

Rapport de stage de M2

Etude vibroacoustique de la guitare électrique

Robin Alais

Equipe Lutheries-Acoustique-Musique
11 rue de Lourmel
75015 Paris

encadré par Joël Frelat et Jean-Loïc Le Carrou



Présentation

Le stage s'est déroulé dans l'équipe Lutheries-Acoustique-Musique (LAM) de l'Institut Jean Le Rond d'Alembert (IJLRA). Ce laboratoire rassemble des chercheurs animés d'une même passion pour le son et la musique, et jette un double regard sur le sujet : celui des sciences pour l'ingénieur (physique, acoustique, traitement du signal) d'une part et celui des sciences humaines (psychologie cognitive, linguistique) d'autre part. Les recherches effectuées y revêtent donc un caractère pluridisciplinaire, non seulement au plan des contenus mais aussi d'un point de vue institutionnel. Dans le vaste éventail des thèmes abordés se distinguent trois principaux axes de recherche : instruments et voix, perception et cognition, et techniques audio. Le LAM est sous la tri-tutelle de l'Université Pierre et Marie Curie (UPMC), du Centre national de la recherche scientifique (CNRS) et du Ministère de la culture.

Ce stage sur la guitare électrique s'inscrit naturellement dans l'axe de recherche "instruments et voix", et a été encadré par Jean-Loïc Le Carrou (LAM, IJLRA, CNRS, UPMC) et Joël Frelat (Mécanique et Ingénierie des Solides et des Structures, IJLRA, CNRS, UPMC).

Table des matières

1	Introduction	4
2	Modélisation du problème	4
2.1	La guitare électrique	4
2.2	Modèle physique	7
3	Premières simulations	8
3.1	Méthode des superpositions modales	8
3.2	Méthode des différences finies	9
3.3	Schémas numériques	10
3.4	Nature du problème	13
4	Nouvelle formulation du problème	15
4.1	Equation différentielle ordinaire associée	15
4.2	Forme matricielle	16
4.3	Forme stable	17
5	Conclusion	19
6	Bibliographie	20

1 Introduction

L'objectif de ce stage, dans la continuité des travaux menés précédemment [1], est de fournir des outils pour aider à quantifier l'influence des paramètres de lutherie sur le son produit par une guitare électrique. Le signal produit par une guitare électrique (et donc, le son restitué sur haut-parleurs) dépend principalement du système de captation du mouvement de la corde utilisé. Plusieurs études (notamment [2]) se sont donc légitimement focalisées sur les différents types de "microphones" - qui sont en réalité des transducteurs électromagnétiques ou piezoélectriques. D'autres [3] ont étudié et modélisé [4] la guitare classique et électrique, mais peu [5,6,7] ont pris en compte le couplage dynamique pouvant exister entre les cordes et le corps de l'instrument.

Les recherches menées dans l'équipe Lutheries-Acoustique-Musique visent à décrire l'influence des paramètres de lutherie - manche, corps, chevalet... - sur le son produit par une guitare électrique. Dans ce but, trois guitares ont été fabriquées, de forme identique, mais dont le matériau du corps diffère. Une étude expérimentale de ces guitares (manche, corps, puis guitare assemblée) a déjà été effectuée, ainsi qu'une modélisation préliminaire en éléments finis [1] et des enregistrements numériques.

Dans la continuité de ce projet, le but de ce stage est de fournir un modèle numérique de corde vibrante et, *in fine*, de comparer les résultats théoriques obtenus avec les enregistrements réalisés au laboratoire.

2 Modélisation du problème

2.1 La guitare électrique

Sur une guitare électrique, les cordes sont fixées d'une part à la tête de l'instrument (figures 1 et 2), d'autre part au chevalet (figures 3, 4 et 5).

Il serait difficile de dresser une liste exhaustive des types de fixation des cordes ; néanmoins, on peut distinguer deux grandes familles de guitares électriques, selon le type de chevalet. Les guitares des figures 3 et 4 ont un chevalet fixe, alors que la guitare de la figure 5 est munie d'un vibrato, c'est-à-dire d'un chevalet flottant : le chevalet n'est pas fixé à la guitare, il est simplement maintenu en équilibre autour de deux vis, par la tension des cordes d'une part, et par des ressorts situés dans le corps de l'instrument d'autre part. Une tige métallique (figure 5) permet au musicien de déplacer légèrement le chevalet, et ainsi de modifier la tension des cordes, afin de créer un effet de trémolo.

Les guitares pourvues d'un vibrato sont presque toujours également équipées d'un bloque-cordes au niveau du sillet (figure 2). Sans ce système, en effet, les cordes sont simplement enroulées autour d'une clé métallique (figure 1), et l'utilisation du vibrato désaccorde rapidement la guitare. Inversement, les guitares à chevalet fixe n'en sont jamais équipées, puisque ce système serait à la fois inutile et contraignant : il faut en effet accorder la guitare deux fois, d'abord avec les clés d'accordage usuelles situées sur la tête, puis après avoir bloqué les



FIGURE 1 – Tête de guitare électrique, modèle Fender®Telecaster®



FIGURE 2 – Tête de guitare électrique avec bloque-cordes de marque Vigier ®

cordes, avec d'autres clés au niveau du chevalet, comme sur un violon.

La figure 4 présente un chevalet fixe particulier : les cordes ne sont pas attachées directement au chevalet, mais à un cordier séparé. Au niveau du chevalet proprement dit, chaque corde repose sur une partie métallique mobile, ce qui permet de régler individuellement la longueur vibrante de chaque corde.

Qualitativement, on peut s'attendre à ce que les transferts d'énergie entre une corde et l'instrument se produisent majoritairement aux endroits ayant la plus faible raideur : sur les guitares munies de vibrato, c'est donc *a priori* au niveau du chevalet que s'effectueront ces transferts ; en revanche, sur une guitare munie d'un chevalet fixe, la question est plus épineuse. [7] nous donne la réponse : les mesures de mobilité effectuées sur une guitare basse électrique montrent que



FIGURE 3 – Chevalet de guitare électrique, modèle Fender®Telecaster®



FIGURE 4 – Chevalet avec cordier séparé (Tune-o-matic de Gibson ®)

les échanges d'énergie entre les cordes et l'instrument se font plutôt au niveau de la tête.

Remarquons que c'est exactement l'inverse d'une guitare acoustique : pour que la table d'harmonie rayonne du son, la corde doit lui transférer de l'énergie. La délicate mission du luthier est alors de trouver un équilibre entre volume sonore et longueur de son (*sustain*). La guitare électrique, au contraire, ne rayonne presque pas : c'est la vitesse de la corde qui est captée par des transducteurs électromagnétiques. Afin qu'une note puisse durer le plus longtemps possible, la corde doit donc perdre le moins d'énergie possible.



FIGURE 5 – Vibrato, marque Gotoh®)

2.2 Modèle physique

Une guitare électrique constitue un système physique complexe : il convient donc de faire quelques hypothèses et simplifications, au moins dans un premier temps, afin d'obtenir un modèle physique que l'on pourra raffiner, le cas échéant. Pour commencer, on se restreindra à l'étude d'une seule corde. On néglige donc les éventuelles vibrations par sympathie des autres cordes : lors des enregistrements numériques effectués, les cordes non jouées étaient d'ailleurs étouffées afin de limiter ce phénomène. Cette simplification nécessaire apparaît donc assez légitime. On se restreint donc au problème schématisé figure 6.

Continuons à simplifier : il faut d'abord être capable de gérer des conditions aux extrémités particulières : considérons simplement les extrémités de la cordes attachées à des systèmes physique "tête" et "chevalet" (figure 8)

Afin de simplifier encore le modèle, considérons une des extrémités de la corde comme encastrée (figure 8 : on peut considérer qu'on néglige un des deux couplages par rapport à l'autre : d'après les considérations précédentes, on négligerait ainsi le couplage au niveau du chevalet, sur les guitares à chevalet fixe, et on négligerait le couplage au niveau de la tête, sur les guitares munies d'un vibrato. Afin de fixer les idées, on désignera l'extrémité non encastrée sous le

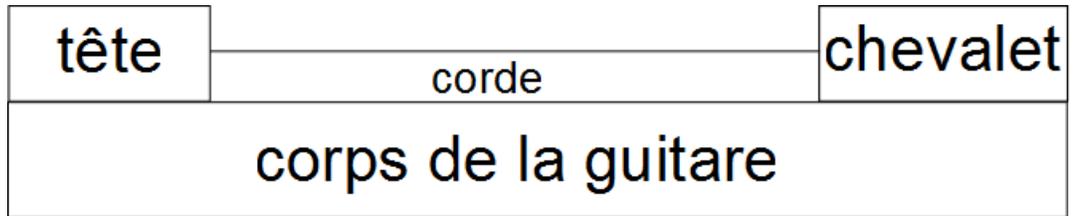


FIGURE 6 – Schéma de guitare à une corde

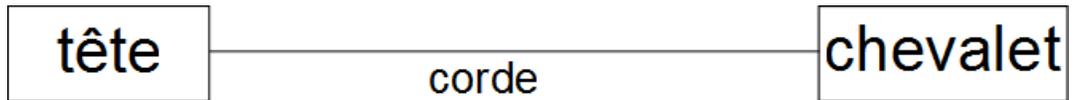


FIGURE 7 – Conditions aux limites de la corde

nom de chevalet.

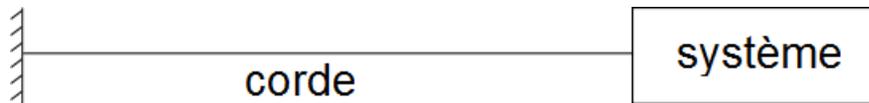


FIGURE 8 – Conditions aux limites de la corde : encastrée à gauche

Il faut maintenant choisir un modèle pour le couplage en question : le plus simple consiste à prendre un système masse-ressort (figure 9). La masse est notée M , la raideur k . On a alors simplifié le problème initial à l'extrême, tant il paraît illusoire de modéliser une structure aussi complexe qu'une guitare électrique par un système masse-ressort. Pourtant, ce type de modèle permet de comprendre le phénomène des "dead spots" - qu'on peut traduire par "notes creuses" : il arrive que pour certains doigtés, la longueur de note ou *sustain* soit nettement plus petite que pour les doigtés voisins [6]. En effet, si le doigt du guitariste se situe sur un "ventre" d'une déformée modale de l'instrument, et que de plus la fréquence propre de cette déformée modale est suffisamment proche de la fréquence fondamentale de vibration de la corde, celle-ci perd plus rapidement de l'énergie : en première approximation, le corps de la guitare se comporte comme un oscillateur couplé à la corde, ayant la même fréquence fondamentale.

3 Premières simulations

3.1 Méthode des superpositions modales

On sait résoudre [8,9] de différentes manières le problème de la corde idéale encastrée à ses deux extrémités (figure 10). La méthode des superpositions modales est la plus utilisée : il s'agit de trouver une base de vecteurs propres de

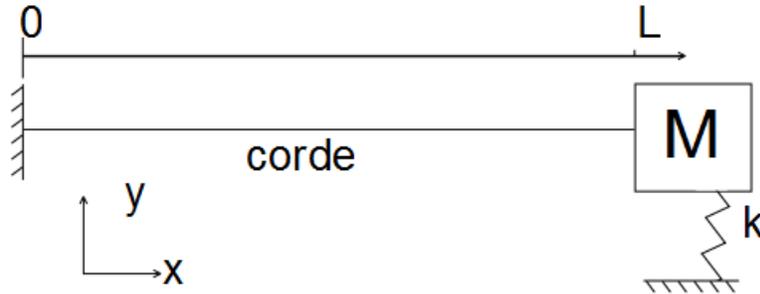


FIGURE 9 – Modèle de corde vibrante, encastée à gauche, reliée à un système masse-ressort à droite

l'équation

$$y(0) = 0, y(L) = 0, \frac{\delta^2 y}{\delta x^2} = \frac{1}{c_T^2} \frac{\delta^2 y}{\delta t^2} \text{ pour } x \in]0, L[$$

où L est la longueur de la corde, $c_T^2 = \frac{T}{\rho}$, T étant la tension de la corde (en Newtons) et ρ sa masse linéique (en kg/m). c_T est la *vitesse de propagation des ondes transversales*.

Cette méthode permet également de résoudre l'équation en tenant compte de la raideur de la corde, et d'un amortissement proportionnel à la vitesse; elle est toutefois conditionnée à la linéarité du problème, or on voudrait pouvoir, à terme, introduire des termes non-linéaires dans les conditions aux limites, c'est-à-dire envisager des interactions non-linéaires entre la corde et la guitare; cette méthode n'est donc pas adaptée.

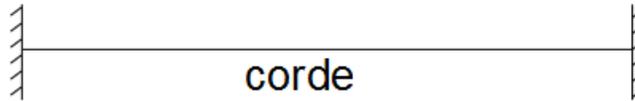


FIGURE 10 – Modèle de corde vibrante, encastée aux deux extrémités

3.2 Méthode des différences finies

L'autre technique fréquemment employée pour résoudre l'équation de la corde vibrante est la méthode des différences finies [9,10,11] : il s'agit d'approcher des dérivées partielles par des différences entre points voisins, selon la définition de la dérivée d'une fonction :

$$\frac{df}{dx}(x) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{f(x+\epsilon) - f(x)}{\epsilon}$$

On discrétise alors l'équation de la corde vibrante, en temps et en espace. On ne considère plus que les points $x_j = j\Delta x$, pour $j = 0..N_x - 1$, N_x étant un entier naturel choisi (figure 11). On a alors $\Delta x = \frac{L}{N_x}$

On discrétise également le temps en choisissant une fréquence d'échantillonnage F_e : on calculera alors des solutions approchées aux temps $n\Delta t$, où $\Delta t = \frac{1}{F_e}$.

Il reste cependant plusieurs manières de discrétiser les dérivées secondes en temps et en espace $\frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$ et $\frac{\delta^2 y}{\delta x^2}$. Par ailleurs, on sait [cours] que les schémas numériques choisis ne peuvent converger que sous la condition de Courant-Friedrichs-Lewy, dite condition CFL, qui stipule : $r = c_T \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1$. Par ailleurs, plus cette quantité est proche de 1, moins la dispersion numérique est importante (elle est même nulle lorsque cette valeur vaut 1). Le choix d'une fréquence d'échantillonnage temporelle nous impose donc la fréquence d'échantillonnage spatiale ; la corde est en effet de longueur constante égale à 65 cm, longueur de corde standard sur la majorité des guitares électriques.

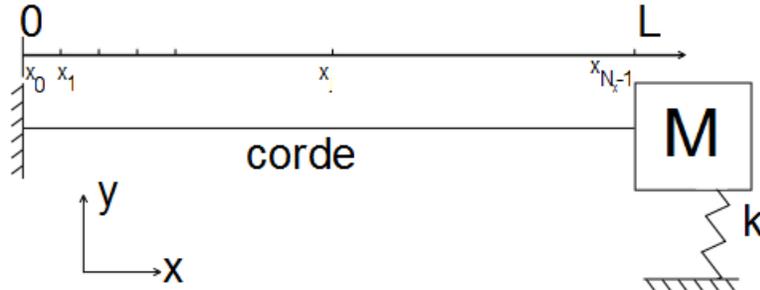


FIGURE 11 – Méthode des différences finies pour la corde vibrante

3.3 Schémas numériques

Dans un premier temps, on a cherché à faire fonctionner les schémas numériques utilisés pour résoudre l'équation de la figure 10, où la corde est encadrée à gauche et à droite. Parmi les discrétisations possibles de $\frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$ et $\frac{\delta^2 y}{\delta x^2}$, on a choisi celles qui aboutissent à des schémas numériques convergents dans le cas "encadré-encadré". Pour détailler ces schémas, notons : y_j^n est le déplacement calculé selon l'axe y de la corde au point x_j au temps $n\Delta t$.

Les équations du mouvement transversal (selon l'axe y) de la corde encadrée à gauche ($x = 0$), reliée à un système masse-ressort à droite ($x = L$) sont : Pour $x \in [0, L[$:

$$\frac{\delta^2 y}{\delta x^2} = \frac{1}{c_T^2} \frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$$

Pour $x = L$:

$$M \frac{\delta^2 y}{\delta t^2} = -ky - T \frac{\delta y}{\delta x}$$

La discrétisation la plus naturelle est la suivante (schéma dit Leap-Frog) :

$$\frac{\delta^2 y}{\delta t^2} \approx \frac{y_j^{n+1} - 2y_j^n + y_j^{n-1}}{\Delta t^2}$$

$$\frac{\delta^2 y}{\delta x^2} \approx \frac{y_{j+1}^n - 2y_j^n + y_{j-1}^n}{\Delta x^2}$$

Il faut aussi discrétiser $\frac{\delta y}{\delta x}$ pour calculer le déplacement au niveau du chevallet : l'idée naturelle est de prendre :

$$\frac{\delta y}{\delta x} \approx \frac{y_{N_x}^n - y_{N_x-1}^n}{\Delta x}$$

Ainsi, dans les équations discrétisées, un seul terme du rang $n + 1$ apparaît et il se calcule à partir des termes des deux rangs précédents. Cet algorithme est à deux niveaux en temps : pour la première itération, il faut donc en utiliser un autre. Il faut également des conditions initiales en déplacement et en vitesse : on supposera que la corde est pincée; à l'état initial, elle prend la forme de la figure 12 et est lâchée sans vitesse initiale.

En notant v_j^n la vitesse calculée au point x_j à l'instant $t = n\Delta t$, on initialise l'algorithme avec le schéma de Lax-Wendroff :

$$\frac{\delta^2 y}{\delta t^2}(t=0) \approx \frac{v_j^1 - v_j^0}{\Delta t}$$

et on choisit

$$v_j^1 \approx \frac{y_j^1 - y_j^0}{\Delta t}$$

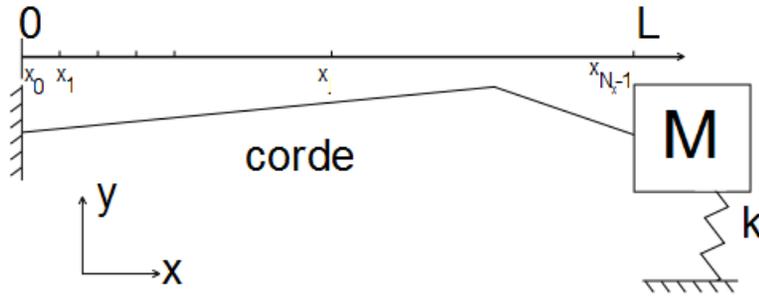


FIGURE 12 – Forme de la corde à $t=0$ (déformation volontairement exagérée)

L'algorithme ainsi décrit n'a rien d'original : c'est un schéma classique pour résoudre numériquement l'équation de la corde vibrante, et il fonctionne de manière satisfaisante lorsqu'il s'agit d'étudier une corde doublement encadrée; mais lorsqu'on veut l'appliquer à notre problème, alors qu'on s'attend à observer un système conservatif, et éventuellement des effets de dissipation numérique, c'est une anti-dissipation qui apparaît sur les figures 13 et 17, qui représentent

respectivement le déplacement et la vitesse d'un même point de la corde, situé aux trois quarts de la longueur (c'est en effet l'emplacement du "micro manche" sur les guitares ayant servi aux enregistrements).

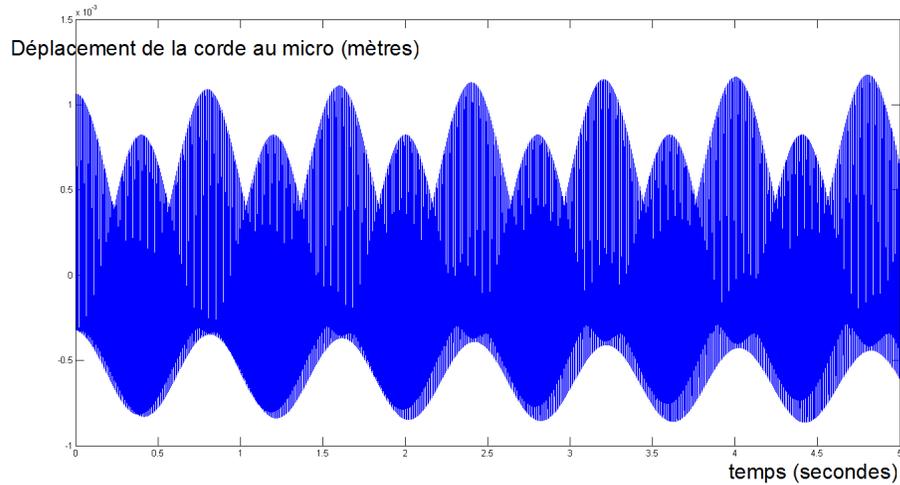


FIGURE 13 – Déplacement de la corde calculé avec le premier schéma

Sur ces deux figures, on observe un phénomène de battements : pour valider le schéma numérique, on a choisi $k = 9,8.10^5 N.m^{-1}$ et $M = 1kg$ de sorte que la fréquence de résonance du système masse-ressort soit très proche de la fréquence fondamentale de la corde ($T = 70,3N$ et $\rho = 3,8.10^{-45} kg.m^{-1}$, pour une longueur de 65cm : tous ces paramètres sont ceux d'une corde de mi aigu [12], dont la fréquence fondamentale est 329,6 Hz). L'observation de ces battements est donc un signe encourageant ; malheureusement, le schéma introduit ici trop d'erreurs numériques pour être satisfaisant.

Plusieurs possibilités ont été envisagées pour améliorer ce schéma : pour compenser le gain artificiel d'énergie dû aux erreurs numériques, on peut ajouter un amortissement proportionnel à la vitesse au système masse-ressort (figure 15). L'équation en $x = L$ est naturellement modifiée :

$$M \frac{\delta^2 y}{\delta t^2} = -ky - T \frac{\delta y}{\delta x} - R \frac{\delta y}{\delta t}$$

Pour discrétiser $\frac{\delta y}{\delta t}$, il y a deux possibilités :

$$\frac{\delta y}{\delta t} \approx \frac{y^{n+1} - y^n}{\Delta t} \text{ (schéma explicite)}$$

ou

$$\frac{\delta y}{\delta t} \approx \frac{y^n - y^{n-1}}{\Delta t} \text{ (schéma implicite)}$$

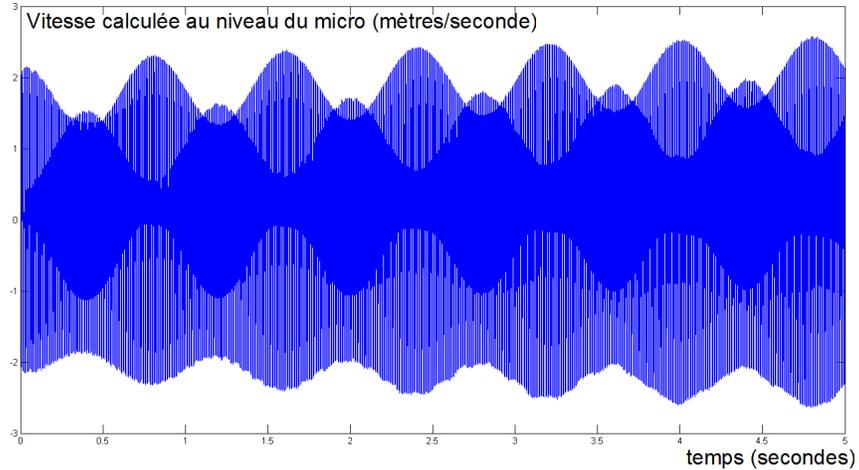


FIGURE 14 – Vitesse de la corde calculée avec le premier schéma

Nous utilisons le schéma implicite, qui a l'avantage d'être inconditionnellement convergent, et qui permet aussi de ne faire intervenir qu'une seule fois le terme y^{n+1} dans l'équation au niveau du chevalet. Hélas, les résultats obtenus ne sont toujours pas satisfaisants (figures ?? et ??) :

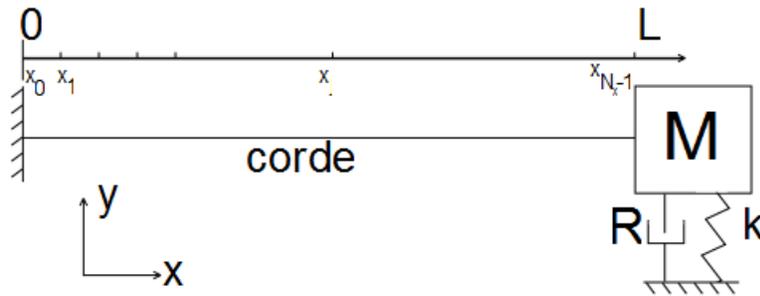


FIGURE 15 – Deuxième système, avec amortissement R

3.4 Nature du problème

Puisque les résultats obtenus ne sont pas satisfaisants, il faut trouver une autre méthode de calcul numérique, et comprendre pourquoi ces schémas qui fonctionnent très bien dans le cas de la corde doublement encastree (et même pour certaines autres conditions aux limites simples [*chaîne*]), sont si peu adaptés à notre problème.

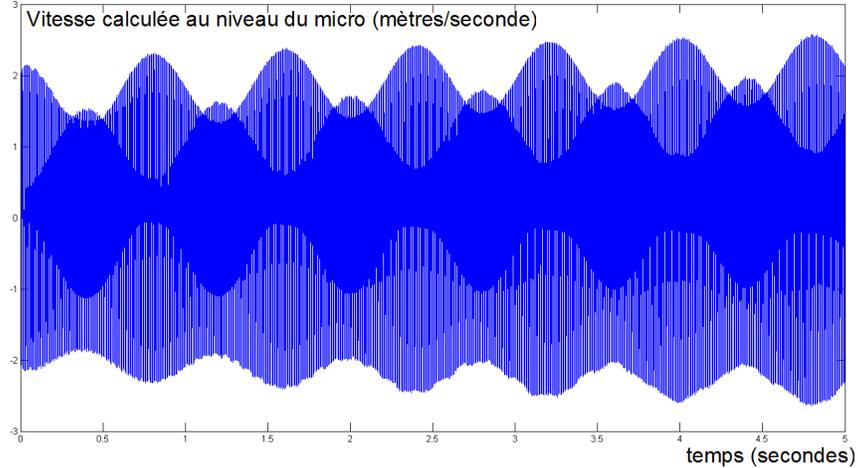


FIGURE 16 – Déplacement de la corde calculée avec amortissement au chevalet

En réalité, ces deux problèmes (figures 10 et 15) sont mathématiquement très différents. L'équation de la corde vibrante :

$$\frac{\delta^2 y}{\delta x^2} = \frac{1}{c_T^2} \frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$$

est une équation aux dérivées partielles d'ordre 2 *parabolique* (voir [14].), alors que l'équation associée à un système masse-ressort ou masse-ressort-amortissement :

$$M \frac{\delta^2 y}{\delta t^2} = -ky - R \frac{\delta y}{\delta t}$$

est, elle, une équation parabolique.

La théorie des équations aux dérivées partielles d'ordre 2 elliptiques, paraboliques et hyperboliques, ainsi que les moyens de les résoudre numériquement, sont assez bien connus [14], mais le problème de la corde attachée au système masse-ressort ne rentre dans aucune de ces catégories. Or, les méthodes présentées ci-dessus sont des méthodes de résolution des équations hyperboliques : rien ne garantissait donc qu'elles fonctionnent ici.

D'autres schémas ont également été testés : le schéma explicite pour discrétiser $\frac{\delta y}{\delta t}$, ainsi que le schéma consistant à prendre

$$\frac{\delta y}{\delta x} \approx \frac{y_{N_x}^{n-1} - y_{N_x-1}^{n-1}}{\Delta x}$$

Ces schémas n'ont pas été détaillés plus haut, car les résultats qu'ils fournissent explosent en quelques itérations ; ils sont instables.

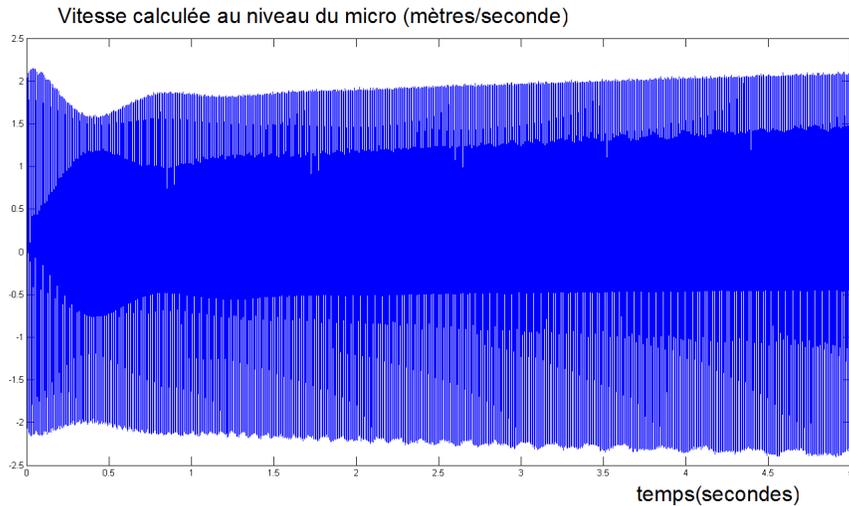


FIGURE 17 – Vitesse de la corde calculée avec amortissement au chevalet

Les méthodes usuelles de calcul numérique des équations hyperboliques ayant été écartées, il faut trouver un autre moyen pour obtenir une approximation correcte du problème posé. On va en fait garder la discrétisation spatiale du problème afin de se ramener à une équation différentielle ordinaire en temps, ce qui permettra d'utiliser des outils d'intégration temporelle.

4 Nouvelle formulation du problème

4.1 Equation différentielle ordinaire associée

Rappelons les équations du mouvement :

Pour $x \in [0, L[$:

$$\frac{\delta^2 y}{\delta x^2} = \frac{1}{c_T^2} \frac{\delta^2 y}{\delta t^2}$$

Pour $x = L$:

$$M \frac{\delta^2 y}{\delta t^2} = -ky - T \frac{\delta y}{\delta x}$$

et posons

$$v = \frac{\delta y}{\delta t}$$

et

v_j les valeurs approchées devant point $j\Delta x$

Les équations du mouvement se réécrivent :

Pour $x \in [0, L[$:

$$\frac{\delta v}{\delta t} = c_T^2 \frac{\delta^2 y}{\delta x^2}$$

Pour $x = L$:

$$M \frac{\delta v}{\delta t} = -ky - T \frac{\delta y}{\delta x} - Rv$$

On discrétise alors en espace :

Pour $x \in [0, L[$:

$$\frac{\delta^2 y}{\delta x^2} \approx \frac{y_{j+1} - 2y_j + y_{j-1}}{\Delta x^2}$$

Pour $x = L$:

$$\frac{\delta y}{\delta x} \approx \frac{y_{N_x} - y_{N_x-1}}{\Delta x}$$

On peut alors se ramener à un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre :

Pour $j = 1..N_x - 1$

$$\frac{\delta v_j}{\delta t} = \frac{c_T^2}{\Delta x} (y_{j+1} - 2y_j + y_{j-1})$$

Pour $j = N_x$

$$M \frac{\delta v_{N_x}}{\delta t} = -ky_{N_x} - \frac{T}{\Delta x} (y_{N_x} - y_{N_x-1}) - Rv_{N_x}$$

4.2 Forme matricielle

Les équations précédentes peuvent se réécrire sous forme matricielle :

$$\frac{\delta}{\delta t} \begin{pmatrix} y_j \\ v_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{c_T^2}{\Delta x^2} & 0 & -2\frac{c_T^2}{\Delta x^2} & 0 & \frac{c_T^2}{\Delta x^2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{j-1} \\ v_{j-1} \\ y_j \\ v_j \\ y_{j+1} \\ v_{j+1} \end{pmatrix}$$

et en posant :

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} y_0 \\ v_0 \\ y_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ y_j \\ v_j \\ \vdots \\ y_{N_x} \\ v_{N_x} \end{pmatrix}$$

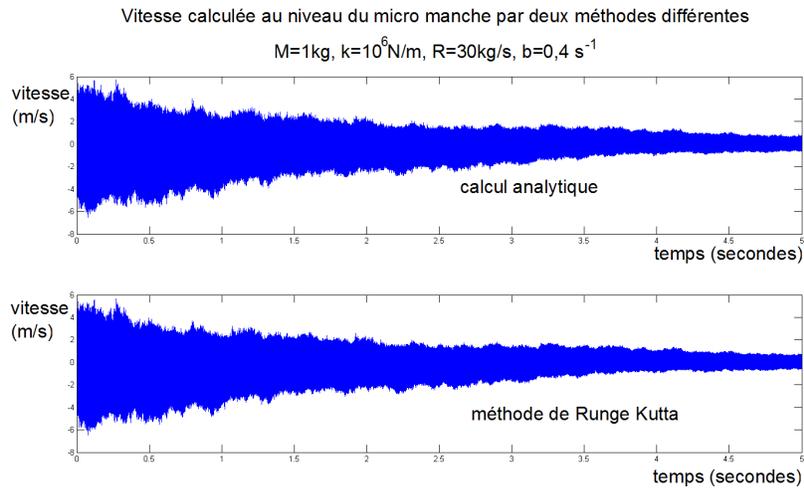


FIGURE 18 – Comparaison entre les deux méthodes de calcul

à droite - ne se résolve pas par des méthodes classiques de différences finies, pourtant bien adaptées au cas de la corde vibrante doublement encastree; alors que l'équation de la corde vibrante et l'équation du système masse-ressort-amortissement sont toutes les deux faciles à résoudre, leur couplage devient une équation aux dérivées partielles qui, elle, n'est pas classique, puisqu'elle n'est ni hyperbolique, ni parabolique, ni elliptique. Les résultats peu satisfaisants obtenus par les schémas de différences finies habituels montrent le caractère plus complexe qu'attendu du problème : en l'absence de théorie solide sur ce type inhabituel d'équations, on a cherché empiriquement une méthode adaptée; la discrétisation en espace a permis de se ramener à une équation différentielle ordinaire en temps, puis une méthode d'intégration (Runge Kutta en l'occurrence) permet d'obtenir une solution approchée convenable. Même si tout ce qui a été fait reste dans le cadre des équations linéaires, les méthodes choisies sont en principe facilement adaptables à un cadre non-linéaire, ce qui pourrait permettre une modélisation plus réaliste du couplage entre une corde de guitare électrique et l'instrument.

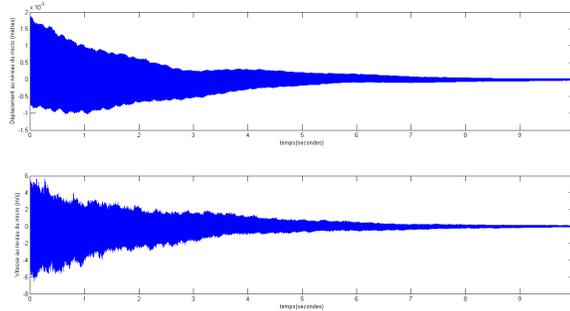


FIGURE 19 – Déplacement et vitesse calculés au niveau du micro, $M = 1kg$, $k = 10^6 N.m^{-1}$, $R = 100kg.s^{-1}$, $b = 0.4s^{-1}$

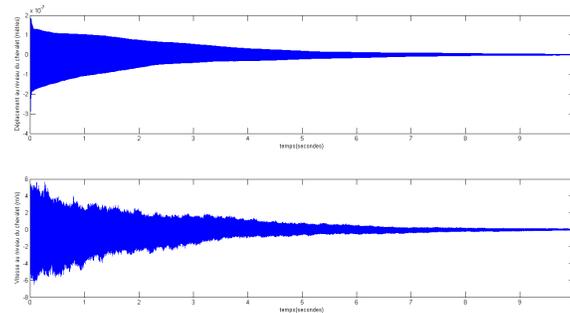


FIGURE 20 – Déplacement et vitesse calculés au niveau du chevalet, $M = 1kg$, $k = 10^6 N.m^{-1}$, $R = 100kg.s^{-1}$, $b = 0.4s^{-1}$

6 Bibliographie

- [1] "Guitare électrique : quel rôle pour les éléments de lutherie?", J.L.Le Carrou, J.Frelat, A.Mancel, B.Navarret, *10ème Congrès Français d'Acoustique, Lyon* (Avril 2010)
- [2] "Microphones et amplification dans la guitare électrique", P.Lotton, V.Lemarquand, G.Lemarquand, J.Carbonneaux, *Musique & technique 3* (2008)
- [3] "Influence of the bridge on the vibrations of the top plate of a classical guitar", J.A.Torres et R.Boullosa, *Applied Acoustics* (2009)
- [4] "Numerical simulation of a guitar", E.Bécache, A.Chaigne, G.Derveaux, P.Joly, *Computers and Structures* 83, 107-126 (2005)
- [5] "Mechanical Vibrations of Electric Guitars", H.Fleischer et T.Zwicker, *Acustica - Acta Acustica*, vol.84, 758-765 (1998)
- [6] "Investigating dead spots of electric guitars", H.Fleischer et T.Zwicker, *Acustica - Acta Acustica*, vol.85, 128-135 (1999)

- [7]"Vibration of an Electric Bass Guitar", H.Fleischer, *Acustica - Acta Acustica*, vol.91, 247-260 (2005)
- [8]*Acoustique des instruments de musique*, A.Chaigne et J.Kergomard, Belin (2008)
- [9]"On the use of finite differences for musical synthesis. Application to plucked stringed instruments", A.Chaigne, *Journal d'Acoustique* 5, 181-211 (1992)
- [10]"Energy-Conserving Finite Difference Schemes for Nonlinear Strings", S.Bilbao et J.Smith, *Acta Acustica - Acustica* 91, 299-311 (2005)
- [11]*Méthodes numériques en acoustique*, F.Coulouvrat et R.Marchiano (notes de cours de M1, Paris VI)
- [12]"Plucked Guitar Transients : Comparison of Measurements and Synthesis", J.Woodhouse, *Acta Acustica - Acustica* 90, 945-965 (2004)
- [13]"On the synthesis of guitar plucks", J.Woodhouse, *Acta Acustica - Acustica* 90, 928-944 (2004)
- [14]*Equations aux dérivées partielles et leurs approximations*, F.Lagoutière (notes de cours de M1, Paris VII)