussi les points sur lesquels accentuer les recherches dans les mois à venir.

De ce qui ressort des discussions sur l'atelier virtuel, l'évolution de celui-ci peut se faire selon deux axes majeurs. Le premier, l'axe fonctionnel, regroupe tous les problèmes pratiques que peuvent présenter la conception et le développement d'un logiciel. Il s'agit de faire évoluer l'interface pour une meilleure maniabilité du logiciel. Il s'agit également de réfléchir à la manière d'intégrer les contraintes, et leurs hiérarchies, de manière efficace. On peut réserver des champs pour les paramètres importants. On peut aussi créer la possibilité de sauvegarder des réglages, ou même des jeux (tous les tuyaux de la tessiture) dans des fichiers. Dans ce sens, on peut également intégrer des règles de dimensionnement qui se déclineraient sur toute la tessiture. Toutes ces fonctionnalités sont bien sûr à développer en étroite collaboration avec des facteurs d'orgue.

Le second axe s'attaque à des problématiques plus générales concernant la façon de présenter des résultats scientifiques aux facteurs. C'est un problème qui dépasse le simple cadre de la facture d'orgue et peut trouver des solutions même au delà de l'acoustique musicale. Cela répond à la volonté de ne pas avoir une "boite noire" dans laquelle on rentre des paramètres et qui retourne un tuyau préconçu que l'on n'a plus qu'à fabriquer.

On peut trouver un intermédiaire entre une loi simpliste qui permet de sentir intuitivement ce qui se passe, et, un logiciel très performant mais qui ne laisse aucune visibilité. Une représentation possible serait de fixer un point cible, une fréquence par exemple, et de représenter la gamme de fréquences accessibles autour de la cible. La variation d'un paramètre (comprise entre deux valeurs extrêmes que l'utilisateur pourrait définir) serait symbolisée par une barre de défilement. Le déplacement du curseur d'un paramètre modifierait directement la fréquence et indirectement la gamme de fréquences accessibles car elle influerait aussi sur la façon dont un autre paramètre modifierait la gamme de fréquence. La figure 4.2 schématise cette représentation.

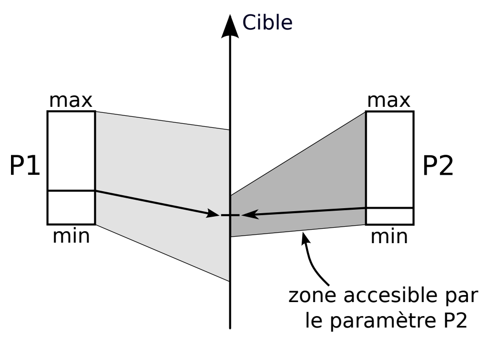

FIG. 4.2 – Schéma illustrant une manière "transparente" de présenter l'influence de chaque paramètre. Seul le paramètre $P1$ varie entre la figure de gauche et celle de droite : la gamme de fréquences accessibles par $P2$ varie quand même.

Pour ce qui concerne les collaborations ultérieures, les besoins des facteurs d'orgue se font ressentir dans ce qui concerne l'alimentation. Toute une réflexion est à mener aussi bien sur des détails, tel que la géométrie du pied, que sur le mécanisme général d'alimentation.

Conclusion

Concernant le comportement passif, la description actuelle ne peut être améliorée sans une étude expérimentale qui permettrait de remonter à l'admittance d'entrée de l'instrument. Nous avons déjà évoqué la possiblité d'utiliser une technique d'impédancemétrie sur l'extrémité passive, quitte à corriger les mesures avec une impédance de rayonnement analytique, pour apprécier l'influence des paramètres de la bouche. L'inclusion du modèle passif avec ses défauts actuels, à savoir l'imprécision sur les pertes et en hautes fréquences, a permis d'amorcer une étude du fontionnement de l'instrument en situation de jeu.

L'étude du comportement actif a donné des résultats prometteurs. Le modèle développé sur l'analyse des phases des blocs du système bouclé a permis de retrouver la branche de fonctionnement du premier registre d'un tuyau excité par une interaction jet/biseau. Le modèle est limité dans les registres supérieurs par des approximations basses fréquence, en passif, et pour la source aéro-acoustique.

Néanmoins, ce modèle suggère fortement que les pentes fréquentielles observées expérimentalement trouvent bien leur explication dans l'ajustement de la phase du système sur le déphasage du résonateur. De plus, l'étude du gain de stabilité permet de trouver des seuils de stabilités des branches et un comportement d'hystérésis. Par contre, les seuils trouvés théoriquement ne correspondent pas à ceux expérimentaux.

Ces résultats sont quand même positifs et incitent à approfondir l'étude des instruments de la famille des flûtes dans ce sens en intégrant des descriptions plus fines des mécanismes mis en jeu, comme par exemple le modèle de réceptivité récemment développé par Blanc [8].

Enfin la rencontre avec Michaël Walther a été constructive grâce aux discussions qui ont fait porter notre attention sur des points précis du modèle. L'application "atelier virtuel" n'était qu'une première phase. Il n'est pas certain que ce projet continue dans sa forme actuelle. Mais les collaborations futures permettront de développer un outil qui répondra de manière pédagogique aux problèmes de représentation des résultats évoqués plus haut. Elles permettront aussi d'orienter des pistes recherches qui incluront des problématiques évoquées par les facteurs.

Bibliographie

[1] A. Chaigne et J. Kergomard : *Acoustique des instruments de musique.* Belin, 2008.

[2] J.W.S Rayleigh : *The theory of sound.* New York Dover Publications, 1896.

[3] P. de la Cuadra : *The sound of oscillating air jets : physics, modeling and simulation in flute-like instruments.* Thèse de doctorat, University of Stanford, 2005.

[4] David K. Holger, Theodore A. Wilson et Gordon S. Beavers : Fluid mechanics of the edgetone. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 62(5):1116–1128, 1977.

[5] C. Ségoufin, B. Fabre et L. de Lacombe : Experimental investigation of the flue channel geometry on edge-tone oscillations. *Acta Acustica*, 90:966–975, 2004.

[6] Paul Dickens, John Smith et Joe Wolfe : Improved precision in measurements of acoustic impedance spectra using resonance-free calibration loads and controlled error distribution. *Journal of the Acoustical Society of America*, 121:1471–1481, 2007.

[7] Paul Dickens, John Smith et Joe Wolfe : Acoustic impedance spectra of classical and modern flutes. *Journal of sound and vibration*, 243(1):127–144, 2001.

[8] F. Blanc : *Production de son par couplage écoulement/résonateur acoustique. Étude des paramètres de facture de flûtes par expérimentations et simulations numériques d'écoulements.* Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, 2009.

[9] J. Coltman : Jet drive mechanisms in edge tones and organ pipes. *Journal of the Acoustical Society of America*, 60:725–733, 1976.

[10] M. Meissner : Aerodynamically excited acoustic oscillations in cavity resonator exposed to an air jet. *Acta Acustica*, 88:170–180, 2001.

[11] M.P. Verge, B. Fabre, W.E.A Mahu, A. Hirschberg, R.R. van Hassel, A.P.J. Wijnands, J.J. de Vries et C.J. Hogendoorn : Jet formation and jet velocity fluctuations in a flue organ pipes. *Journal of the Acoustical Society of America*, 95(2):1119–1132, 1994.

[12] J.-P. Dalmont, C.J. Nederveen et N. Joly : Radiation impedance of tubes with different flanges : Numerical and experimental investigations. *Journal of sound and vibration*, 244(3):505–534, 2001.

[13] P.M. Morse et K.U. Ingard : *Theoretical Acoustics.* McGraw-Hill, 1968.

[14] Y. Kuang : *Delay Differential Equations With Applications in Population Dynamics.* Academic Press, 1993.

[15] Christopher A.H. Paul : Developing a delay differential equation solver. *Applied Numerical Mathematics*, 9(3-5):403 – 414, 1992.

Annexe A

Etude théorique de l'admittance d'entrée d'un tuyau d'orgue

Cette annexe détaille certains points du calcul d'admittance développé dans le chapitre sur le comportement passif. On rappelle que l'on cherche à déterminer la quantité :

$$Y = \frac{U(0)}{\Delta P} \tag{A.1}$$

ou $U(0)$ est l'amplitude complexe de la vitesse évaluée en $x = 0$ et ΔP est l'excitation en pression de la source aéro-acoustique.

A.1 Impédance à l'extrémité passive

Pour l'extrémité passive de l'instrument, on utilise l'expression basse fréquence de l'impédance de rayonnement d'un tuyau, donnée par [1] :

$$Z_r(\omega) = Z_c \left(j\frac{\omega}{c}\Delta l + \frac{1}{2}\left(\frac{\omega R}{c}\right)^2 \right) \tag{A.2}$$

ou $Z_c = \rho c/S$ est l'impédance caractéristique du tuyau, R le rayon du tuyau et Δl la correction de longueur.

La correction de longueur permet de modéliser la masse de fluide qui est en mouvement en dehors du tuyau et qui participe au comportement global du tuyau (Fig. A.1).

Pour un tuyau à bord mince (infiniment fin), on peut montrer que cette correction s'écrit $\Delta l_0 = 0.6133R$, avec R le rayon du tuyau. Pour un tuyau dans un écran infini, on peut également montrer que la correction de longueur vaut $\Delta l_\infty = 0.8216R$. Dalmont propose une formule d'interpolation entre ces deux valeurs extrêmes pour décrire un le rayonnement d'un tuyau d'épaisseur finie [12] :

$$\Delta l = \Delta l_\infty + \frac{R}{R_{ext}}\left(\Delta l_0 - \Delta l_\infty\right) + 0.057\frac{R}{R_{ext}}\left(1 - \left(\frac{R}{R_{ext}}\right)^5\right)R \tag{A.3}$$

Il s'agit en fait d'une interpolation linéaire avec une correction d'ordre 5. Cette expression de Δl est également valvable pour un tuyau de section carrée : il faut remplacer R par le côté du carré interne, R_{ext} par le côté du carré externe, $\Delta_0 = 0.597\frac{2R}{\pi}$ et $\Delta_\infty = 0.811\frac{2R}{\pi}$.

D'autre part, la partie réelle de l'impédance de rayonnement, qui représente l'énergie transmise au milieu extérieur, donc le son effectivement produit, dépend également de la géométrie de l'extrémité. Le facteur 1/2 correspond au cas baflé. Dans le cas tuyau mince, ce facteur devient 1/4.

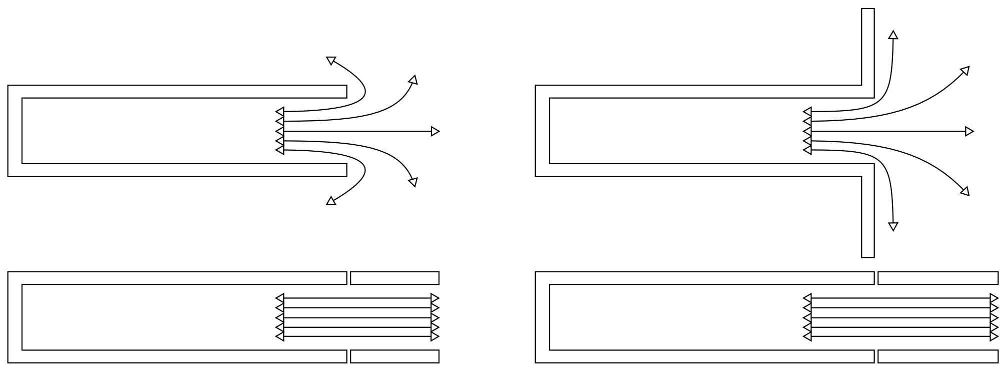

Fig. A.1 – Schéma illustrant la notion de correction de longueur. A gauche : tuyau avec une épaisseur fini. A droite : tuyau dans un écran. Les lignes continues représentent le champs de vitesse acoustique à l'extrémité du tuyau.

A.2 Conditions aux limites

En $x = l$, la vitesse et la pression sont reliées par l'impédance de rayonnement :

$$U(l) = Z_r^{-1} P(l) \tag{A.4}$$

La condition en $x = 0$ est un peu plus complexe : il y a d'une part l'excitation par la source aéro-acoustique et d'autre part le rayonnement par la bouche. On note l'excitation en pression $\Delta P = P^+ - P^-$, ou P^+ représente la pression engendrée par la source aéro-acoustique vers l'intérieur et P^- celle engendrée vers l'exterieur (Fig. A.2).

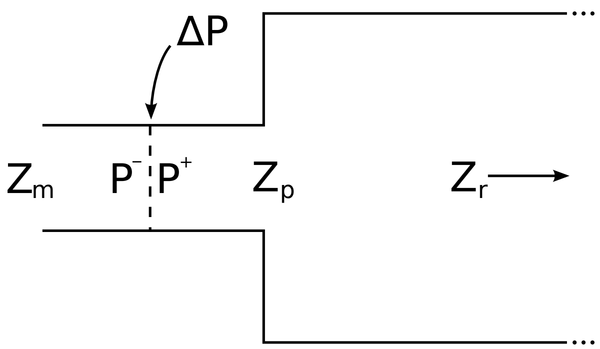

Fig. A.2 – Schéma de l'excitation dans le modèle 1D.

Cette excitation a lieu au niveau de la bouche, donc dans le petit tuyau à constante localisée. On a, en notant $U(0^-)$ la vitesse dans le petit tuyau :

$$\begin{cases} P^+ = Z_p U(0^-) \\ P^- = -Z_m U(0^-) \end{cases}$$

ou $Z_p = jZ_c \tan[kl + \eta_r]$ correspond à l'impédance de rayonnement de l'extrémité passive Z_r ramenée en $x = 0$ et ou Z_m correspond à l'impédance de rayonnement de la bouche. On peut réécrire ce système sous la forme :

$$U(0^-) = \frac{\Delta P}{Z_p + Z_m} \tag{A.5}$$

A.3 Effets visco-thermiques : ligne de transmission

On peut inclure les effets visco-thermiques qui accompagnent la propagation des ondes dans le tuyau en se ramenant à un formalisme du type ligne de transmission pour les variables pression et vitesse acoustique [1]. On écrit les équations sans source dans le domaine de Fourier :

$$\frac{dP}{dx} = -Z_v U \tag{A.6}$$

$$\frac{dU}{dx} = -Y_t P \tag{A.7}$$

Z_v est l'impédance modélisant les pertes par frottement visqueux et Y_t est l'admittance modélisant les pertes de chaleurs. Pour un tuyau de section circulaire elles s'expriment :

$$Z_v = \frac{j\omega\rho}{S}\left[1 - \frac{2}{k_v R}\frac{J_1(k_v R)}{J_0(k_v R)}\right]^{-1} \tag{A.8}$$

et,

$$Y_t = j\omega\chi_s S\left[1 - +(\gamma-1)\frac{2}{k_t R}\frac{J_1(k_t R)}{J_0(k_t R)}\right]^{-1} \tag{A.9}$$

avec $k_v = \sqrt{-\frac{j\omega\rho}{\mu}}$ le nombre d'onde de viscosité et $k_t = \sqrt{-\frac{j\omega C_p}{\kappa}}$ le nombre d'onde de chaleur, J_i la fonction de Bessel de première espèce d'ordre i, R le rayon du tuyau, S la section, ρ la masse volumique de l'air et χ_s la compressibilité adiabatique.

Comme les effets dissipatifs ont lieu aux parrois, on peut utiliser ces expressions pour un tuyau de section carrée en considérant le rayon équivalent d'un cercle de périmetre égale à celui du carré.

A.4 Equation de propagation et solution

On a maitenant définit tous les éléments nécessaires à la résolution du calcul de l'admittance. A partir des équations (A.6) et (A.7) on obtient l'équation de propagation :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \Gamma^2(\omega)\right) U = 0 \tag{A.10}$$

Avec $\Gamma = \sqrt{Z_v Y_t}$ la constante de propagation. L'expression analytique de Γ est compliquée, mais on peut utiliser une approximation basse fréquence (obtenue par développement asymptotique des fonctions de Bessel) :

$$\Gamma = j\frac{\omega}{c}\left[1 + \frac{\alpha_1\sqrt{-2j}}{r_v} - j\frac{\alpha_2}{r_v^2}\right] \tag{A.11}$$

avec $\alpha_1 = 1.044$, $\alpha_2 = 1.080$ et $r_v = R\sqrt{\rho\omega/\mu}$. La constante de propagation Γ décrit à la fois la dissipation (partie réelle) et la dispersion (partie imaginaire). Par la suite, on utilisera plutôt le nombre d'onde complexe $k_c = -j\Gamma$.

La solution de l'équation (A.10) avec les conditions aux limites (A.4) et (A.5) s'écrit :

$$U(x) = \frac{\Delta P}{Z_m + Z_p}\frac{\cos\left(k_c(l-x) + \eta_l\right)}{\cos(k_c l + \eta_l)} \tag{A.12}$$

On peut simplifier l'expression de U en modifiant l'écriture du dénominateur :

$$
\begin{aligned}
&(Z_p + Z_m)\cos(k_c l + \eta_l) = \\
&\quad = Z_c j\left[\tan(k_c l + \eta_l) + \tan\eta_0\right]\cos(k_c l + \eta_l) \\
&\quad = Z_c j\left[\sin(k_c l + \eta_l) + \frac{\sin(k_c l + \eta_l + \eta_0) + \sin(k_c l + \eta_l - \eta_0)}{2\cos\eta_0}\right] \\
&\quad = Z_c j\left[\sin(k_c l + \eta_l) + \frac{\sin(k_c l + \eta_l + \eta_0)}{2\cos\eta_0} + \frac{\cos(k_c l + \eta_l)\sin\eta_0 - \sin(k_c l + \eta_l)\cos\eta_0}{2\cos\eta_0}\right] \\
&\quad = Z_c j\left[\frac{1}{2}\sin(k_c l + \eta_l) + \frac{1}{2}\tan\eta_0\cos(k_c l + \eta_l) + \frac{1}{2\cos\eta_0}\sin(k_c l + \eta_l + \eta_0)\right] \\
&\quad = \frac{1}{2}(Z_p + Z_m)\cos(k_c l + \eta_l) + \frac{Z_c j}{2\cos\eta_0}\sin(k_c l + \eta_l + \eta_0)
\end{aligned}
$$

On obtient finalement :

$$
\frac{U(x)}{\Delta P} = \frac{1}{jZ_c}\frac{\cos\left(k_c(l - x) + \eta_l\right)\cos\eta_0}{\sin(k_c l + \eta_l + \eta_0)} \tag{A.13}
$$

L'admittance $Y(\omega)$ est obtenue en évaluant cette expression en $x = 0$. Il est utile de rappeler que les quantités complexes k_c, η_l et η_0, fonctions de la fréquence, décrivent à la fois les corrections de longueurs (partie oscillante de U) et la dissipation. Les fréquences de résonance sont celles qui annulent le dénominateur, elles vérifient :

$$
k_c(\omega_n)l + \eta_l(\omega_n) + \eta_0(\omega_n) = n\pi \tag{A.14}
$$

Annexe B

Géométrie des tuyaux utilisés

Cette annexe décrit la géométrie des trois tuyaux utilisés pour les mesures. On appelle :

- **tuyau** 1 **:** tuyau à section carrée. Il a été construit pour des expériences précédentes et se rapproche des tuyaux d'orgues à section carrées.
- **tuyau** 2 **:** tuyau d'orgue à section cylindrique. Il a été fournit par Michaël Walther lors de la visite à Eschau.
- **tuyau** 3 **:** dispositif ´bec de flûte + tuyau mince}. Il peut couvrir une large plage de fréquence pour le premier registre et présente un géométrie simplifiée grâce au tuyau cylindrique.

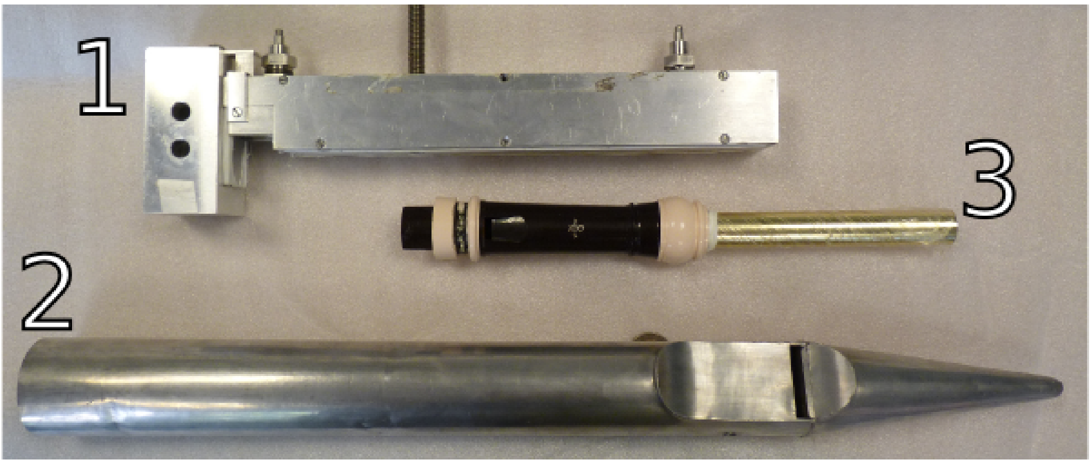

Fig. B.1 – Photo des tuyaux sur lesquels ont été réalisées les mesures.

	H	W	h	$L_{oreille}$	l	$\varnothing_{in}$	$\varnothing_{ext}$
tuyau 1	20	4	1	2	300	20	40
tuyau 2	36	7	~ 0.5	0.8	424	46	47
tuyau 3	12	4	~ 0.7	7.3	270	18.5	20.2

Tab. B.1 – Géométries des tuyaux utilisés pour les mesures passives et actives. Pour le tuyau 1 (section carrée), les diamètres externe et interne sont en fait les longueurs des carrés externe et interne.