



Institut de Recherche et de Coordination Acoustique / Musique 1 Place Igor Stravinsky, 75004 Paris Université Paris VI Pierre & Marie Curie Jussieu, 75012 Paris

CARACTÉRISATION MÉCANIQUE DES LÈVRES DE LA BOUCHE ARTIFICIELLE

Master ATIAM

(Acoustique, Traitement du signal, Informatique Appliqué à la Musique) Année : 2007-2008

Gaëtan Parseihian

sous la direction de René CAUSSÉ, Vincent FRÉOUR et Thomas HÉLIE

Resumé

Ce travail, qui a été effectué sur la bouche artificielle de trompette dans le cadre du projet Consonnes, a pour problématique le contrôle de la bouche robotisée. Il expose un modèle comportemental des lèvres de la bouche artificielle en statique, permettant de relier les paramètres de contrôle indépendants aux paramètres de contrôle dépendants. Ce modèle a été conçu a partir d'une analyse dimensionnelle du système et de l'analyse des résultats expérimentaux.

Remerciements

Je tiens particulièrement à remercier :

René Caussé et Vincent Fréour pour tous les conseils avisés qu'ils on pu m'apporter pendant les manipulations et la relecture du rapport.

Thomas Helie pour la rigueur scientifique et les conseils sur la théorie.

Alain Terrier sans qui la bouche artificielle ne serait pas si performante.

Gérard Bertrand pour tous les conseils en électronique.

Et enfin, Lise ma compagne de galère pendant la rédaction du rapport ainsi que Geoffroy Peeters qui m'a laissé squatté son bureau tous les week-ends pendant le dernier mois du stage.

Table des matières

1	Préambule		
	1.1	État de l'art \ldots	3
		1.1.1 Le fonctionnement des instruments à vent	3
		1.1.2 Étude de l'excitateur des cuivres : les lèvres	4
		1.1.3 Les bouches artificielles	7
	1.2	Énoncé et problématique du stage	8
2	Pro	blème posé	9
	2.1	Objectif	9
	2.2	La démarche adoptée : l'analyse dimensionnelle	9
		2.2.1 Liste des variables et hypothèses physiques	10
		2.2.2 Réduction des variables	10
		2.2.3 Validation \ldots	11
		2.2.4 Caractérisation et identification	11
	2.3	Exemples	11
		2.3.1 Un exemple simple : le pendule oscillant	11
		2.3.2 Un exemple historique : le calcul de l'énergie dégagée par l'explosion	
		d'une bombe atomique \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	12
	2.4	Les variables intervenant dans le système bouche artificielle	13
		2.4.1 Liste des quantités intervenant dans le système	13
		2.4.2 Réduction du problème	15
3	Étu	ide de la lèvre en statique	19
	3.1	Description de l'expérience	19
		3.1.1 Protocole expérimental	19
		3.1.2 Interprétation	20
		3.1.3 Les sources d'erreurs expérimentales	21
	3.2	Évolution de la pression en fonction de l'enfoncement	22
		3.2.1 Application du théorème de Buckingham	22
	3.3	Évolution de la force de réaction en fonction de la pression	25
		3.3.1 Application du théorème de Buckingham	25
		3.3.2 Calcul de l'erreur commise	28
	3.4	Conclusion	28
4	Rép	ponse fréquentielle de la lèvre	31
	4.1	Description de l'expérience	31
	4.2	Évolution de la fréquence en fonction des variables d'état de la lèvre	32
5	Per	spectives et conclusion	35

Introduction

Mon stage s'est déroulé à l'Ircam, dans l'équipe Acoustique Instrumentale dirigée par René Caussé. Cette équipe travaille particulièrement l'étude et la compréhension du fonctionnement des instruments de musique. On y étudie des phénomènes physiques tels que les processus d'oscillation, de rayonnement ainsi que la manière dont le problème de l'interface entre l'instrumentiste et l'instrument se pose dans chaque cas.

Enfin, les études faites sur les instruments permettent d'élaborer des modèles de synthèse qui s'inspirent de leur fonctionnement physique et permettent d'améliorer la lutherie traditionnelle ou d'inventer de nouveaux instruments.

La problématique du robot musicien s'inscrit dans le cadre du projet Consonnes (CONtrôle des SONs Naturels Et Synthétiques) qui a débuté en 2005 à l'IRCAM, au LMA et à l'ENST. Ce projet a pour objectif de faire avancer la connaissance et les dispositifs expérimentaux dans le domaine du contrôle des sons produits par les instruments de musique acoustique et leurs paradigmes numériques, en s'attachant notamment au lien existant entre les paramètres de facture et de jeu d'une part, les caractéristiques physiques et perceptives des sons produits d'autre part. Le projet s'intéresse notamment à l'étude des transitoires, phénomènes les plus délicats à étudier et à modéliser, dans le contexte des instruments à vent. Les travaux de ce projet sont répartis en quatre actions :

- Analyse et réduction de modèles physiques,
- Modèles numériques de synthèse temps-réel,
- Bouche artificielle et robot-musicien. Paramètres de jeu, transitoires,
- Jeu instrumental, geste et contrôleurs gestuels.

Les équipes de l'Ircam participant au projet orientent leurs travaux vers les objectifs suivants :

- modélisation simplifiée des résonateurs d'instruments à vent en vue de leur implantation en temps réel et de la mise en œuvre de fonctions de contrôle comme résolution de problèmes inverses (calcul des variations des paramètres de jeu pour produire un son enregistré donné),
- conception et réalisation d'un robot musicien, évolution de la bouche artificielle existante, permettant non seulement d'effectuer des mesures reproductibles d'instruments à vent réels selon différents types d'embouchures et de modes d'excitation, mais susceptibles également d'utilisations musicales.

Le robot a été conçu par les étudiants de l'école des Mines et du Lycée Diderot. Sa fabrication a été supervisée par Alain Terrier de l'atelier mécanique de l'Ircam.

Les responsables du développement de la bouche robotisée à l'Ircam sont René Caussé, Thomas Hélie et Vincent Fréour pour la recherche, Philippe Chen et Thomas Hélie pour l'automatisation et Gérard Bertrand pour l'électronique.

Les paramètres du robot étant actuellement commandés avec les positions de ses actionneurs, la problématique de mon stage à été de chercher un modèle permettant de décrire le comportement des lèvres, afin de pouvoir commander la bouche artificielle avec des paramètres s'approchant des paramètres de contrôle du musicien.

Les modèles existants étant souvent trop simplistes ou comportant certains paramètres difficiles à caractériser, nous avons choisi d'adopter une démarche différente des études rencontrées dans la littérature.

La démarche que nous avons adoptée pour ce travail a été d'utiliser l'analyse dimensionnelle pour caractériser le comportement des lèvres dans la plage de valeurs qui nous intéresse.

Dans une première partie, nous allons étudier le fonctionnement des instruments à vent et plus particulièrement le comportement des excitateurs dans le cas des cuivres (les lèvres). Ceci nous mènera aux motivations de la conception de bouches artificielles et à l'étude des différents modèles qui ont été élaborés jusqu'ici par les différentes équipes ayant conçu des bouches artificielles.

Dans une deuxième partie, nous étudierons la démarche que nous avons adoptée pour mon stage ainsi que l'outil utilisé : l'analyse dimensionnelle. Enfin nous ferons l'analyse dimensionnelle d'une lèvre en statique et chercherons à relier l'équation obtenue à la réponse fréquentielle des lèvres.

Chapitre 1

Préambule

1.1 État de l'art

1.1.1 Le fonctionnement des instruments à vent

Les instruments de musique à vent sont classiquement modélisés par un résonateur couplé non-linéairement à un excitateur (voir figure 1.1). On peut donc définir trois équations permettant de caractériser les trois variables de l'instrument : la pression et la vitesse acoustique dans l'embouchure et le déplacement des lèvres.

La première équation caractérise l'influence du résonateur par son impédance d'entrée. La seconde, en première approximation, assimile l'anche (simple, double ou lipiale) à un oscillateur linéaire amorti à un degré de liberté soumis à une différence de pression variable dans le temps (différence entre la pression dans la cavité buccale et la pression dans l'embouchure). La troisième caractérise l'effet "valve aéroélastique" de l'anche par une relation non-linéaire entre le débit entrant dans le résonateur et la différence de pression de part et d'autre de l'anche. Cette relation est appelée "caractéristique non-linéaire de l'excitateur".

Dans le cas des cuivres la valve est constituée des lèvres du musicien qui sont déstabilisées et mises en vibration par l'écoulement d'air généré par l'instrumentiste. L'ensemble agit comme une source de débit d'air modulé qui met en résonance la colonne d'air délimitée par l'instrument. La fréquence fondamentale, et plus généralement l'allure des signaux acoustiques résultent de la contre-réaction acoustique du résonateur (l'instrument), c'est ce qu'on appelle les auto-oscillations.

Différentes notes peuvent être obtenues, en changeant les caractéristiques mécaniques des lèvres (le « masque » du musicien), et/ou la géométrie interne de l'instrument (par l'intermédiaire d'une coulisse dans le cas du trombone, ou de pistons mettant en service des longueurs additionnelles dans le cas de la trompette).



FIG. 1.1 – Principe du fonctionnement des instruments à vent.

Le résonateur La plupart des résonateurs des cuivres peuvent être approximés par une section cylindrique suivie d'un cône évasé dont le rayon est donné par : $a = b(x + x_0)^{-\gamma}$ où γ est le taux d'évasement. Les fréquences de résonance du tuyau sont données par :

$$f_n \simeq \left[\frac{c}{4(l+x_0)}\right] \left[(2n+1) + \beta \left[\gamma(\gamma+1)\right]^{1/2}\right]$$

La forme de l'embouchure a aussi une grande influence sur les caractéristiques du résonateur ainsi que la forme des perces. L'ensemble permet de calculer l'impédance d'entrée de l'instrument qui est déterminante sur les fréquences et la qualité du son émis ainsi que sur la "jouabilité" de l'instrument. Les notes dont la fréquence est proche des pics d'impédances de l'instrument sont plus facilement jouables.

Le résonateur est responsable de l'intensité et de la forme de l'onde de pression qui se forme dans l'embouchure qui elle dirige le mouvement des lèvres.

Non linéarité du débit d'air Les lèvres agissent comme une valve contrôlée en pression qui détermine le débit qui rentre et sort de l'instrument.

Elles convertissent donc un débit constant sortant des poumons en débit oscillant couplé au résonateur, cela produit des auto-oscillations. Classiquement les lèvres sont modélisées par un oscillateur mécanique simple et la colonne d'air par un résonateur linéaire. La relation $U(t) = F(\Delta P)$ entre la différence de pression de part et d'autre des valves (lèvres) et le débit est fortement non-linéaire.

Soit $\Delta P = P_m - P_i(t)$ la différence de pression avec P_m la pression dans la bouche et $P_i(t)$ la pression dans l'embouchure. Soit U(t) le débit du jet d'air relié à la différence de vitesse u(t) par la relation U(t) = S(t)u(t) où S(t) est la surface d'ouverture entre les deux lèvres.

Dans l'hypothèse d'un fluide incompressible et quasi-stationnaire on peut utiliser l'équation de Bernouilli pour relier la différence de pression au débit du jet d'air :

$$\Delta P = \frac{\rho(v_2^2 - v_1^2))}{2} = \frac{\rho u^2}{2}$$
$$\Rightarrow U(t) = S(t) \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$$

Connaître l'évolution de la surface d'ouverture S(t), nécessite de connaître le comportement des lèvres. Plusieurs types de modèles ont été proposés dans le but de faire de la synthèse par modèle physique. Ces modèles s'inspirent soit de l'observation du mouvement des lèvres du musicien avec des embouchures transparentes, soit de l'étude de lèvres artificielles. Nous allons commencer par étudier ces différents modèles puis nous ferons un bref historique sur la fabrication et l'utilisation de bouches artificielles.

Dans les études des instruments à vent et plus particulièrement des cuivres, on peut citer entre autre : [1], [2], [12], [4], [5], [6] et [7].

1.1.2 Étude de l'excitateur des cuivres : les lèvres

Modèles de lèvres à 1 degré de liberté Les premiers modèles de lèvres s'inspirent de modèles de cordes vocales. Dans le modèle de Flanagan et Landgraf [8], le mouvement de deux cordes vocales est représenté par un système masse-ressort-amortisseur se déplaçant perpendiculairement au flux d'air.

Dans [1], Fletcher généralise une distinction instaurée par Helmoltz sur les différents types de mouvements des systèmes excitateurs d'instrument à vent. Il définit deux grands modèles de fonctionnement des excitateurs :

- "striking inward reed" : anche battant vers l'intérieur, la surpression statique dans la bouche du musicien tend à fermer l'anche;
- "striking outward reed" : anche battant vers l'extérieur, la surpression statique dans la bouche du musicien tend à ouvrir les lèvres vers l'embouchure.

Dans son modèle, le mouvement de la lèvre du trompettiste est parallèle au flux d'air. On a donc un mouvement d'une masse, à un seul degré de liberté, horizontal. Ce modèle prend en compte la force de Bernouilli et une force indépendante du flux, mais qui dépend de la différence de pression entre l'intérieur de la bouche et l'intérieur de l'embouchure. Pour le calcul du débit, Fletcher utilise une équation semi-empirique dérivée du théorème

de Bernoulli qui ignore les pertes visqueuses dues à l'interaction air-lèvres. A cause de la grande incertitude sur la direction du mouvement des lèvres, Adachi et

Sato [9] réalisent deux modèles :

- le modèle perpendiculaire : mouvement de la masse perpendiculaire au débit d'air (comme le modèle des cordes vocales);
- le modèle "porte battante" (ou "sliding-door") qui considère un mouvement en rotation de la masse par rapport à l'une de ses extrémités. Mouvements horizontaux et verticaux couplés.



FIG. 1.2 – Le modèle à 1 masse représenté par X. Rodet et C. Vergez dans [20].

Cependant ces modèles ont le désavantage de ne présenter qu'une résonance alors qu'expérimentalement on peut en trouver deux ou plus. Il faut alors élargir le modèle à un système à 2ddl qui permet également de prendre en compte les phénomènes de couplage aéroélastique entre les deux lèvres et de mettre en évidence les deux types de modes "inward" et "outward".

Modèles de lèvres à 2 degrés de liberté Pelorson et al. [11] proposent un modèle à deux degrés de liberté, pour étudier les cordes vocales : dans ce modèle la dynamique de la lèvre inférieure est négligée, le mouvement de la lèvre supérieure est décomposé en translations suivant les directions parallèles et perpendiculaires à l'écoulement de deux oscillateurs non couplés.

Pour la trompette, Strong [12] puis Rodet et Depalle [13] proposent un modèle dans lequel la lèvre du haut est constituée d'un pavé rectangulaire de dimensions fixées, de masse m, pouvant se déplacer suivant 2 ddl :

- translation perpendiculaire au débit;
- rotation vers l'extérieur.

La lèvre inférieure est supposée immobile, mais sa présence est matérialisée par des valeurs de paramètres différentes lorsque les lèvres sont fermées (raideurs et viscosités additionnelles). Ce modèle est aussi appelé "swinging-sliding door".

Adachi et Sato [10] envisagent une déformation du profil de la masse. Les deux lèvres sont supposées avoir un mouvement symétrique. Une lèvre est modélisée par un parallélogramme qui exécute un mouvement d'étirement et un mouvement de rotation. L'étirement est induit par la pression de Bernoulli sous la lèvre, alors que le balancier est principalement causé par la différence de pression de part et d'autre des lèvres.

Plus tard Richards [14] montrera dans sa thèse, expérience à l'appui, qu'au moins 4ddl sont nécessaires pour représenter les caractéristiques principales des lèvres en mouvement.

Les modèles à deux masses Flanagan et Ishizaka [15] ont présenté un modèle à deux masses pour les cordes vocales qui a été repris et modifié par Pelorson et al. [11]. Pour chaque lèvre, la force aérodynamique contrôle le mouvement vertical de la première masse. La seconde masse rend compte de l'inertie du tissu labial (figure 1.3). L'originalité du modèle provient du caractère déformable des lèvres.



FIG. 1.3 – Le modèle de corde vocale de Pelorson.

Mesure de la réponse mécanique des lèvres Alternative à la visualisation des lèvres avec différents types d'imageries tels que la stroboscopie ou les cameras haute-résolution, la réponse fréquentielle des lèvres a permis aux chercheurs de déterminer par exemple le nombre de modes à analyser ou l'influence de la contrainte des lèvres sur ses résonances. La réponse fréquentielle se fait en excitant les lèvres avec un signal acoustique (sweep, bruit blanc ou autre) envoyé dans la cavité buccale par l'intermédiaire d'un haut-parleur (dont la réponse est connue). Elle est donnée par la relation $C(\omega) = \frac{h(\omega)}{\Delta P(\omega)}$. Où $h(\omega)$ est l'ouverture entre les deux lèvres, captée avec un système de visualisation, et $\Delta P(\omega)$ est la différence de pression de part et d'autre des lèvres captée avec un micro placé dans l'embouchure et un autre micro placé dans la bouche. Pour connaître l'évolution de tous les paramètres acoustiques, il est aussi fréquent de placer un micro à la sortie du résonateur afin de calculer le débit acoustique par déconvolution de la pression acoustique dans l'embouchure par l'impédance de l'instrument. La réponse en amplitude et en phase permet de mettre en évidence les modes de résonance des lèvres en fonction de la pression et de la tension des lèvres et en fonction de la pression statique dans la bouche ([22], [26]).

Les réponses fréquentielles mettent en évidence au moins deux modes différents : un "outward" et un "inward". Pour le mode "outward striking", la surpression dans la bouche pousse les lèvres. Ce mode de vibration est caractéristique des basses fréquences, sa phase est de -pi/2. Le mode "inward striking" a une phase à pi/2, il est caractéristique des modes élevés. La transition entre ces deux modes se fait d'une manière continue. Grâce à ces deux modes le musicien peut jouer des notes supérieures et inférieures à la fréquence de résonance de l'instrument.

Les lèvres ont une série de résonances mécaniques non-harmoniques qui peuvent être changées par le musicien en modifiant la tension et la pression dans les lèvres.

Les mesures montrent que la réponse fréquentielle avec et sans surpression dans la bouche est différente. Elle n'est pas la même en présence du résonateur.

En présence du résonateur et d'une surpression dans la bouche inférieure à la pression de seuil de jeu, le couplage entre la résonance des lèvres et l'impédance acoustique du résonateur mène à une augmentation d'une des résonances des lèvres.

1.1.3 Les bouches artificielles

Les bouches artificielles ont été créées pour s'affranchir du couplage musicien-instrument lors de l'étude des instruments à vent en situation de jeu. En effet, le musicien sait utiliser son instrument mais contrôle plus ou moins inconsciemment les paramètres qu'il fait varier. De plus les techniques varient fortement d'un instrumentiste à un autre ce qui rend très difficile la tache des scientifiques sur l'étude des instruments.

La bouche artificielle est en général constituée d'une cavité dont le volume est proche de celui d'une vraie bouche, et de deux cylindres en latex (ou silicone) remplis d'eau, modélisant les lèvres. De l'air comprimé, arrivant dans la cavité, met en vibration les lèvres. Les cylindres en latex sont ajustés sur un support en plastique qui leur permet de garder leur forme. Dans certaines bouches, les supports reposent sur une base de métal qui fait office de dents. L'ouverture, symbolisant l'écartement des dents est choisie selon la position moyenne de la mâchoire inférieure d'un joueur de trompette. Elle est fixe et ne peut être modifiée (contrairement au musicien qui a la possibilité d'écarter ses deux mâchoires pour obtenir des notes plus graves).

Les premières bouches artificielles ont été fabriquées pour les instruments à anche par McGinnis et Gallagher en 1941 [16] puis par Backus en 1961[17]. L'idée de bouche artificielle pour trompette sera proposée en 1971 par Wogram [18] qui réalisera un système permettant d'obtenir des sons de trompette avec des oscillations forcées. Les premières réalisations de bouche artificielle pour cuivre avec auto-oscillations arriveront simultanément au Laum ([19]) et à l'Ircam ([20] et [21]) en 1997. Ces deux types de bouches se différencient par le contrôle que l'on exerce dessus pour modifier les fréquences de résonances des lèvres : la bouche du Laum est contrôlée par la modification de la tension des cylindres en latex, alors que la bouche de l'Ircam est contrôlée par le volume d'eau à l'intérieur des cylindres en latex.

Depuis 1997, ces deux types de bouche n'ont cessé de se développer. On peut citer les travaux de l'équipe de Campbell en Ecosse ([22], [23], ...), et les nombreux travaux au Laum et à l'Ircam ([24], [25], [26], [28], [27] et [29]).

A noter que du coté de l'analyse de la voix, l'équipe de Pelorson à Grenoble a aussi dé-

veloppé un conduit vocal artificiel (figure 1.4) très proche des bouches artificielles ([30] et [31]).



FIG. 1.4 – Conduit vocal artificiel développé par l'équipe de Pelorson.

1.2 Énoncé et problématique du stage

Mon stage qui s'inscrit dans le cadre du projet Consonnes sur le développement de la bouche artificielle robotisée, s'est basé sur une problématique de contrôle.

Les études précédentes de Vincent Freour [33] et Marie Tahon [29] réalisées sur la bouche non-robotisée ont permis de montrer que plusieurs paramètres de la bouche artificielle permettent de modifier les fréquences de jeu de la trompette et que ces paramètres sont interdépendants. Ces paramètres sont :

- la force d'appui de l'embouchure sur les lèvres,
- la pression dans les lèvres,
- le débit d'air entre les lèvres

Ces paramètres ne peuvent pas être contrôlés indépendamment et sont fonction :

- du volume d'eau dans les lèvres,
- de l'enfoncement de l'embouchure sur les lèvres,
- du débit d'air entrant dans la cavité buccale,

que l'on peut faire varier sur le robot avec des vérins motorisés à bobine mobile commandés en position.

Le but de mon stage est donc de trouver une relation entre ces différentes variables afin de contrôler le robot avec des paramètres proches des paramètres de contrôle du musicien :

- la force d'appui de l'embouchure sur les lèvres,
- la forme du masque (tension des lèvres et distance entre les deux lèvres),
- la pression dans la bouche.

Parallèlement Vincent Fréour commence une étude (qu'il va poursuivre en thèse à l'Université Mc Gill) sur le geste du trompettiste. Cette étude pourrait permettre d'extraire les paramètres de contrôle du musicien et de les utiliser pour contrôler le robot.

Chapitre 2

Problème posé

2.1 Objectif

Afin de relier les paramètres indépendants aux paramètres dépendants, il faut être en mesure de connaître et de prédire le comportement et l'évolution du système. L'objectif de mon stage était donc d'élaborer un modèle comportemental de lèvres artificielles utilisées dans la bouche artificielle de trompette.

Pour ce faire deux possibilités s'offraient à nous :

 La première méthode très utilisée dans la littérature consiste à élaborer un modèle d'équation aux dérivés partielles modélisant le comportement des lèvres.

On peut s'inspirer des modèles à une ou deux masses pour rechercher un modèle plus complexe approchant mieux le comportement des lèvres. Dans cette démarche, il faut faire une analyse modale des lèvres ou utiliser la méthode des éléments finis afin de caractériser les variables propres au système. Cette méthode a l'avantage de permettre de prédire le comportement du système dans toutes les plages de valeurs, mais elle nécessite de trouver les paramètres modaux des lèvres que sont la masse la raideur et l'amortissement. Trouver ces paramètres sur un système de ce type n'est pas évident car le problème est complexe et fait appel à de nombreuses disciplines. Pour ce type de systèmes les conditions limites géométriques sont très difficiles à préciser.

- La deuxième, surtout utilisée en mécanique des fluides et en mécanique quantique, consiste à élaborer un modèle comportemental des lèvres en recherchant une équation d'état fondée sur des invariants physiques. Cette méthode a l'avantage de ne pas faire appel aux conditions limites géométriques du système et de ne se baser sur aucune connaissance particulière en terme de loi de comportement.

En revanche, il est nécessaire de passer par l'expérience pour caractériser la relation entre les variables. Par conséquent, le modèle trouvé n'est valide que dans la plage de valeurs définie par l'expérience. Cette démarche se base sur une association d'analyse dimensionnelle et de mesure. Elle nécessite une bonne connaissance du système et une analyse qualitative pertinente des phénomènes en jeu.

2.2 La démarche adoptée : l'analyse dimensionnelle

Étant donné la complexité du système, nous avons choisi d'utiliser l'analyse dimensionnelle afin de caractériser un comportement correspondant aux plages de valeurs des variables des lèvres dans le cas de la bouche artificielle. L'utilisation de l'analyse dimensionnelle s'inspire de travaux tels que l'étude d'Antoine Chaigne sur l'analyse de l'impact d'une sphère rigide sur une plaque par l'analyse dimensionnelle [32].

Nous allons donc dans cette section décrire la démarche que nous avons utilisée pour élaborer une équation d'état des lèvres.

L'élaboration d'une loi physique par l'analyse dimensionnelle se fait en quatre étapes :

- 1. Recensement des grandeurs actives,
- 2. Choix des grandeurs fondamentales et réduction des variables en utilisant le théorème de Buckingham,
- 3. Validation de la relation entre les adimentionnés par l'expérimentation,
- 4. Caractérisation et identification de la relation par l'expérimentation.

2.2.1 Liste des variables et hypothèses physiques

Le recensement des grandeurs actives consiste à faire l'inventaire des forces susceptibles d'intervenir dans le système et d'établir une liste des grandeurs dites "actives" (ayant une influence sur le phénomène étudié) dont elles dépendent. Il faut donc commencer par une liste de toutes les quantités intervenant dans le système, puis réduire cette liste en utilisant des hypothèses physiques et géométriques appropriées au problème considéré.

2.2.2 Réduction des variables

Le choix des grandeurs fondamentales parmi les valeurs actives peut être multiple. Pour ce choix, il faut faire attention à choisir des grandeurs :

- dont l'intervention dans le système étudié est certaine,
- que l'on peut contrôler, mesurer ou facilement estimer.

La formation des groupements adimentionnés avec les grandeurs fondamentales au dénominateur et la formulation de la loi qui les relie se fait au moyen du théorème de Buckingham :

Soit une relation sous la forme $a = f(a_1, ..., a_k; b_1, ..., b_m)$ avec a une grandeur à déterminer, $a_1, ..., a_k$ des grandeurs physiques données possédant des dimensions physiques indépendantes et $b_1, ..., b_m$ grandeurs dont les dimensions s'expriment en fonction de celles de $a_1, ..., a_k$.

En notant [a] la dimension de a, ceci se traduit par :

$$[b_i] = [a_1]^{p_i} \dots [a_k]^{r_i}.$$

La relation peut alors se mettre sous la forme simplifiée suivante :

$$\begin{aligned} \frac{a}{a_1^p \dots a_k^r} &= \Phi(\frac{b_1}{a_1^{p_1} \dots a_k^{r_1}}, \dots, \frac{b_m}{a_1^{p_m} \dots a_k^{r_m}}),\\ \text{où } \Pi &= \frac{a}{a_1^p \dots a_k^r}, \Pi_1 = \frac{b_1}{a_1^{p_1} \dots a_k^{r_1}}, \dots, \Pi_m = \frac{b_m}{a_1^{p_m} \dots a_k^{r_m}}\end{aligned}$$

sont des nombres sans dimension.

Le théorème de Buckingham s'énonce ainsi :

"Une relation entre n paramètres physiques dont les dimensions physiques peuvent s'exprimer à l'aide de k dimensions physiques indépendantes peut être réécrite sous la forme d'une relation faisant intervenir n - k grandeurs sans dimension."

2.2.3 Validation

L'étape de validation passe par l'expérimentation. L'analyse dimensionnelle nous permettant uniquement de réduire le nombre de variables, il faut pouvoir vérifier que le nombre de grandeurs choisies est suffisant. Si le théorème de Buckingham nous donne une relation entre trois grandeurs adimentionnées alors le tracé de ces adimentionnés doit nécessairement être une surface. Cette surface caractérise les points de fonctionnement du système dans l'espace des adimentionnés. Si le tracé obtenu est une courbe alors le nombre de paramètres pris en compte dans l'analyse dimensionnelle est trop important. Si par contre le tracé obtenu est un volume, le nombre de paramètres pris en compte est trop faible pour caractériser le système.

2.2.4 Caractérisation et identification

La précision de la loi reliant les adimentionnés se fait à partir du tracé de ces adimentionnés. Dans le cas de trois adimentionnés, il faut déterminer le type de surface (plan, surface quadratique, algébrique d'ordre k, ...) obtenu afin de caractériser le type de relation entre les adimentionnés, puis identifier les constantes de cette surface à partir des algorithmes de régression appropriés.

2.3 Exemples

2.3.1 Un exemple simple : le pendule oscillant

Considérons l'exemple du pendule oscillant (figure 2.1) en petits déplacements et supposons que l'on cherche à déterminer la loi qui gouverne sa période d'oscillation T_0 :



FIG. 2.1 – Le pendule oscillant

La liste des quantités pouvant influencer la période T_0 est la suivante :

- La masse m de dimension $[M]^1$,
- la longueur l de dimension $[L]^1$,
- la gravité g de dimension $[L]^1[T]^{-2}$.

Le théorème de Buckingham nous dit que le nombre P de quantités adimensionnées caractérisant le système est donné par P = N - R où N est le nombre de variables et R le

rang de la matrice des exposants des dimensions de ces variables. Pour le pendule on a $N = T_0, m, l, g = 4$ et R = 3:

$$R = rank \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \xleftarrow{} \begin{bmatrix} L \\ \leftarrow & [M] \\ \leftarrow & [T] \end{bmatrix}$$

où les colonnes correspondent respectivement aux dimensions de T_0 , l, g et m. On a donc (P = 4 - 3 = 1) un seul adimensionné C possible, qui ne peut-être fonction que de T_0 , l et g car la masse ne peut être adimensionné par aucune autre variable. Il faut donc chercher C, tel que :

$$C = T_0.g^{\frac{1}{2}}.l^{-\frac{1}{2}} = c^{ste}$$

On retrouve le résultat bien connu : $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ en déterminant $C = 2\pi$ par l'expérience.

2.3.2 Un exemple historique : le calcul de l'énergie dégagée par l'explosion d'une bombe atomique

L'analyse dimensionnelle a permis à Geoffrey Ingram Taylor d'estimer en 1950 l'énergie dégagée par l'explosion d'une bombe atomique (2.5), alors que cette information était classée top secret. Pour percer ce secret bien gardé, il n'a utilisé que ces considérations physiques basiques, sans modèle compliqué, en passant par une « simple » analyse dimensionnelle.

Il lui a suffi pour cela d'observer sur un film de l'explosion, imprudemment rendu public par les militaires américains, que la dilatation du champignon atomique suivait la loi expérimentale de proportionnalité :

$$r(t) \propto t^{2/5}$$

OE SEC.



FIG. 2.2 – Image de la boule de feu au temps 6 ms et 16
ms après l'explosion de la première bombe atomique américaine.

Le physicien Taylor suppose alors a priori que le processus d'expansion de la sphère de gaz dépend au minimum des paramètres suivants :

- le temps t;

- l'énergie E dégagée par l'explosion;

– la masse volumique de l'air?.

L'analyse dimensionnelle conduit alors pour le rayon de la sphère de gaz à l'instant t à :

$$r = k E^{1/5} \rho^{-1/5} t^{2/5}$$

où k est une constante sans dimension. Taylor retrouve donc bien le comportement expérimental de dilatation du champignon $r(t) \propto t^{2/5}$ qu'il a pu observer sur la vidéo, ce qui semble valider son choix de paramètres. Il détermine alors r et t à partir du film, et, k étant supposé de l'ordre de l'unité et ρ étant connu, il obtient finalement :

$$E \sim \frac{\rho r^5}{t^2}$$

2.4 Les variables intervenant dans le système bouche artificielle

2.4.1 Liste des quantités intervenant dans le système

Comme nous l'avons vu précédemment la bouche artificielle est une "machine à souffler". La bouche robotisée de l'Ircam est constituée d'une cavité fermée, munie de deux lèvres réalisées en matériau élastique, le latex, et remplies d'un liquide de faible viscosité : l'eau. Ces lèvres, appuyées plus ou moins sur l'embouchure de l'instrument, la trompette, sont mises en vibration grâce à une alimentation en air.

Dans cette partie nous allons recenser les quantités pouvant intervenir dans le système.



FIG. 2.3 – Maquette KATIA de la bouche artificielle.

Cette liste témoigne de la complexité mécanique du système. Elle n'est certainement pas exhaustive et ne tient compte que des variables internes au système. En effet même s'il parait évident que la température, l'hygrométrie ainsi que d'autres paramètres extérieur ont un effet sur les propriétés élastique du latex et donc sur le comportement mécanique des lèvres, nous avons choisi de ne pas prendre en compte leur influence.

Afin de localiser les différents paramètres influents, commençons par détailler les éléments qui constituent la bouche artificielle.

La cavité buccale : La figure 2.3 représente la maquette de la bouche faite par les élèves de l'école des Mines, avec le logiciel KATIA. La cavité buccale est constituée d'un empilement de plaques reliées par des vis. La géométrie intérieure de la cavité forme un cylindre de volume approchant au volume des cavités buccales humaines. Des trous sont prévus dans les deux plaques de l'extrémité pour l'introduction des deux lèvres qui sont positionnées verticalement. Vue de devant, la bouche comporte un trou circulaire permettant à l'embouchure de venir en contact avec les lèvres. La cavité est munie d'une arrivée d'air contrôlé par une servovanne. L'ouverture de la cavité sur les lèvres est matérialisée



FIG. 2.4 – Photos de la cavité buccale.

par une fenêtre rectangulaire de surface S_{P_b} . Les paramètres relatifs à la cavité buccale influant sur le système sont donc : la pression dans la bouche P_b et le volume de la cavité V_b .

Les lèvres : La pression interne des lèvres (ainsi que leur élasticité) leurs confère une raideur et un amortissement, leurs permettant de vibrer lorsque la pression buccale atteint un certain seuil. Les lèvres et la cavité buccale sont donc reliées par le débit d'air entre les lèvres D_b , la surface d'ouverture entre les deux lèvres S_l et la surface où s'applique la pression de la bouche S_{Pb} .

Les lèvres ont une forme générale qui peutêtre assimilée à un cylindre dont une extré-



FIG. 2.5 – A gauche une lèvre dans la cavité buccale, à droite une lèvre sur son support en nylon.

mité permet l'alimentation en eau par des pistons contrôlés par des servo-moteurs. Elles sont constituées d'une structure interne rigide en nylon permettant de donner la forme cylindrique à l'enveloppe de latex dont l'épaisseur est très fine et de les empêcher de sortir de leur emplacement. L'enveloppe des lèvres est donc définie par sa géométrie et par les propriétés mécaniques de son matériau (le latex). Les paramètres relatifs à la géométrie des lèvres sont l'épaisseur de l'enveloppe e_l , son rayon R_l et sa longueur L_l . Les paramètres relatifs au matériau constituant l'enveloppe sont la masse volumique ρ_l , le module d'Young E et le coefficient de Poisson ν .

L'enveloppe élastique est remplie d'un liquide (ici de l'eau) qui est caractérisé par sa masse volumique ρ_e , son volume V_e et sa pression P_e .

Les lèvres sont contraintes par l'embouchure de trompette de rayon R_a qui s'enfonce dans les lèvres d'une distance x_a avec une surface de contact S_a . La réaction des lèvres contre l'embouchure est caractérisée par une force F_a .

La cavité buccale a la possibilité de pivoter d'un angle α par rapport à l'axe de l'embouchure, afin d'appuyer plus sur une des deux lèvres.

Voici donc un tableau récapitulatif des variables, de leur signification ainsi que leur dimension physique.

Variable	Signification	Dimension
$ ho_e$	Masse volumique du liquide dans les lèvres	$Kg.m^{-3}$
$V_{e1,2}$	Volume de liquide dans la lèvre 1, 2	m^3
$P_{e1,2}$	Pression du liquide dans la lèvre 1, 2	$Kg.s^{-2}.m^{-1}$
$e_{l1,2}$	Epaisseur de l'enveloppe de la lèvre 1, 2	m
$R_{l1,2}$	"Rayon" de l'enveloppe de la lèvre 1, 2	m
L_l	Longueur de la lèvre	m
$ ho_l$	Masse volumique de l'enveloppe	$Kg.m^{-3}$
E	Module d'Young de l'enveloppe	$Kg.s^{-2}.m^{-1}$
ν	Coefficient de Poisson de l'enveloppe	-
S_l	Surface d'ouverture entre les deux lèvres	m^2
S_{Pb}	Surface où s'applique la pression dans la bouche	m^2
R_a	Rayon de l'embouchure	m
S_a	Surface de contact entre l'embouchure et les lèvres	m^2
x_a	Distance d'enfoncement de l'embouchure	m
F_a	Force appliquée par les lèvres sur le cylindre	$Kg.s^{-2}.m$
P_b	Pression dans la bouche	$Kg.s^{-2}.m^{-1}$
D_b	Débit entre les lèvres	$m^3.s^{-1}$
V_b	Volume de la cavité buccale	m^3
α	Angle entre la cavité buccale et l'axe de l'embouchure	_

TAB. 2.1 – Liste non-exhaustive des variables intervenant dans le système.

Les dimensions de toutes les quantités en jeu peuvent être exprimées en fonction de la masse M, de la longueur L et du temps T. Dans la suite on notera :

Accessibilité des quantités Le tableau 2.1 fait état d'une vingtaine de quantités susceptibles d'intervenir dans la modélisation du système, malheureusement nous ne sommes pas en mesure de connaître à chaque instant la valeur de toutes ces quantités. Certaines restent fixes et sont facilement mesurables alors que d'autres qui évoluent au cours du temps et des manipulations, sont difficilement accessibles. Le tableau 2.2 résume l'accessibilité des quantités recensées :

2.4.2 Réduction du problème

Avec la prise en compte de tous ces paramètres le théorème de Buckingham permet de passer de 23 variables dimensionnées (comprenant 3 variables fondamentales) à 20 paramètres adimentionnés. Trouver une relation entre ces 20 paramètres est simplement impossible car on ne peut pas tous les faire varier, ni tous les mesurer. Le tableau 2.2

Contrôlables	Mesurable	s	Non-accessibles		
(et mesurables)	$\frac{1}{\rho_e, V_e} \frac{P_e}{P_e}$				
ρ_e, V_e			e_l, R_l		
R_a, X_a	F_a		E, ν		
L_l, ρ_l	P_b, D_b		S_l, S_{Pb}		
V_b, α	fixables	non fixables	supp constantes	supp variables	
	P_b, D_b	P_e, F_a	E, ν	$e_l, R_l, S_l, S_{Pb}, S_a$	

TAB. 2.2 – Accessibilité des quantités.

nous permet de penser que l'on peut faire certaines hypothèses physiques et géométriques qui permettent de simplifier le système et de nous amener à un problème comprenant un nombre restreint de paramètres.

Tout d'abord, nous allons commencer par faire notre étude en statique.

Nous ne ferons donc dans un premier temps pas passer de débit entre les lèvres. Nous fixerons la pression de la cavité buccale à la pression atmosphérique et l'influence des masses volumiques ρ_l et ρ_e sera négligeable. La cavité buccale ne sert alors plus que de support pour les lèvres et n'a aucun rôle sur le système.

 \implies Cette hypothèse permet de supprimer : P_b , D_b , S_{Pb} , V_b , ρ_e et ρ_l .

L'étude du système se fera d'abord sur une seule lèvre.

On peut donc supprimer tous les paramètres correspondant à la deuxième lèvre ainsi que les paramètres reliant les deux lèvres. L'angle de la cavité buccale par rapport à l'axe du cylindre n'a aussi plus d'influence.

 \implies Cette hypothèse permet de supprimer : V_{e_2} , P_{e_2} , e_{l_2} , R_{l_2} , S_l et α .

On remplace l'embouchure de trompette dont la surface de contact avec les lèvres est difficile à caractériser, par des cylindres de surface connue (de rayon très inférieur au rayon de l'embouchure, photos de la figure 3.1) pour lesquels on peut supposer que la surface de contact n'évolue pas en fonction de l'enfoncement (hypothèse fausse pour des cylindres de grand rayon).

 $\implies S_a = \pi R_a^2.$



FIG. 2.6 – L'embouchure à gauche et les cylindres en nylon à droite.

La géométrie des lèvres n'est pas quantifiable. \implies On choisit de supprimer : L_{l_1} , R_{l_1} .

Enfin, étant donné l'impossibilité d'évaluer les variations de l'épaisseur de l'enveloppe

en latex, nous avons décidé de ne pas la prendre en compte dans nos adimentionnements. On négligera en plus l'influence du coefficient de Poisson dont on n'est pas en mesure de caractériser l'effet.

Les hypothèses que nous avons faites nous on permis de ne conserver que six variables :

- $-P_L P_{L_{initiale}}$: la variation de pression dans la lèvre.
- $-\ x_a$: la distance entre le cylindre en nylon et l'axe de révolution de la lèvre.
- $-\ V_e$: le volume d'eau dans la lèvre.
- E: le module d'Young du latex.
- $-\ R_a$: le rayon du corps d'épreuve, le cylindre en nylon.
- $-\ F_a$: la force de réaction de la lèvre contre le cylindre en nylon.

Afin d'évaluer la relation entre ces six variables, nous avons d'abord appliqué notre démarche d'analyse en quatre étapes, consistant à mettre en relation nos résultats théoriques issus de l'analyse dimensionnelle avec les retours d'expériences. Ces premiers tests nous ont mené à séparer le problème de la manière suivante :

- 1. On se place à l'intérieur de la lèvre et on regarde l'évolution de la pression en fonction d'une déformation de la paroi élastique provoquée par l'enfoncement d'un cylindre de rayon R_a .
- 2. On se place sur la zone de contact entre le cylindre et la lèvre et on regarde comment évolue la pression en fonction de la force que l'on applique.

Dans la suite du rapport, nous allons décrire l'expérience qui nous a permis de caractériser l'équation d'état. Puis nous verrons comment le théorème de Buckingham nous a permis d'obtenir des surfaces d'interpolations entre les six variables sélectionnées.



FIG. 2.7 – Photo de l'expérience en statique.

Chapitre 3

Étude de la lèvre en statique

3.1 Description de l'expérience

3.1.1 Protocole expérimental

L'expérience que nous avons réalisée pour caractériser le comportement des lèvres en statique s'inspire des essais de poinçonnement utilisés pour la caractérisation des matériaux en mécanique.

L'essai consiste à mesurer en fonction d'un enfoncement donné (x_a) dans la lèvre, l'évolution de la charge de réaction contre le corps d'épreuve (les cylindres en nylon de rayon R_a) et la pression (P_e) dans la lèvre (voir figure 3.1).



FIG. 3.1 – L'expérience de poinçonnement.

Pour un cylindre et un volume d'eau donnés à l'intérieur des lèvres, on fait évoluer la distance d'enfoncement x_a et on relève la force de réaction F_e et la pression P_e . Nous avons répété cette expérience pour 12 cylindres de rayons différents (1.5, 1.75, 2, 2.5, 3, 3.45, 3.5, 4, 4.5, 5, 5.5 et 6 mm), ainsi que pour 8 volumes d'eau différents à l'intérieur des lèvres (5.42, 5.21, 5.10, 4.93, 4.76, 4.64, 4.53 et 4.40 $10^{-6}m^3$).

On fait varier la distance x_a sur une plage de 5mm avec un vérin motorisé à bobine mobile, qui se déplace par pas de $20\mu m$ toutes les 10ms. À chaque déplacement du vérin, le processeur envoit à l'ordinateur la position du vérin ainsi que la valeur du capteur de pression dans la lèvre et celle du capteur de force, codé sur 12 bits. Les déplacements étant très faibles nous avons considéré qu'une fréquence de déplacement et d'acquisition de 100Hz serait suffisamment basse pour que le comportement du système soit considéré comme quasi-statique. Cette expérience représente donc $12 \times 8 = 96$ aller-retours de la bouche contre le corps d'épreuve. Notons que ce type d'expérience n'aurait jamais été possible sur une bouche non robotisée.

Quelques courbes issues des capteurs Les figures 3.2 et 3.3 représentent respectivement l'évolution de la pression en fonction de l'enfoncement, l'évolution de la force en fonction de l'enfoncement et l'évolution de la force en fonction de la pression pour différentes valeurs de rayon du cylindre d'une part et différents volumes d'autre part. Elles sont tracées pour x_a variant de 0 à 5mm.



FIG. 3.2 – Des courbes simples pour $V = 5.21.10^{-6} m^3$.



FIG. 3.3 – Des courbes simples pour Ra = 5mm, (les valeurs du volume sont en $10^{-6}m^3$).

3.1.2 Interprétation

Ces courbes mettent en évidence des phénomènes d'hystérésis importants. Ceux-ci sont principalement dus au temps de relaxation du latex. Nous avons donc décidé de caractériser le comportement des lèvres en deux parties :

- la première correspond au comportement des lèvres lorsqu'on enfonce le corps d'épreuve (l'aller),
- la deuxième correspond au comportement des lèvres lorsqu'on retire le corps d'épreuve (le retour).

Chaque adimentionnement que nous ferons par la suite mènera à deux équations. Une équation pour l'aller, une équation pour le retour.



FIG. 3.4 – Mise en évidence de l'hysteresis de la pression (à gauche) et de la force (à droite). La courbe bleu correspond aux variations de x_a de 0 à 5 mm, la courbe rouge aux variations de 5 à 0 mm.



FIG. 3.5 – Le changement de comportement apparaît sur les deux courbes correspondant au rayon de cylindres les plus grands.

Pour certaines expériences, nous avons eu des changements de comportement sur la force de réaction (figure 3.5). Ces changements de comportement sont apparus pour les cylindres de gros diamètres lorsqu'ils n'étaient pas positionnés au milieu de la lèvre. Afin de mieux comprendre ce phénomène nous avons fait des tests de poinçonnement sur une bande de latex plate encastrée entre deux plaques de plastique. Ces tests n'ont pas abouti car nous n'avons pas réussi à obtenir de bonnes conditions d'encastrement (le latex glissait entre les plaques). En revanche ces observations peuvent s'exprimer par la caractéristique élastique du latex annoncé par le fabricant :

- un module à 100% d'allongement : 0.7 MPa,
- un module à 300% d'allongement : 1.3 MPa,
- un module à 500% d'allongement : 3.0 MPa.

Ce changement de comportement n'étant apparu qu'en grande déformation, avec des cylindres dont les bords sont coupants (ce qui n'est pas le cas des bords de l'embouchure), nous avons décidé de ne pas mener plus loin notre étude de l'hyperélasticité du latex. Nous allons, dans la suite, prendre pour valeur du module d'Young, le module d'allongement à 100%.

3.1.3 Les sources d'erreurs expérimentales

Les incertitudes des manipulations sont principalement des erreurs d'estimation de certaines variables. Nous avons par exemple considéré l'eau comme un volume incompressible mais il est fort possible que des bulles d'air n'aient pas pu être évacuées du système et qu'elles aient contribué à l'hysteresis ainsi qu'aux erreurs de mesure. L'évaluation du volume est aussi une source d'erreur importante car les vérins contrôlant le volume d'eau n'ont pas pu être automatisés avant cette expérience (à cause de problèmes de frictions de joint trop importantes). Nous avons évalué le volume d'eau dans les lèvres en mesurant la différence de longueur du vérin entre sa position lorsque l'enveloppe de latex est collée à son support (la lèvre ne contient plus d'eau) et sa position lorsque la lèvre contient la quantité d'eau souhaitée puis en multipliant cette différence de longueur par la section du vérin.

Une autre source d'erreur est la détermination de la position de départ de la lèvre par rapport au cylindre. Nous voulions $x_a = 0$ lorsque le cylindre est collé à la paroi de la lèvre sans la contraindre, mais il est très difficile d'évaluer cette position. Pour la déterminer, nous avons utilisé la donnée du capteur de force en se plaçant à la limite où la force commence à augmenter. Cette méthode permet de réduire l'écart entre les courbes mais elle n'est pas très précise.

3.2 Évolution de la pression en fonction de l'enfoncement

3.2.1 Application du théorème de Buckingham

Pour commencer, nous cherchons à caractériser l'évolution de la variation de pression dans la lèvre en fonction du module d'Young, du volume d'eau dans la lèvre, du rayon du cylindre en nylon et de l'enfoncement de ce cylindre dans la lèvre. Les paramètres et leurs dimensions sont :

Variable	Signification	Dimension
ΔP_L	variation de pression dans la lèvre	$M.T^{-2}.L^{-1}$
x_a	profondeur d'enfoncement du cylindre dans la lèvre	L
V_e	volume d'eau dans la lèvre	L^3
E	module d'Young du latex	$M.T^{-2}.L^{-1}$
R_a	rayon du cylindre constituant le poinçon	L^3

On cherche donc une relation de la forme : $\Delta P_L = f(E, x_a, R_a, V_e)$ Avant d'appliquer le théorème de Buckingham nous devons choisir les grandeurs fondamentales. Notre problème comporte 5 paramètres qui peuvent s'exprimer en fonction de deux combinaisons de dimensions. Nous devons donc chercher trois quantités adimentionnées.

Le choix des grandeurs fondamentales dans ce cas n'est pas compliqué : il faut que les grandeurs ne varient pas au cours de l'expérience. Le module d'Young semble donc approprié pour adimentionner la pression alors que le rayon du cylindre semble approprié pour adimentionner l'enfoncement et le volume. Notons que le rayon du cylindre est fixe pour une expérience mais qu'il varie sur plusieurs expériences, nous aurions aussi pu prendre comme valeur fondamentale le volume qui est dans le même cas.

On peut donc former les trois adimentionnés suivant :

$$Q_1 = \frac{\Delta P_L}{E}, Q_2 = \frac{x_a}{R_a} \text{ et } Q_3 = \frac{V_e}{R_a^3}$$

Le théorème de Buckingham nous dit qu'il existe une fonction F tel que :

$$Q_1 = f(Q_2, Q_3) \Longrightarrow \frac{\Delta P_L}{E} = F(\frac{x_a}{R_a}, \frac{V_e}{R_a^3}).$$





FIG. 3.6 – Évolution de la pression adimentionnée dans les lèvres en fonction de x_a/R_a et V_e/R_a^3 .

Ces figures nous permettent de vérifier que nous obtenons bien une surface (à 17% d'erreur près) et donc que nous n'avons pas oublié de paramètres dans notre adimentionnement.

La surface obtenue n'est pas linéaire, nous avons donc, pour obtenir son équation, cherché à faire une régression logarithmique en supposant que la surface est un plan si on trace :

$$\log(\frac{\Delta P_L}{E}) = f(\log(\frac{x_a}{R_a}), \log(\frac{V_e}{R_a^3}))$$

Une estimation du plan logarithmique (figure 3.9) au premier ordre avec une régression linéaire nous permet d'obtenir les constantes de l'équation :

$$\log(\frac{\Delta P_L}{E}) = \beta \log(\frac{x_a}{R}) + \gamma \log(\frac{Ve}{R^3}) + \log(\zeta)$$

À partir des constantes du plan, on est capable de donner l'expression de Q_1 en fonction de Q_2 et Q_3 :

$$\Delta P_L = \zeta E(\frac{x_a}{R})^{\beta} (\frac{Ve}{R^3})^{\gamma}$$

$$\beta = 1.68; \gamma = -0.83; \zeta = 2.08.10^{-5}; \text{ pour l'aller}$$

$$\beta = 2.00; \gamma = -0.94; \zeta = 3.04.10^{-5}; \text{ pour le retour}$$



FIG. 3.7 – Évolution du logarithme de l'invariant de pression dans les lèvres en fonction du log x_a/R_a et du log de V_e/R_a^3 .

Calcul de l'erreur commise sur la régression

L'erreur commise sur la régression est : $e = \frac{\frac{\Delta P_L}{E} - z}{z}$ où z correspond aux valeurs de $\frac{\Delta P_L}{E}$ trouvées avec la régression. Sur la figure 3.8, on peut voir que l'histogramme de l'erreur est une gaussienne d'écart type 0.1532 pour l'aller et 0.1589 pour le retour.

On peut donc juger la régression logarithmique valide pour notre surface dans la plage de valeurs considérées. Étant donné le nombre d'incertitudes, cette erreur de 17% est assez faible et permet de dire que le robot est un banc d'essais plutôt fiable.



FIG. 3.8 – A gauche l'histogramme des erreurs pour l'aller, à droite l'histogramme des erreurs pour le retour.



FIG. 3.9 – Le plan logarithmique en bleu et le plan d'interpolation en rouge.

3.3 Évolution de la force de réaction en fonction de la pression

Cette fois, on s'intéresse à l'évolution de la force de réaction de la lèvre contre le cylindre.

3.3.1 Application du théorème de Buckingham

Nous avons choisi de travailler sur les paramètres suivants :

Variable	Signification	Dimension
ΔP_L	variation de pression dans la lèvre	$M.T^{-2}.L^{-1}$
F_e	force de réaction de la lèvre contre le cylindre	$M.T^{-2}.L$
V_e	volume d'eau dans la lèvre	L^3
E	module d'Young du latex	$M.T^{-2}.L^{-1}$
R_a	rayon du cylindre constituant le poinçon	L^3

Nous cherchons donc une relation de la forme : $F_e = g(E, \Delta P_L, R_a, V_e)$ Comme dans l'étude précédente nous choisissons comme grandeur fondamentale le module d'Young et le rayon du cylindre. Notre problème comporte 5 paramètres qui peuvent s'exprimer en fonction de deux combinaisons de dimensions. Nous devons donc chercher trois quantités adimentionnées.

$$Q_1 = \frac{F_e}{ER^2}, Q_2 = \frac{\Delta P_L}{E} \text{ et } Q_3 = \frac{V_e}{R_a^3}$$

Le théorème de Buckingham nous dit qu'il existe une fonction G tel que :

$$Q_1 = G(Q_2, Q_3) \Longrightarrow \frac{F_e}{ER^2} = G(\frac{\Delta P_L}{E}, \frac{V_e}{R_a^3}).$$

Lorsque nous traçons ces trois invariants sur une figure en trois dimensions nous obtenons les figures suivantes :

La courbe obtenue est une surface, ceci valide donc notre choix des paramètres. Pour



FIG. 3.10 – Évolution de la force adimentionnée en fonction de $\Delta P_e/E$ et V_e/R_a^3 .

obtenir l'équation de cette surface nous sommes passés, comme dans le cas précédent, par le tracé du logarithme des invariants. On remarque sur les figures 3.11 que la surface obtenue est bien un plan et donc que nous pouvons écrire :

$$\log(\frac{F_e}{ER^2}) = \alpha \log(\frac{P_L - P_{L_{init}}}{E}) + \lambda \log(\frac{Ve}{R^3}) + \log(\xi)$$

On peut faire une approximation de ce plan avec une régression linéaire au premier ordre sur le logarithme des invariants et ainsi trouver les paramètres α , λ et ξ caractérisant la relation entre F_e , ΔP et les autres paramètres :

$$\frac{F_e}{ER^2} = \xi \left(\frac{\Delta P}{E}\right)^{\alpha} \left(\frac{Ve}{R^3}\right)^{\lambda}$$

$$\alpha = 1.04; \lambda = 0.61; \xi = 2.47; \text{ pour l'aller}$$

$$\alpha = 1.00; \lambda = 0.61; \xi = 1.34; \text{ pour le retour}$$

$$\Rightarrow P_L = 7.5 \frac{V e^{0.6/3} F_e}{2\pi R^{2.6}} + P_{L_{init}}$$





FIG. 3.11 – Tracé du logarithme des invariants.



FIG. 3.12 – Tracé du logarithme des invariants et plan d'interpolation des mesures.

3.3.2 Calcul de l'erreur commise

On calcule l'erreur sur la régression de la même manière que dans l'étude de la pression en fonction de l'enfoncement. On obtient un écart type de 0.1636 pour l'aller et un écart type de 0.1836 pour le retour. Sur la figure 3.13, on peut voir l'histogramme des erreurs sur la régression.



FIG. 3.13 – A gauche l'histogramme des erreurs pour l'aller, à droite l'histogramme des erreurs pour le retour.

3.4 Conclusion

Cette étude à partir d'une analyse dimensionnelle nous a permis à partir d'un nombre restreint de paramètres, de caractériser le comportement des lèvres sur les plages de valeurs correspondant aux corps d'épreuves. Le comportement des lèvres est donc donné par un couple d'équations reliant d'une part les variables ΔP_e , x_a et V_e et R_a et d'autre part ΔP_e , F_e et V_e et R_a :

$$\Delta P_L = \zeta E(\frac{x_a}{R})^{\beta} (\frac{V_e}{R^3})^{\gamma}$$
$$\frac{F_e}{ER^2} = \xi (\frac{\Delta P}{E})^{\alpha} (\frac{V_e}{R^3})^{\lambda}$$

Ces deux équations nous permettent, une fois que l'on connaît les constantes ζ , β , γ , ξ , α et λ d'interpoler les valeurs de V_e et x_a permettant d'obtenir une variation de pression ΔP et une force F_e .

Ces constantes seront recalculées avant chaque utilisation du robot par un calibrage. Ceci permet de prendre en compte toutes les variables que nous avons négligé ainsi que les variations avec le temps des propriétés des matériaux constituants la bouche (surtout les dégradations du latex en contact avec l'eau).

Il est à noter que le passage des cylindres (de surface de contact connue) à l'embouchure de trompette (de surface de contact évoluant en fonction de l'enfoncement), n'est pas évident. Pour caractériser l'évolution de la pression en fonction de l'enfoncement, ce passage se fait facilement alors que pour caractériser la force de réaction la géométrie des cylindres est trop différente de la géométrie de l'embouchure. L'écart des résultats obtenus sur l'embouchure avec les résultats obtenus sur les cylindres est principalement dû à l'effet des bords coupant des cylindres. Il faudra, par la suite, faire des expériences avec des cylindres aux bords arrondis. L'écart des données expérimentales par rapport aux équations obtenues pour les cylindres est satisfaisant pour une expérience physique, mais sera-t-il assez minime dans une optique de contrôle d'un robot musicien ?

Pour pouvoir évaluer la fiabilité du modèle comportemental pour une application musicale, il faut être en mesure de connaître l'effet des paramètres de contrôle sur la réponse fréquentielle des lèvres. Nous allons donc dans la suite présenter les résultats d'un premier travail sur la réponse mécanique d'une lèvre et chercher la relation entre les paramètres de réglage et la première fréquence de résonance des lèvres.

Chapitre 4

Réponse fréquentielle de la lèvre

4.1 Description de l'expérience

Dans cette expérience on mesure la réponse mécanique des lèvres (amplitude en dB et phase) en envoyant par l'intermédiaire d'un haut-parleur un signal sinusoïdal balayé en fréquence (sweep de 50 à 500 Hz) dans la cavité buccale. Ce signal acoustique sollicite mécaniquement la lèvre.

La vitesse de déplacement des lèvres est mesurée par un vélocimètre et la pression acoustique à l'intérieur de la cavité buccale par un capteur de pression.



FIG. 4.1 – Le banc d'essais.

L'analyse de la réponse fréquentielle de la lèvre se fait à partir de la fonction de transfert "déplacement sur pression acoustique", au point d'impact du vélocimètre laser sur la lèvre. Le déplacement s'obtient simplement, en intégrant la vitesse obtenue avec le vélocimètre, donc en divisant par $j\omega$ sa transformée de Fourrier.

La figure 4.2 représente le type de courbe que nous obtenons pour ce type d'expérience. Il est important de noter que suivant le point d'impact choisi, les amplitudes des pics de résonances mécaniques ne seront pas les mêmes. Le positionnement du vélocimètre laser étant particulièrement délicat pour obtenir des mesures peu bruitées et diminuer les effets de granulation, nous avons choisi de ne travailler que sur le premier pic résonance.

Une FFT de la fonction de transfert permet de déterminer la réponse en fréquence à partir de laquelle on détermine les fréquences de résonances des lèvres pour une configuration donnée (rayon du cylindre R_a , distance d'enfoncement x_a et volume dans la lèvre V_e). On réalise cette expérience pour plusieurs combinaisons de R_a , x_a et V_e .



FIG. 4.2 – Amplitude en dB et phase de la fonction de transfert des lèvres.

différents. Nous avons fait cette expérience sur 5 cylindres de rayons différents, 3 volumes



FIG. 4.3 – Fréquence en fonction de l'enfoncement pour les trois volumes différents (à gauche), pour les cinq cylindres (à droite).

et 11 positions d'enfoncement. La figure 4.3 de gauche, représente l'évolution du pic de résonance en fonction de l'enfoncement pour un même cylindre et trois volumes différents. Celle de droite, représente l'évolution du pic de résonance en fonction de l'enfoncement pour un même volume et trois cylindres On remarque que plus la lèvre est contrainte par le cylindre, plus sa fréquence de résonance est élevée, et que plus le volume d'eau dans la lèvre est élevé, plus sa fréquence de résonance est élevée.

4.2 Évolution de la fréquence en fonction des variables d'état de la lèvre

L'étude de la lèvre en statique nous a permis de trouver une relation entre x_a , R_a , V_e , P_L , F_e et E. Pour caractériser l'influence de ces paramètres sur la première fréquence de résonance des lèvres, nous faisons une analyse dimensionnelle sur la fréquence f_0 , la masse volumique de l'eau ρ_e et x_a , R_a , V_e , P_L , F_e et E. Nous avons rajouté à la liste

des variables, la masse volumique de l'eau, car les paramètres fondamentaux n'étaient pas suffisants pour adimentionner la fréquence. La raison de ce choix est que dans la plupart des systèmes physiques, la fréquence de résonance dépend de la masse de la partie vibrante. Dans notre cas, nous avons déjà le volume d'eau contenu dans la lèvre, il suffit donc, pour connaître la masse, de rajouter la masse volumique de l'eau. Les paramètres et leurs dimensions sont :

Variable	Signification	Dimension
F_e	force de réaction de la lèvre contre le cylindre	$M.T^{-2}.L$
ΔP_L	pression dans la lèvre	$M.T^{-2}.L^{-1}$
x_a	profondeur d'enfoncement du cylindre dans la lèvre	L
V_e	volume d'eau dans la lèvre	L^3
E	module d'Young du latex	$M.T^{-2}.L^{-1}$
R_a	rayon du cylindre constituant le poinçon	L^3
f_0	1^{re} fréquence de résonance de la lèvre	T^{-1}
$ ho_e$	masse volumique de l'eau	$M.L^{-3}$

Nous cherchons une relation de la forme : $f_0 = h(\rho_e, x_a, R_a, V_e, P_L, F_e, E)$ où h est une fonction à déterminer. Nous choisissons comme grandeur fondamentale le module d'Young, le rayon du cylindre et la masse volumique de l'eau. Ce problème comporte huit paramètres qui peuvent s'exprimer en fonction de trois combinaisons d'unités fondamentales (M, T et L). Nous devons donc chercher cinq quantités adimentionnées.

$$Q_1 = f_0 \sqrt{\frac{\rho_e}{E}} R_a, \ Q_2 = \frac{P_L}{E}, \ Q_3 = \frac{V_e}{R_a^3}, \ Q_4 = \frac{F_e}{ER^2} \text{ et } Q_5 = \frac{x_a}{R_a}$$

Nous connaissons déjà une relation entre Q_2 , Q_3 et Q_4 et une relation H entre Q_2 , Q_3 et Q_5 , nous pouvons donc nous contenter de chercher une relation de la forme :

$$Q_1 = H(Q_2, Q_3) \Longrightarrow f_0 \sqrt{\frac{\rho_e}{E}} R_a = H(\frac{\Delta P_L}{E}, \frac{V_e}{R_a^3}).$$

Pour déterminer la première fréquence de résonance de la lèvre, nous traçons l'amplitude de la fonction de transfert en dB et nous déterminons son premier maximum en sélectionnant l'intervalle dans lequel il se trouve. Sur la figure 4.4, sont tracées la phase et l'amplitude de la fonction de transfert pour les deux configurations de x_a , R_a et V_e . On remarque que pour la première figure la fréquence de résonance n'est pas difficile à localiser alors que pour la seconde on a un double pic. Lorsque nous faisons varier x_a , R_a et V_e , il arrive un moment où le mode de vibration change et donne lieu à un autre mode ou à deux autres modes dont les déformées n'ont pu être identifiées par le stroboscopie. Nous avons donc, lors de la sélection de ces fréquences, rajouté une indication sur la fiabilité du pic détecté, avec un indice prenant la valeur 0, si la résonance n'est pas bien définie (tracé en rouge sur la courbe 4.5), 1 si la résonance est bien définie (tracé en bleu) et 2 si elle est double (tracé en vert). Nous pourrions aussi envisager pour déterminer dans ce dernier cas, le premier pic de résonance de rechercher le mode "outward" en vérifiant que sa phase est à pi/2. Nous n'avons pas eu le temps de tester cette méthode.

Lorsqu'on trace ces trois invariants sur une figure en trois dimensions on obtient la figure 4.5.

La courbe obtenue est une surface, donc notre choix de paramètres est valide.

Cela dit, certaines mesures paraissent aberrantes et ne sont pas justifiées par les problèmes rencontrés lors de la détection des pics de résonances.



FIG. 4.4 – Amplitude en dB et phase de la fonction de transfert des lèvres.



FIG. 4.5 – Évolution de la la fréquence adimentionnée en fonction de P/E et V_e/R_a^3 .

L'étude approfondie de ces dernières observations pourrait donc faire l'objet des travaux à venir.

Chapitre 5

Perspectives et conclusion

L'analyse dimensionnelle nous a permis d'approcher une équation d'état des lèvres en statique dans la zone de comportement correspondant aux plages de valeurs de la bouche artificielle. S'inscrivant dans une problématique essentielle de contrôle de la bouche artificielle automatisée, les résultats obtenus permettent de caractériser mécaniquement le système et de définir des zones de fonctionnement dans l'espace des paramètres de contrôle. Par ailleurs, étant donnée la méthode utilisée et la formulation des équations obtenues, ce travail pose les bases de la mise en place d'une étape de calibrage avant utilisation du dispositif. Cette étape permettra de recalculer les paramètres des modèles (β , γ , ζ , α , ...) afin de prendre en compte certains facteurs perturbateurs (comme le vieillissement du latex, les changements de température, ...).

Dans la suite de cette étude il faudra trouver une relation entre les propriétés mécaniques des lèvres et les paramètres de contrôle en analysant les réponses fréquentielles des lèvres. Enfin pour finaliser ce travail, l'étude menée sur une lèvre devra être étendue sur deux lèvres, puis menée en dynamique (avec écoulement). La stratégie et le protocole d'étude élaborés, basés sur l'analyse dimensionnelle et l'utilisation des résultats expérimentaux, pourront être réitérées dans ces autres cas afin de calculer les équations d'états prenant en compte ces nouveaux paramètres.

Bibliographie

- [1] N. H. Fletcher. *Excitation mechanism in woodwind and brass instruments*. Acustica 43:63-72, 1979.
- [2] D. H. Keefe. On sound production in brass instruments. J. Acoust. Soc. Am. Suppl. 1 87, S138, 1990.
- [3] W. J. Strong. Computer simulation of a trumpet. J. Acoust. Soc. Am. Suppl. 1 87, S138, 1990.
- [4] http://la.trompette.free.fr
- [5] J. Gilbert. Sound Mechanisms of Brass Instruments, last twenty years results. In Proc. Forum Acusticum, Sevilla, Spain, 2002.
- [6] Murray Campbell. Brass instruments as we know them today. In Proc. SMAC 2003, Stockholm, Sweden, August 2003.
- [7] http://laum.univ-lemans.fr/spip/spip.php?rubrique107&lang=fr#nonlin
- [8] J.L. Flanagan, L.L. Langraf. Self oscillating source for vocal tract synthesizers. IEEE Trans. Audio Electro-acoust. 16, pp. 57-64, 1968.
- S. Adachi, M. Sato. Time-domain simulation of sound production in brass instruments. J. Acoust. Soc. Am.97 3850–3861, 1995.
- [10] S. Adachi, M. Sato. Trumpet sound simulation using a two-dimensional lip vibration model. J. Acoust. Soc. Am. 99 1200–1209, 1996.
- [11] X. Pelorson, A. Hirschberg, Y. Auregan. Modelling of voiced sounds production using a modified two-mass model J. Phys. IV France 04, C5-453-C5-456, 1994.
- [12] W. J. Strong. Computer simulation of a trumpet. J. Acoust. Soc. Am. Suppl. 1 87, S138, 1990.
- [13] X. Rodet, Ph. Depalle. A physical model of lips and trumpet. Proc. International Computer Music Conference, San Jose, pp. 132-135, Oct. 1992.
- [14] O. Richards. Investigation of the Lip Reed Using Computational Modelling and Experimental Studies with an Artificial Mouth. PhD Thesis, The University of Edinburgh, 2003.
- [15] K. Ishizaka, J. L. Flanagan. Synthesis of voiced sounds from a two-mass model of the vocal cords. Bell. Syst. Techn. J. 51, 1233-1268, 1972.
- [16] C S. McGinnis, C. Gallagher. The mode of vibration of the clarinet reed. J.Acoust.Soc. Am., 12 :529-531, 1941.
- [17] J. Backus. Vibration of the reed and the air colomn in the clarinet. J.Acoust.Soc. Am., 33(6), 1961.
- [18] K. Wogram. A contribution to the measurement of the intonation of brass instrument. PhD thesis, Technical University of Braunschweig, 1972.

- [19] J. Gilbert, J.F. Petiot. Brass instruments, some théoretical and experimental results. In Proc. ISMA vol19, p391-400, Edinburgh, UK, 1997.
- [20] C. Vergez, X. Rodet. Model of the trumpet functionning : real time simulation and experiments with an artificial mouth. In Proc. ISMA 97, pages 425–432, 1997.
- [21] C. Vergez, X. Rodet. Comparison of Real Trompet Playing, Latex Model of Lips and Computer Model. In Proc. ICMC 97, Thessalonique, September 1997.
- [22] Seona Bromage. Visualisation of the Lip Motion of Brass Instrument Players, and Investigations of an Artificial Mouth as a Tool for Comparative Studies of Instruments. PhD Thesis, The University of Edinburgh, 2007.
- [23] Mark Neal. A Study of the Brass Instrument Lip Reed Mechanism using Artificial Lips and Lattice Boltzmann Flow Simulations. PhD Thesis, The University of Edinburgh, 2002.
- [24] J.S.Cullen, J.Gilbert, D.M.Cambell. Brass Instruments : Linear Stability Analysis and Experiments with an Artificial Mouth. June 13, 2000.
- [25] JF.Petiot, F.Teissier, J.Gilbert, D.M.Cambell. Comparative analysis of brass wind instruments with an artificial mouth : first results. Acta Acustica united with Acustica, Volume 89, Number 6, November/December 2003, pp. 974-979(6).
- [26] J. Gilbert, S. Ponthus, JF.Petiot. Artificial buzzing lips and brass instruments : Experimental results. J. Acoust. Soc. Am., 104 :1627–1632, 1998.
- [27] M.A. Neal, O.F. Richards, D.M. Campbell, and J. Gilbert. Study of the reed mechanism of brass instruments using an artificial mouth. In Proc. ISMA 2001, pages 99–102, September 2001.
- [28] C. Vergez. Trompette et Trompettiste : Un Système Dynamique Non Linéaire à Analyser, Modéliser et Simuler dans un Contexte Musical. PhD Thesis, Université Paris 6, 2000.
- [29] Marie Tahon. Caractérisation mécanique des lèvres d'une bouche artificielle, Caractérisation sonore des sons de trompette. Travail de fin d'études, Centrale Lyon, Ircam, 2007.
- [30] C. Vilain. Contribution à la synthèse de parole par modèle physique. Application à l'étude des voix pathologiques. PhD Thesis, Institue National Polytechnique de Grenoble, 2002.
- [31] N. Ruty, X. Pelorson, A V. Hirtum, I. Lopez-Arteaga, A. Hirschberg. An in vitro setup to test the relevance and the accuracy of low-order vocal folds models. J.Acoust.Soc. Am., 121 :479-490, 2007.
- [32] A. Chaigne. *Dimensional analysis and psychomechanics* CIRMMT Distinguished Lecture Series, September 2006.
- [33] Vincent Fréour. Caractérisation mécanique des lèvres d'une bouche artificielle pour les instruments à vent. Rapport de stage, Ircam, 2006.