

22/06/2006

Henri BOUTIN

Spécialité MIS / SDI
Mécanique Ingénierie des Systèmes
Sciences de l'Ingénieur

Master 2 ATIAM

Contrôle actif
sur instruments acoustiques



Maître de stage: Charles BESNAINOU

Remerciements

Le stage de master ATIAM est l'aboutissement d'une année passionnante que j'ai choisi de réaliser, guidé par mes passions et centres d'intérêt. Le stage que j'ai effectué au LAM (Laboratoire d'Acoustique Musicale) était largement à la hauteur de mes espérances grâce à la qualité du sujet, et à l'équipe du laboratoire qui m'a accueilli chaleureusement, et à laquelle j'ai pu m'intégrer sans difficulté.

A ce titre je souhaite remercier avant tout Charles Besnainou, ingénieur de recherche au LAM qui m'a accueilli, et m'a proposé un sujet de stage passionnant qui correspond exactement au domaine dans lequel je souhaite m'investir. Je remercie Charles en particulier pour l'encadrement qu'il a su me donner tout en me laissant liberté et initiative dans l'orientation de mes travaux. Ses conseils et orientations ont été décisifs dans l'aboutissement de mon stage. Je le remercie enfin pour les connaissances qu'il m'a transmises au delà du stage au sujet de la lutherie, et les instruments acoustiques, parfois étranges, qu'il m'a fait découvrir.

Je souhaite remercier aussi Jean Dominique Polack, directeur du LAM, qui m'a ouvert les portes du laboratoire et qui m'a présenté l'équipe de chercheurs et le thème de leurs travaux.

Je souhaite aussi remercier particulièrement Benoît Fabre, enseignant chercheur de Paris VI, grâce à qui j'ai pu visiter le LAM la première fois et entrer en contact avec Charles Besnainou.

Je souhaite enfin remercier toute l'équipe du LAM, les permanents (chercheurs, ingénieurs) , les doctorants ainsi que les stagiaires avec qui j'ai pu établir des contacts forts par des discussions, parfois animées, au cours des pauses et des repas.

Table des matières

Remerciements	2
Table des matières	3
Table des figures	5
Introduction	6
I- L'augmentation d'un instrument acoustique: approche théorique	7
1 Qu'est ce qu'un instrument augmenté ?	7
2 Le système global	8
i Le principe du bouclage	8
ii Les éléments constitutants	9
1 justification du modèle	9
2 obtention de la fonction de transfert	10
3 interprétation et objectif du contrôle actif sur le modèle :	12
3 Le correcteur	13
i Détermination du correcteur	13
ii Obtention de la fonction de transfert du correcteur	14
iii Impact du correcteur sur le système bouclé	15
iv Bloc de traitement	16
II- Augmentation d'une lame de xylophone : réalisation	19
1 La lame de xylophone	19
i Le capteur et l'actionneur	20
ii Mesure de la fonction de transfert du système	20
2 Modèle et simulation	26
i Description du modèle	26
ii Simulation et résultats	29
1 Correction d'amortissement	29
2 Correction de pulsation propre	33
3 Correction de gain statique	35
4 Autres effets	38
a Effet tremolo	38
b Effet vibrato	39
3 Tests réels : dispositif expérimental	41
i Carte DSP	41
ii Amplificateur	42
iii Correcteur PID	42
4 Résultats et limites du modèle	44
i Qualité sonore de la lame augmentée	44
ii Contrôle des paramètres sonores	46
iii Résultats et améliorations	51
III- Orientation du contrôle actif	53
1 Vers un contrôle plus large de l'instrument acoustique	53
2 Vers une nouvelle classe d'instruments	53

Conclusion	54
Bibliographie	56

Annexe 57

1- Définition et existences des Transformées de Laplace de $u(t)$ et $f(t)$	58
2- Transformée de Laplace de du/dt (noté $u'(t)$)	58
3- Stabilité EBSB (Entrée Bornée Sortie Bornée) du modèle	59
4- Conditions de la stabilité du modèle sur les valeurs de M , K et R	59
5- Détermination de la fonction de transfert du modèle	59
6- Montrons que H est un passe bande centré en ω_0	60
7- Stabilité du système bouclé	61
8- Les paramètres ω_0' , Q' et H_0' du système bouclé H'	61
9- Expression des gains proportionnel c , intégral b et dérivateur a du correcteur PID	62
10- Code de la fonction générant un « chirp »	63
11- présentation de l'algorithme permettant de trouver les paramètres ω_0 , H_0 et Q optimaux du modèle du système	63
12- Modèle d'instrument augmenté réalisé avec « simulink »	64
13- Carte DSP dSPACE 1102 Texas Instrument : principe de fonctionnement	67
14- filtre analogique passe bas	68
15- tableaux des déphasages à ajouter en aval du correcteur au cours des corrections de ω_0	69

Table des figures

Figure 1 :	schéma de principe d'un corps en vibration subissant le contrôle actif	6
Figure 2 :	schéma de principe d'un instrument acoustique	7
Figure 3 :	schéma de principe d'un corps en vibration subissant le contrôle actif	8
Figure 4 :	schéma du bilan des forces exercées sur la masse du système {masse, ressort, amortisseur}	10
Figure 5 :	schéma bloc de l'ensemble {capteur, correcteur, actionneur}	14
Figure 6 :	schéma bloc de l'instrument augmenté à 1 mode	15
Figure 7 :	schéma bloc du correcteur PID	16
Figure 8 :	schéma bloc d'un modèle d'instrument acoustique à n modes	18
Figure 9 :	lame de xylophone sur laquelle est appliqué le contrôle actif	19
Figure 10a :	le capteur (appliqué sur la lame)	20
Figure 10b :	l'actionneur (sous la lame)	20
Figure 11 :	lame augmentée {actionneur, amplificateur, lame, capteur}	21
Figure 12 :	spectre du signal appliqué à la lame pour mesurer sa fonction de transfert	22
Figure 13 :	fonction de transfert du système {amplificateur, actionneur, lame, capteur}	23
Figure 14 :	pic spectral du premier mode de la lame	24
Figure 15 :	comparaison du mode réel de la lame (bleu) avec son modèle (vert)	25
Figure 16 :	modèle (« simulink ») de l'instrument augmenté	27
Figure 17 :	diagramme de Fresnel des forces exercées sur le système {ampli, actionneur, lame, capteur}	29
Figure 18 :	spectres des réponses impulsionnelles après différentes corrections de Q	30
Figure 19 :	réponses impulsionnelles temporelles après différentes corrections de Q	31
Figure 20 :	réponses impulsionnelles (confondues) de l'instrument augmenté ($\omega_0, Q \rightarrow Q', H_0'$) et d'un instrument de paramètres physiques ω_0, Q' et H_0 .	32
Figure 21 :	spectres (en dB) des réponses impulsionnelles après différentes corrections de ω_0	33
Figure 22 :	réponses impulsionnelles après différentes corrections de ω_0	34
Figure 23 :	spectres des réponses impulsionnelles après différentes corrections de ω_0	35
Figure 24 :	spectres des réponses impulsionnelles après différentes corrections de H_0	36
Figure 25 :	réponses impulsionnelles après différentes corrections de H_0	37
Figure 26 :	réponse impulsionnelle de l'instrument avec effet tremolo	38
Figure 27 :	spectrogramme de la réponse de l'instrument avec effet tremolo	39
Figure 28 :	réponse impulsionnelle de l'instrument avec effet vibrato	40
Figure 29 :	spectrogramme de la réponse de l'instrument avec effet vibrato	40
Figure 30 :	fonction de transfert du filtre isolant le mode fondamental de la lame	43
Figure 31 :	schéma de l'instrument augmenté total	44
Figure 32 :	signal crénelé en sortie du DSP	45
Figure 33 :	filtre analogique passe-bas en aval du DSP	46
Figure 34 :	spectre du signal capté : filtré en bleu, non filtré en rouge	46
Figure 35 :	diagramme de Fresnel des forces mises en jeu, avec atténuation de la résistance	47
Figure 36 :	déphasage entre la vibration u de la lame et le signal correctif v_{corr}	48
Figure 37 :	diagramme de Fresnel avec prise en compte du retard	48
Figure 38 :	retard que doit injecter le déphaseur en fonction de $\Delta\omega_0$	50
Figure 39 :	diagramme de Fresnel : correction en fréquence avec retard pris en compte	50

Annexe

Figure A1 :	modèle « simulink » du bloc « traitement » de l'instrument augmenté	65
Figure A2 :	modèle « simulink » du bloc « correcteur » de l'instrument augmenté	66
Figure A3 :	modèle « simulink » du bloc « système {masse ressort amortisseur} »	67
Figure A4 :	schéma de principe de fonctionnement du DSP	68
Figure A5 :	filtre analogique passe-bas	68

Introduction

Selon les lois de la dynamique un corps immobile, pour être mis en mouvement doit subir l'action d'une force. Parmi les corps mobiles qui nous entourent, certains décrivent des oscillations autour d'une position d'équilibre, lorsqu'ils sont soumis à une force de rappel. On dit aussi qu'il sont animés d'un mouvement vibratoire. Un tel mouvement peut être caractérisé par plusieurs jeux de paramètres : son évolution temporelle, ses modes propres, l'amplitude de son mouvement et sa fréquence,...

Il est possible de modifier les paramètres de mouvement d'une structure vibrante en lui appliquant une nouvelle force. Une manière de changer volontairement ces paramètres est de déterminer la force à réinjecter dans la structure en fonction de son mouvement actuel et, bien sûr, de la modification désirée. Cette méthode définit le contrôle actif dans son aspect le plus général. Le dispositif couplé à la structure vibrante est donc capable :

- de capter et analyser le mouvement de vibration, d'où le nom de « contrôleur ».
- d'en déduire la force nécessaire à l'évolution souhaitée du mouvement, de la générer puis de l'appliquer à la structure d'où l'épithète « actif ».

Exercer un contrôle actif sur un corps nécessite donc la réalisation d'un système bouclé :

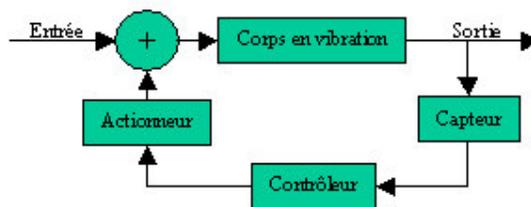


Figure 1 : schéma de principe d'un corps en vibration subissant le contrôle actif

Le principe de contrôle actif s'est développé au cours du 20^{ème} siècle afin de réaliser de la réduction de bruit. Il s'agit de contrôle acoustique actif (en anglais : *active noise control*). Dans ce domaine la structure vibrante peut être modélisée par le système {sphère pulsante monopolaire + onde de pression rayonnée dans l'espace}, tandis que le contrôleur actif se compose de capteurs qui reçoivent les signaux acoustiques à minimiser et qui commandent en conséquence un ensemble de monopôles. L'onde de pression qu'il produit s'ajoute en un point M de l'espace et à un instant t à l'onde de pression initiale et agit dessus. Il en résulte une onde globale dont les paramètres ont été modifiés [1].

Avec ce principe, il est possible de réduire le bruit émis par une sphère pulsante dans certaines zones de l'espace qui dépendent du nombre de monopôles constituant le contrôleur et sa géométrie.

I. L'augmentation d'un instrument acoustique: approche théorique

1 Qu'est ce qu'un instrument augmenté ?

Un instrument de musique acoustique se compose d'un excitateur couplé avec un résonateur :

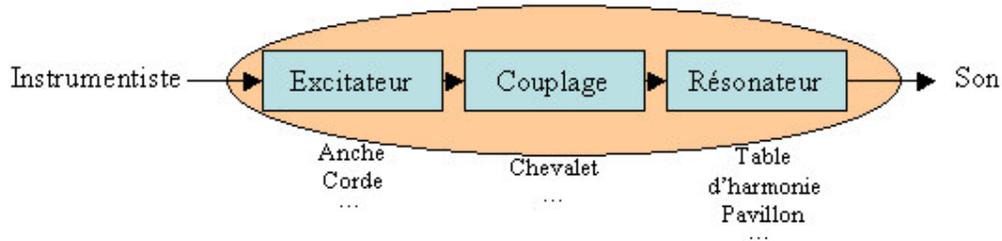


Figure 2 : schéma de principe d'un instrument acoustique

Il produit un son lorsque, par l'intermédiaire du couplage, l'excitateur met en vibration le résonateur: par exemple la table d'harmonie, la membrane, etc. Le son généré par l'instrument est intimement lié au mouvement de cette structure vibrante, excitée et qui tend à retrouver une position d'équilibre. Celui-ci dépend donc des caractéristiques physiques de la structure en vibration, de son matériau, et de sa géométrie qui déterminent ses fréquences propres, son facteur de qualité. Par conséquent, il existe une frontière précise entre l'ensemble des sons qu'un instrument de musique acoustique est capable de générer du fait de ses caractéristiques et les autres sons.

L'instrumentiste, par le travail et l'acquisition d'une technique de jeu, s'approche avec plus ou moins de précision de l'image sonore qu'il souhaite atteindre. Pour cela il agit sur l'excitateur qui applique une force sur la structure vibrante à des instants donnés. Mais d'une manière générale, l'instrumentiste ne contrôle pas exactement la vibration de la structure et donc le son qui émane de l'instrument.

En effet chaque son généré par l'instrument est produit par une vibration de l'excitateur. Mais l'instrumentiste n'est pas capable de lui imposer toutes les formes possibles d'excitation. Parmi tous les sons qu'un instrument acoustique pourrait produire par ses caractéristiques physiques, l'instrumentiste n'en génère donc qu'une partie.

Le siècle précédent a été marqué dans la créativité musicale par l'envie de travailler le timbre des sons, ce qui a contribué à l'apparition de la musique électronique et des différentes techniques de synthèse sonore. Leur exploitation a aussi mis en évidence leurs défauts : le nombre illimité de paramètres mis en jeu en synthèse par modèle de signaux peut représenter une contrainte pour accéder à l'image sonore précise du compositeur. Par ailleurs, la synthèse par modèle physique s'approche du son émis par un instrument acoustique mais sans jamais l'égaliser. Enfin la synthèse sonore en général prive le musicien de l'interaction gestuelle avec son instrument.

Afin de remédier à ces faiblesses et de prolonger l'évolution de la créativité musicale, il devient indispensable de libérer le jeu des instruments acoustiques en leur permettant de maîtriser et d'émettre des sons jusqu'à présent inouïs, en plus des sons classiquement produits.

Les premiers essais de contrôle actif réalisés au LAM (Laboratoire d'Acoustique Musicale) sous la direction de Charles Besnainou (ingénieur de recherche CNRS) ont montré qu'en dotant l'instrument d'un capteur et d'un actionneur piézoélectriques, il est possible de modifier son comportement vibratoire en déplaçant ses modes, ou en changeant leurs gains et facteurs de qualité [2] et [3]. L'instrument produit alors un nouveau son jusqu'alors inouï, qui ne pourrait être obtenu par une simple excitation de l'instrumentiste, et qui émane de sa propre structure. C'est ce qui définit un instrument augmenté.

2 Le système global

i. Le principe du bouclage

Réaliser un instrument augmenté consiste d'une part à connaître son comportement vibratoire, d'autre part à pouvoir agir sur des paramètres pertinents afin de prévoir et contrôler les caractéristiques de son mouvement et donc du son qu'il émet.

Conformément au contrôle acoustique actif présenté en introduction, il est indispensable, de capter le mouvement de sa structure vibrante. Le signal obtenu doit ensuite subir une phase d'analyse. Celle-ci aboutira à la génération du signal correctif, adéquat pour apporter la modification souhaitée au son émanant du système global. Pour finir, le signal correctif, au niveau de l'actionneur, est converti en une force qui agit sur la structure de l'instrument et qui s'ajoute donc à l'action de l'excitateur.

Pour être augmenté, un instrument acoustique doit donc être bouclé suivant le même principe que pour faire du contrôle acoustique actif:

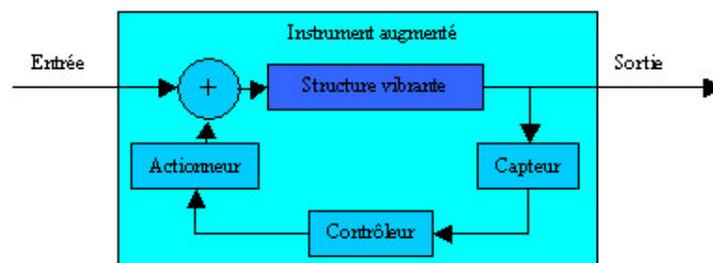


Figure 3 : schéma de principe d'un corps en vibration subissant le contrôle actif

ii. Les éléments constitutants

Le schéma de principe permet d'énumérer les éléments indispensables à la conception d'un instrument augmenté :

- Le résonateur (structure vibrante de l'instrument acoustique)
- le capteur
- le contrôleur qui joue un rôle de correcteur
- l'actionneur

Afin d'étudier les caractéristiques vibratoires globales du système il est bien sûr nécessaire de connaître le comportement de chacun de ses éléments. Pour cela nous allons choisir un modèle d'instrument acoustique. Sa validité sera éprouvée au chapitre II.1, lorsque l'on cherchera à rapprocher les résultats obtenus en simulation avec un instrument acoustique réel. Le choix judicieux du modèle d'instrument permettra de déterminer la forme du correcteur à réaliser.

1 justification du modèle

La structure vibrante d'un instrument acoustique est à l'origine du son qu'il engendre. Par conséquent il est intéressant de caractériser l'instrument acoustique par le signal sonore qu'il produit.

Généralement les signaux musicaux sont analysés par la méthode de Fourier dès lors qu'ils sont quasi-périodiques. C'est le cas des sons harmoniques produisant une sensation de hauteur : instruments à vents, à corde, ... et c'est aussi vrai dans le cas des signaux de parole voisée. Cette analyse consiste à assimiler le signal musical sur une courte période temporelle (de l'ordre de 10ms pour la voix) à une somme de sinusoides possédant chacune leur propre fréquence et amplitude. Une telle décomposition utilise l'outil « Transformation de Fourier » pour ses qualités de robustesse, de simplicité de mise en œuvre, et pour l'existence de l'algorithme rapide FFT.

Les méthodes HR (Haute Résolution) utilisent le modèle ESM, plus général, identifiant le signal à une somme de sinusoides dont les amplitudes varient exponentiellement [4].

L'instrument que nous cherchons à modéliser est supposé générer une onde acoustique composée de sinusoides d'amplitudes exponentiellement décroissantes. Il répond à la restriction EDS (« Exponentially Damped Sinusoids ») du modèle ESM décrit précédemment. Pour engendrer un tel signal son mouvement va être assimilé à une combinaison d'oscillateurs amortis, décrits mécaniquement par autant de systèmes {masse + ressort + amortisseur} qu'il existe de sinusoides décroissantes dans le signal.

En conclusion, un instrument est vu comme un ensemble {excitateur + résonateur}. Le résonateur filtre l'excitation, et sa vibration génère le son. On modélisera la structure vibrante de l'instrument acoustique par une quantité pertinente de modes propres. Chacun d'entre eux sera représenté par un système {masse + ressort + amortisseur}. Il faut présenter dans le

modèle un nombre optimal de modes de sorte que sa réponse soit le plus proche possible de la réponse réelle. Le choix du nombre de modes à considérer n'entre pas en jeu dans ce stage et devra faire l'objet d'une étude perceptive ultérieure.

Dans ce chapitre théorique l'instrument acoustique sera modélisé par un système à n modes, où chaque mode est un système mécanique de masse M , de ressort de raideur K et d'amortissement R , soumis à l'excitation F_{exc} de l'instrumentiste et à la force exercée par l'actionneur notée F_{act} . Dans un premier temps le système n'est pas bouclé et n'est donc soumis qu'à l'action externe F_{exc} , la masse M est subit donc F_{exc} , $-Ru$ et $-K\int u$:

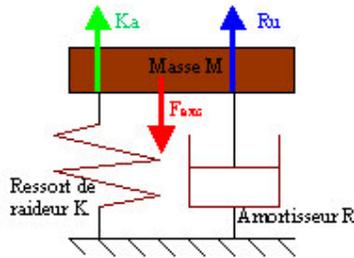


Figure 4 : schéma du bilan des forces exercées sur la masse du système {masse M + ressort K + amortisseur R } d'après C. Besnainou [3]

2 obtention de la fonction de transfert

Pour obtenir la fonction de transfert de notre modèle, il est indispensable de savoir quelles sont ses variables d'entrée et de sortie.

La structure vibrante de l'instrument entre en mouvement sous l'effet d'une force, exercée par l'excitateur de l'instrument et aussi par l'actionneur, qui convertit une tension électrique en force. La variable d'entrée du modèle d'instrument est donc une force.

Plusieurs variables de sortie sont envisageables suivant le type de capteur utilisé: le déplacement d'un point du modèle, sa vitesse et son accélération. On choisira celle qui joue le rôle de variable d'entrée pour le capteur ; c'est la vitesse de vibration u du système qui est mesurée par le capteur. Celui-ci est présenté au chapitre *II.1.i. Le capteur et l'actionneur*.

La fonction de transfert du modèle d'instrument est donc définie par $H = U(\omega) / F(\omega)$, où :

- $u(t)$ est la vitesse du système de masse M ; sa transformée de Laplace est $U(p)$.
- $f(t)$ est la force exercée sur l'instrument à l'instant t et $F(p)$ sa transformée de Laplace.

[Définition et existence de ces Transformées de Laplace **cf. annexe 1**]

Le principe fondamental de la dynamique donne:

$$M u'(t) = f(t) - K \int u(t) dt - Ru(t)$$

La transformée de Laplace (linéaire) de cette équation donne donc:

$$F(p) = KU(p)/p + RU(p) + MpU(p)$$

car $u'(t)$ a pour transformée de Laplace $pU(p)$ [cf. annexe 2].

$$F(p) = (K/p + R + Mp) U(p)$$

La fonction de transfert est donc

$$\begin{aligned} H(p) &= U(p) / F(p) \\ &= 1 / (K/p + R + Mp) \end{aligned}$$

$$\boxed{H(p) = p / (K + Rp + Mp^2)}$$

Le filtre H est stable équivaut à dire que les pôles de H sont à partie réelle strictement négative [cf. annexe 3]. Or cette condition est toujours vérifiée étant donné que M, K et R sont des valeurs positives [cf. annexe 4].

Conclusion : $\forall M, K \text{ et } R, H \text{ est stable.}$

H ne possède donc en particulier aucun pôle sur l'axe imaginaire du plan complexe, d'équation $p = j\omega$, avec ω dans R. Les restrictions notées $H(\omega)$, $U(\omega)$ et $F(\omega)$ respectives de $H(p)$, $U(p)$ et $F(p)$ à cet axe sont bien sûr les transformées de Fourier de $h(t)$, $u(t)$ et $f(t)$, où $h(t)$ est la réponse temporelle du filtre modélisant un mode, à l'impulsion $\delta(t)$.

On peut donc écrire la transformée de Fourier de H en étant sûr qu'elle est définie :

$$H(\omega) = U(\omega) / F(\omega)$$

Et alors :

$$\boxed{H(\omega) = [H_0 j\omega(Q\omega_0)] / [1 + j\omega(Q\omega_0) + (j\omega/\omega_0)^2]}$$

Où :

$\omega_0 = \sqrt{K/M}$ est la pulsation propre du filtre, dans notre cas c'est aussi la pulsation où $|H|$ est maximal [cf. annexe5].

$Q = \sqrt{KM} / R$ est le facteur de qualité, qui détermine la sélectivité du filtre.

$H_0 = 1 / R$, c'est le gain statique qui vaut $H(\omega_0)$.

En conclusion, le système {masse + ressort + amortisseur} modélisant un mode peut être vu comme un filtre passe bande d'ordre 2 centré en ω_0 [cf. annexe 6].

3 interprétation et objectif du contrôle actif sur le modèle :

Le but de cette phase théorique est de montrer qu'il est possible de contrôler les paramètres du modèle d'instrument et donc du son qu'il produit grâce à une boucle de contrôle.

Plus précisément, la réponse à une excitation impulsionnelle exercée sur le filtre H modélisant le mode a pour transformée de Fourier :

$$U_0(\omega) = [H_0 j\omega(Q\omega_0)] / [1 + j\omega(Q\omega_0) + (j\omega/\omega_0)^2]$$

puisque l'entrée du filtre est la transformée de Fourier de l'impulsion $\delta(t)$ qui vaut :

$$\int_{|t|<+\infty} e^{-j\omega t} \delta(t) dt = 1$$

D'où $H(\omega)$ est aussi le spectre de la réponse du filtre modèle à une excitation impulsionnelle en $t = 0$.

Il existe certains instruments pour lesquels l'excitateur et la structure vibrante ne font qu'un (lame de marimba ou de xylophone frappée, tambourin, cloche, ...). Il suffit d'exciter ces types d'instruments par une impulsion (coups de marteau, de baguette,...) pour obtenir la réponse impulsionnelle de leur structure vibrante. Si le modèle décrit s'avère réaliste, H devrait être semblable, autour du mode propre considéré, au spectre de la réponse impulsionnelle réelle ainsi mesurée.

Par conséquent pour ces types d'instruments acoustiques, la pulsation propre ω_0 du filtre détermine la fréquence de la réponse impulsionnelle et donc la hauteur de la note générée.

Le facteur de qualité Q détermine l'amortissement de la réponse impulsionnelle et donc le fait que le son produit « résonne » plus ou moins longtemps. La durée de la réponse impulsionnelle peut être caractérisée par la constante de temps du filtre $\tau = Q/\omega_0$. Et donc, pour ω_0 fixée, la réponse impulsionnelle est d'autant plus longue que Q est grand.

Enfin le gain statique H_0 détermine l'amplitude de la réponse impulsionnelle et donc est lié à l'intensité sonore du son généré.

Le bouclage autour du filtre modélisant un mode de l'instrument a pour objectif de contrôler ses 3 paramètres : ω_0 , Q, et H_0 . Alors pour une même excitation impulsionnelle, le son généré aura :

- une hauteur différente si on change ω_0 .
- un amortissement différent si on change Q.
- une intensité acoustique différente si on change H_0 .

La méthode de contrôle actif consiste à placer entre le capteur et l'actionneur un correcteur agissant sur le filtre. Sa fonction de transfert sera telle que le nouveau filtre {modèle du mode + correcteur} ait les caractéristiques globales désirées ω_0' , Q' , et H_0' .

Afin de maîtriser le son généré par l'instrument il est indispensable de savoir agir indépendamment sur la fréquence propre ω_0' , sur le facteur de qualité Q' et sur le gain statique H_0' de la fonction de transfert globale H' , correspondant au système {instrument + correcteur}.

Une telle méthode doit permettre de modifier des paramètres physiques de l'instrument, et donc de lui faire émettre des sons inouïs. L'instrument acoustique en question peut alors être qualifié d' « augmenté ».

Dans notre modèle actuel les capteurs et actionneurs sont simplement considérés comme des convertisseurs (vitesse u en tension v pour le capteur et tension v en force pour l'actionneur) qui n'introduisent aucune distorsion dans la forme de la réponse impulsionnelle du modèle. Cette hypothèse de simplification sera discutée au chapitre *II.1.i. Le capteur et l'actionneur*.

Il reste désormais à choisir un correcteur dont la fonction de transfert permettra d'agir facilement sur les paramètres de l'instrument augmenté.

3 Le correcteur

i. Détermination du correcteur

D'après la forme du modèle choisi, le système est régi par l'équation suivante :

$$M \frac{du}{dt}(t) = f(t) - K \int u(t) dt - Ru(t)$$

Le principe du contrôle actif consiste à appliquer une nouvelle force sur le système, notée $f'(t)$, qui s'ajoute à $f(t)$ telle que le système soit équivalent à un nouveau système de masse M' , de raideur K' et d'amortissement R' toujours soumis à la force $f(t)$.

Pour cela il suffit que la force réinjectée soit de la forme :

$$f'(t) = a u'(t) + b \int u(t) dt + c u(t)$$

Dans ce cas le principe fondamental de la dynamique donne :

$$M \frac{du}{dt}(t) = f(t) + f'(t) - K \int u(t) dt - Ru(t) \text{ c'est-à-dire}$$

$$(M-a) \frac{du}{dt}(t) = f(t) - (K-b) \int u(t) dt - (R-c) u(t)$$

C'est l'équation régissant le mouvement d'un nouveau système de masse $M' = M - a$, de raideur $K' = K - b$ et d'amortissement $R' = R - c$. Par une étude similaire à celle du paragraphe *I.2.ii. obtention de la fonction de transfert*, la fonction de transfert $H'(j\omega)$ du nouveau système peut être calculée. On obtient :

$$H'(\omega) = [H_0' j\omega(Q'\omega_0')] / [1 + j\omega(Q'\omega_0') + (j\omega\omega_0')^2]$$

Où :

$$\begin{aligned} \omega_0' &= \sqrt{(K-b)/(M-a)} && \text{est la pulsation propre du nouveau filtre,} \\ Q' &= \sqrt{(K-b)(M-a)/(R-c)} && \text{est le facteur de qualité du nouveau filtre, et} \\ H_0' &= 1/(R-c) && \text{est le gain statique du nouveau filtre.} \end{aligned}$$

Par conséquent ajouter à $f(t)$ la force $f'(t)$ sur le système S de masse M, de raideur K et d'amortissement R revient à appliquer simplement $f(t)$ sur un nouveau système S'. S' est un nouveau filtre du second ordre dont les paramètres ω_0 , Q et H_0 ont été modifiés. Ainsi S' modélise un mode dont la fréquence, l'amortissement et l'intensité acoustique ont changé. La forme de la force f' que le correcteur doit réinjecter sur la structure de l'instrument pour changer le son qu'il émet est donc connue en théorie. Bien sûr, pour générer une telle force dépendant de u il est indispensable de placer le capteur juste en amont du correcteur.

De plus le capteur et l'actionneur étant pour l'instant modélisés par des fonctions de transfert valant 1, le correcteur reçoit directement u comme signal d'entrée et génère directement un signal égal à la force f' qui sera appliqué sur le modèle :



Figure 5 : schéma bloc de l'ensemble {capteur + correcteur + actionneur}

ii. Obtention de la fonction de transfert du correcteur

La force f' générée par le correcteur en fonction de u est de la forme

$$f'(t) = a \frac{du}{dt}(t) + b \int u(t) dt + c u(t)$$

On suppose que f' , comme u est continue par morceaux, causale et continue en 0, et bornée. Alors sa transformée de Laplace existe. Par linéarité on obtient :

$$\begin{aligned} F'(p) &= a p U(p) + (b/p) U(p) + c U(p) \\ &= [a p + (b/p) + c] U(p) \end{aligned}$$

et donc sa fonction de transfert est:

$$\begin{aligned} C(p) &= F(p) / U(p) \\ &= a p + (b/p) + c \end{aligned}$$

iii. Impact du correcteur sur le système bouclé

On peut désormais représenter le schéma-bloc global du système {Capteur + Instrument + Correcteur + Actionneur}.

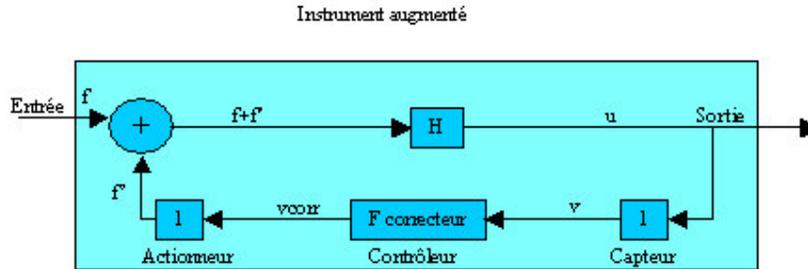


Figure 6 : schéma bloc de l'instrument augmenté à 1 mode

La fonction de transfert globale du système en boucle fermée (FTBF) est alors :

$$H'(p) = U(p) / F(p)$$

Et

$$\begin{aligned} U(p) &= H(p) [F(p) + F'(p)] \\ &= H(p) F(p) + H(p)C(p)U(p) \end{aligned}$$

Donc

$$\begin{aligned} H'(p) &= H(p) / [1 - H(p)C(p)] \\ &= p / [(K-b) + (R-c)p + (M-a)p^2] \\ &= [p/(K-b)] / [1 + p(R-c)/(K-b) + p^2(M-a)/(K-b)] \end{aligned}$$

Il est toujours possible, d'après le critère de Routh de trouver a, b et c tel que H' soit stable, connaissant M, K et R. [cf. annexe 7]. On peut donc assurer la stabilité de la transformée de Fourier de H' pour tout ω . Celle-ci s'écrit:

$$H'(\omega) = [j\omega/(K-b)] / [1 + j\omega(R-c)/(K-b) + (j\omega)^2(M-a)/(K-b)]$$

D'où:

$$\begin{aligned} \omega_0' &= \omega_0 \sqrt{[(1 - b/K) / (1 - a/M)]} \\ Q' &= Q \sqrt{[(1 - b/K)(1 - a/M)] / (1 - c/R)} \\ H_0' &= H_0 / (1 - b / K) \end{aligned}$$

De plus amples calculs permettent d'exprimer ω_0' , Q' et H_0' en fonction de ω_0 , Q et H_0 et des paramètres du correcteur a, b et c [cf. annexe 8]:

$$\begin{aligned} \omega_0' &= \omega_0 \sqrt{[(1 - bH_0/Q\omega_0) / (1 - aH_0\omega_0/Q)]} \\ Q' &= Q \sqrt{[(1 - bH_0/Q\omega_0)(1 - aH_0\omega_0/Q)] / (1 - cH_0)} \end{aligned}$$

$$H_0' = H_0 / (1 - H_0 c)$$

Le correcteur que nous avons élaboré multiplie l'entrée u par un gain c (dit proportionnel), son intégrale par un gain b dit intégrateur et sa dérivée du/dt par un gain a dit dérivateur, d'où le nom de correcteur PID. Une modification des gains a , b et c modifie donc le mode considéré du modèle d'instrument. Suivant les valeurs de a , b et c , l'instrument est capable de générer de nouveaux sons émanant de sa structure. Il est dit « augmenté ».

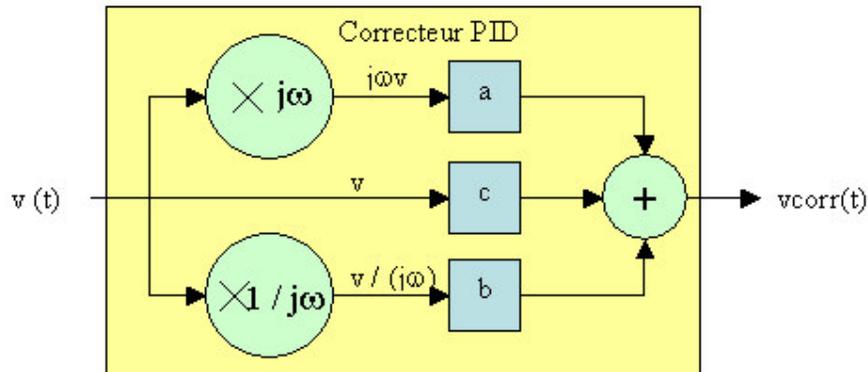


Figure 7 : schéma bloc du correcteur PID

iv. Bloc de traitement

L'ultime étape consiste à contrôler les valeurs des gains a , b et c du correcteur en fonction de la correction que l'on souhaite appliquer à l'instrument. Pour ceci il faut en premier lieu savoir quels sont les paramètres pertinents du système sur lequel l'instrumentiste a envie d'agir. Sans aborder cette étude psychoacoustique, j'ai considéré que l'instrumentiste préférerait agir sur les paramètres du son produit plutôt que sur les paramètres mécaniques du système, R , K et M par exemple... Plus précisément j'ai choisi de laisser à l'instrumentiste la possibilité d'agir indépendamment sur la hauteur du son produit, son amortissement et son intensité acoustique. Dans cette optique il est indispensable de déterminer les paramètres du système a , b et c directement liés à ces caractéristiques acoustiques.

Dans notre cas :

- La hauteur du son sera modifiée en agissant sur la fréquence propre de vibration de la structure vibrante, c'est-à-dire sur ω_0' .
- L'amortissement sera modifié en agissant le facteur de qualité du modèle Q' .
- L'intensité acoustique sera modifiée en agissant sur l'amplitude de la vitesse u de vibration de la structure, c'est-à-dire sur le gain statique global H_0' .

Laissons l'instrumentiste imposer au son ces corrections en pourcentage : les variables d'entrée du correcteur sont alors les modifications souhaitées $\Delta\omega_0$ (en %), ΔQ (en %) et ΔH_0 (en %). Le bloc de traitement a pour rôle de calculer a , b et c suivant les valeurs prises par les variables d'entrée. Explicitons ces expressions [cf. annexe 9] :

On part de :

$$\begin{aligned}\Delta\omega_0 &= \sqrt{[(1 - bH_0/Q\omega_0)/(1 - aH_0\omega_0/Q)] - 1} \\ \Delta Q &= \sqrt{[(1 - bH_0/Q\omega_0)(1 - aH_0\omega_0/Q)] / (1 - cH_0) - 1} \\ \Delta H_0 &= H_0 / (1 - H_0 c) - 1\end{aligned}$$

pour obtenir :

$\begin{aligned}bH_0/(Q\omega_0) &= 1 - (1 + \Delta Q)(1 + \Delta\omega_0)/(1 + \Delta H_0) \\ aH_0\omega_0/Q &= 1 - (1 + \Delta Q)/[(1 + \Delta H_0)(1 + \Delta\omega_0)] \\ cH_0 &= \Delta H_0/(1 + \Delta H_0)\end{aligned}$

c'est-à-dire :

$a = [1 - (1 + \Delta Q) / [(1 + \Delta H_0)(1 + \Delta\omega_0)]] Q / [H_0\omega_0] \quad (1)$
$b = [1 - (1 + \Delta Q)(1 + \Delta\omega_0) / (1 + \Delta H_0)] Q\omega_0 / H_0 \quad (2)$
$c = \Delta H_0 / [H_0(1 + \Delta H_0)] \quad (3)$

Il est aussi possible de contrôler, à la place de Q, la durée du son produit en agissant sur la constante de temps $\tau = Q / \omega_0$ du signal u(t), vitesse de vibration de la structure. Dans ce cas on définit $\Delta\tau$ par:

$$\begin{aligned}\tau' &= \tau(1 + \Delta\tau) \text{ soit } \Delta\tau = \tau'/\tau - 1 \\ \text{Et} \\ \Delta Q &= Q'/Q - 1 = \omega_0' \tau' / (\omega_0 \tau) - 1 = (\Delta\omega_0 + 1)(\Delta\tau + 1) - 1\end{aligned}$$

Ainsi :

$a = [1 - (1 + \Delta\tau) / (1 + \Delta H_0)] \tau / H_0 \quad (1')$
$b = [1 - (1 + \Delta\tau)(1 + \Delta\omega_0)^2 / (1 + \Delta H_0)] Q\omega_0 / H_0 \quad (2')$
$c = \Delta H_0 / [H_0(1 + \Delta H_0)] \quad (3')$

Cette étude théorique a montré qu'il est possible de changer la hauteur, l'amortissement et l'intensité sonore de la note générée par un mode propre de la structure vibrante de notre modèle. Un contrôle de plusieurs modes est possible sur le même principe. Il suffit d'utiliser un modèle d'instrument acoustique qui contient autant de systèmes {masse + ressort + amortisseur} qu'il ne génère de modes ; chaque oscillateur possédant des valeurs M, K et R différentes suivant le mode considéré. Un instrument acoustique augmenté complet a autant de correcteurs PID qu'il existe de modes à modifier.

Voici son modèle :

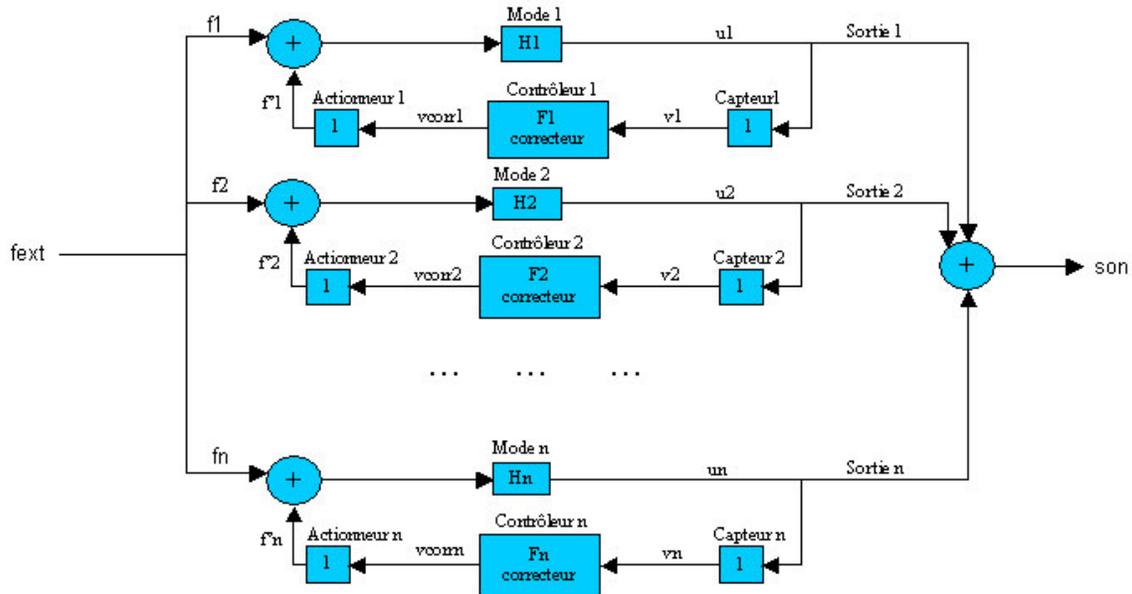


Figure 8 : schéma bloc d'un modèle d'instrument acoustique à n modes

Ici il serait intéressant de savoir le nombre minimum de modes à faire intervenir pour avoir un modèle réaliste. L'instrumentiste pourrait alors agir sur chacun des filtres correspondants. Bien sûr cette quantité dépend de la note jouée, de l'instrument utilisé, etc...

La combinaison de modifications permet aussi de transformer d'autres caractéristiques sonores comme par exemple la durée de la note.

Cette étude a permis de connaître la réponse impulsionnelle du modèle de structure vibrante augmentée. A partir de la réponse impulsionnelle il est possible de connaître la réponse du modèle à tout type d'excitation. Il suffit d'ajouter en amont de ce modèle un modèle d'excitateur (corde pincée ou frottée ou frappée, ou pavillon, ...) et un modèle de couplage (chevalet,...) pour obtenir un modèle complet d'instrument acoustique augmenté.

En théorie l'étude réalisée permet d'augmenter un instrument acoustique type xylophone (puisque la lame est à la fois l'excitateur, le couplage et la structure vibrante). En effet une impulsion sur la lame est directement une impulsion sur le résonateur. Par l'intermédiaire de l'actionneur, le correcteur doit fournir une force $f'(t)$ qui puisse agir sur toutes les composantes de la force mise en jeu par l'instrumentiste ($M \frac{du}{dt}$, Ru et $K[u]$).

L'augmentation d'un tel instrument acoustique est l'objet du chapitre II.

II. Augmentation d'une lame de xylophone : réalisation

L'étude théorique du chapitre I a montré qu'il était possible de changer par contrôle actif les paramètres physiques de la structure d'un instrument acoustique et ainsi de modifier le son qu'il émet. L'exemple d'instrument modélisé était excité par une action impulsionnelle de la part de l'instrumentiste. C'est pourquoi nous avons choisi d'appliquer l'étude précédente au son émis par une lame de xylophone. En effet celle-ci est excitée par une force (action du marteau sur la lame) qui se rapproche d'une action impulsionnelle.

Dans un premier temps, nous allons présenter la lame sur laquelle va être exercé le contrôle actif. Nous procéderons ensuite aux tests par simulation et enfin aux tests sur la lame réelle.

1 La lame de xylophone

Dans cette section il est important de décrire la lame de xylophone utilisée, afin de valider ou réfuter les hypothèses avancées au chapitre I, quant au choix du modèle d'instrument acoustique.

Le xylophone est un instrument de la famille des idiophones, très présent dans la musique africaine traditionnelle; il est constitué de lames de différentes longueurs généralement en bois : il s'agit le plus souvent de bois de rose ou d'autres bois très dur (« gouene yori » pour le xylophone guinéen bwaba, « idobozi » pour le xylophone géant Mbaire d'Ouganda).

Voici une photo de la lame utilisée dans le cadre du stage:

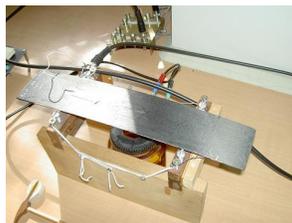


Figure 9 : lame de xylophone sur laquelle est appliqué le contrôle actif

On remarque d'emblée que pour pouvoir être soumise au contrôle actif, la lame est dotée d'un capteur (collé sur la lame) et d'un actionneur (appliqué sous la lame). Elle doit pouvoir être mise en mouvement de manière efficace par l'actionneur tout en gardant les propriétés physiques de la lame de xylophone traditionnelle. C'est pourquoi elle a été réalisée par un matériau composite, plus souple, plus léger et plus facilement déformable que le bois.

i. Le capteur et l'actionneur



Figure 10a : le capteur (appliqué sur la lame)



Figure 10b : l'actionneur (sous la lame)

Le capteur et l'actionneur utilisés sont constitués de matériaux en PVDF (PolyVinylidène DiFluoride). Ce polymère thermoplastique présente des propriétés piézo-électriques efficaces qui permettent au capteur et l'actionneur d'assurer les rôles respectifs de convertisseur déformation/courant électrique et courant électrique/force.

Plus précisément le capteur utilisé est appliqué sur la lame. Toute vibration et déformation de la lame entraîne alors une déformation du capteur : allongement ou rétrécissement suivant sa longueur ou sa largeur. Cette déformation est exprimée sous la forme $\Delta l/l$ ou $\Delta L/L$ si le capteur a une forme rectangulaire de largeur l et de longueur L . Elle va provoquer la polarisation du matériau et permettre aux charges libérées de se déplacer : un courant électrique est alors généré [4]).

La charge libérée est une fonction linéaire de la déformation du capteur et donc de la force appliquée sur le matériau PVDF. De même la force exercée par l'actionneur est une fonction linéaire du courant traversant le matériau. Dans le cas du PVDF la constante du capteur est de l'ordre de 10^{-11} C.N⁻¹. Avec un tel type de matériau, il faut faire passer un courant important dans l'actionneur pour obtenir une force capable de faire vibrer la lame. Nous plaçons donc un amplificateur de puissance réglable entre le correcteur et l'actionneur afin d'exciter l'actionneur avec un courant adéquat.

Enfin la plage de linéarité du matériau PVDF s'étend de 0 à 100kN. Dans notre application on considère donc que le capteur et l'actionneur fixés sur la lame sont toujours dans leur domaine de linéarité.

ii. Mesure de la fonction de transfert du système {actionneur + amplificateur + lame + capteur}

Afin de discuter la validité du modèle présenté au chapitre I, nous allons mesurer la fonction de transfert du système {actionneur + amplificateur + lame + capteur} et lui comparer celle du modèle précédent.

Protocole expérimental :

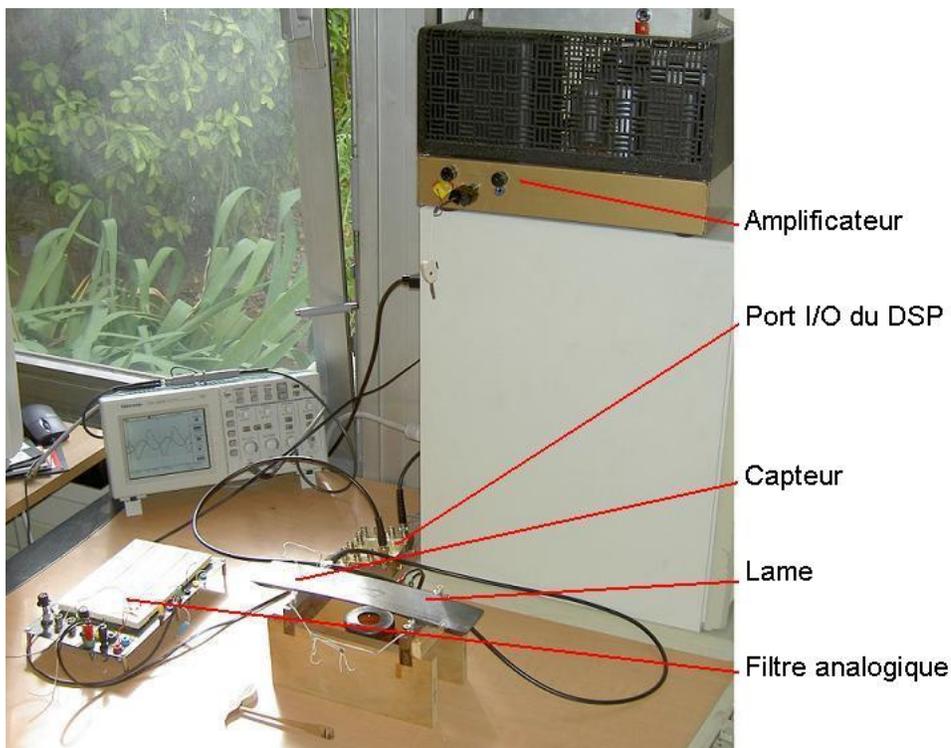


Figure 11 : lame augmentée {actionneur + amplificateur + lame + capteur}

Pour réaliser cette mesure j'ai généré avec le logiciel matlab un signal sinusoïdal dont la fréquence varie linéairement avec le temps. [code **cf. annexe 10**]. Ce signal dure 20s et sa fréquence varie de 0 à 5 kHz, sachant que les modes que nous allons chercher à modifier par contrôle actif sont pour l'instant les modes de plus basse fréquence (donc placés en dessous de 5kHz).

Ce signal $e(t)$ émis par la carte son traverse l'amplificateur, parvient à l'actionneur et est transformé en force qui agit sur la lame. Celle-ci est mise en mouvement et déformée ; le capteur génère une tension $s(t)$ à partir de cette déformation qui est recueillie. Notons $H(\omega)$ la fonction de transfert globale mesurée, alors :

$$S(\omega) = H(\omega) E(\omega), S \text{ et } E \text{ étant les spectres des signaux } s(t) \text{ et } e(t).$$

Dans $e(t)$ toutes les fréquences sont balayées entre 0 et 5kHz . Son spectre est donc plat sur la plage $[0, 5\text{kHz}]$:

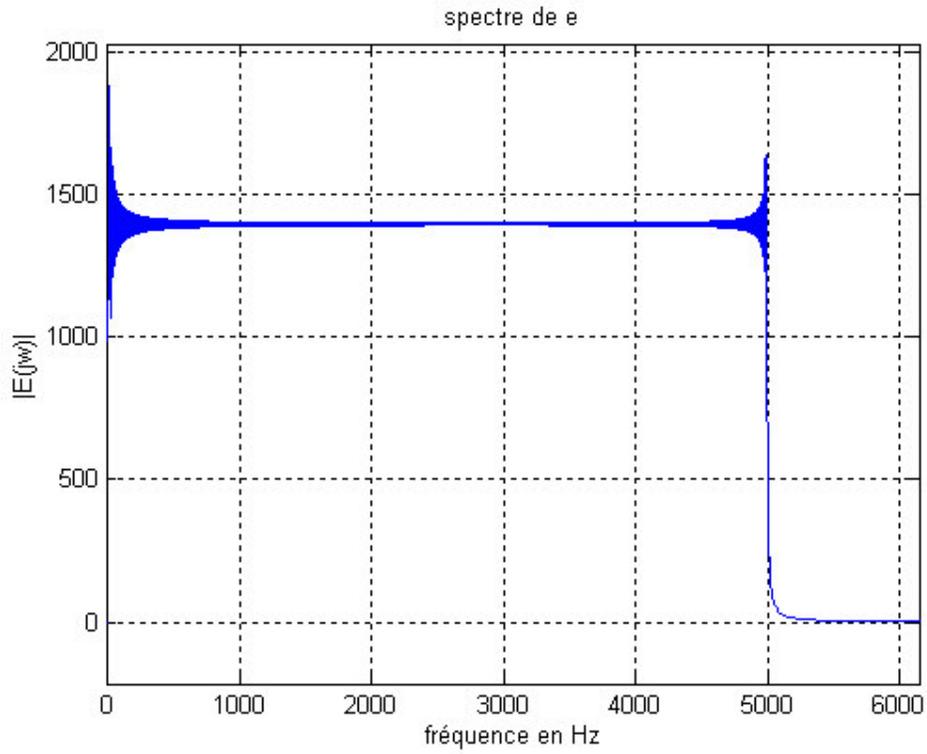


Figure 12: spectre du signal appliqué à la lame pour mesurer sa fonction de transfert

Ainsi $S(\omega) = H(\omega) E(\omega) \approx k \times H(\omega)$ où k est une constante. Pour obtenir rigoureusement $|H(\omega)|$, on effectue $|H(\omega)| = |S(\omega)| / |E(\omega)|$ (point par point) et on obtient la fonction de transfert suivante :

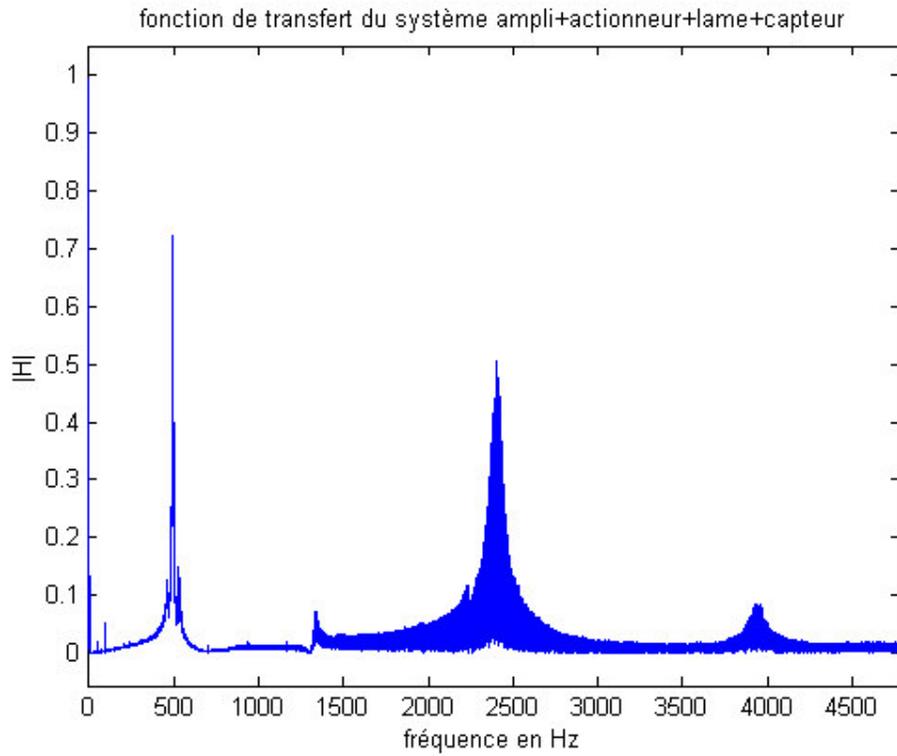


Figure 13 : fonction de transfert du système {amplificateur + actionneur + lame + capteur}

Validité du modèle {masse + ressort + amortisseur}

Pour valider les hypothèses du modèle théorique nous cherchons à savoir si le premier mode (à titre d'exemple) est modélisable par un système {masse + ressort + amortisseur} d'ordre 2.

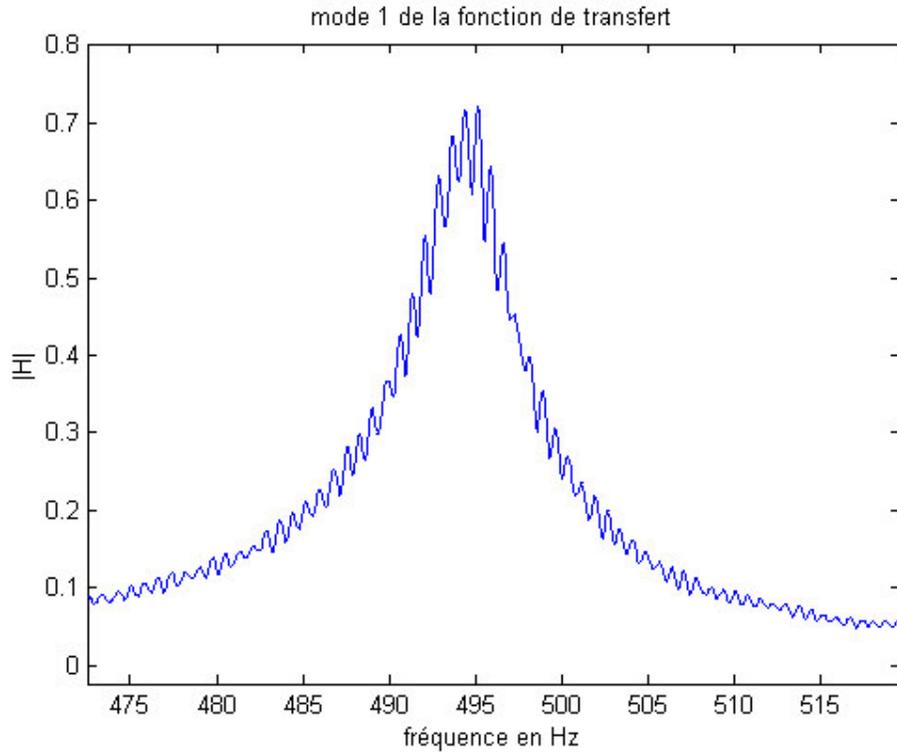


Figure 14 : pic spectral du premier mode de la lame

Ce mode est centré en $f \approx 495$ Hz ; or d'après le modèle présenté au chapitre I, $|H|$ est maximal quand $\omega = \omega_0$ dans le cas d'un passe bande. D'où, le modèle qu'il faut adopter pour représenter la lame admet comme pulsation propre $\omega_0 = 2\pi \times 495 = 3110 \text{ rad.s}^{-1}$.

De plus dans le modèle $|H(\omega_0)| = H_0$. Ainsi le modèle du second ordre représentant le mode de la lame doit avoir pour gain statique $H_0 = |H(2\pi \times 495)| = 0,72$.

Il reste à trouver le facteur de qualité du modèle {masse + ressort + amortisseur} qui s'approche le plus proche du mode réel de la lame, représenté ci-dessus. Pour cela on a considéré que le pic dû au premier mode s'étale entre les deux minima du spectre situés de part et d'autre, autour du mode. Ils sont placés en 468Hz et 517Hz. La largeur du pic spectral est donc de 49Hz.

Nous allons donc générer par un algorithme [cf. annexe 11] des fonctions de transfert de systèmes d'ordre 2, de pulsation propre ω_0 variant autour de 3110 rad.s^{-1} et de gain statique $H_0 = 0,72$ pour plusieurs valeurs de Q.

L'algorithme calcule ensuite la différence entre le mode réel représenté ci-dessus et la fonction de transfert générée sur la bande de fréquence [468Hz, 517Hz]. Le facteur de qualité retenu pour modéliser le mode est bien sûr celui pour lequel l'erreur est minimale.

Lorsque nous savons pour quelles valeurs de ω_0 et de Q la différence entre le mode réel et le modèle est minimale, nous faisons varier ω_0 et Q plus précisément autour de ces valeurs jusqu'à trouver ω_0 à 1 près et Q à 0,1 près. On obtient les valeurs suivantes :

$\omega_0 = 3104 \text{ rad.s}^{-1}$ c'est-à-dire $f = 494 \text{ Hz}$ (il s'agit donc d'une lame de 'si' bien accordée),

$$Q = 214,5$$

$$\text{Et } H_0 = 0,72$$

L'erreur quadratique entre le modèle et le mode réel est alors minimale et vaut :

$$\sum (\text{modèle}(n) - \text{pic réel}(n))^2 = 0,61.$$

Le maximum de la différence entre le modèle et le mode réel vaut 0.094 soit 13 % de la valeur du maximum H_0 du pic spectral. On considère que cette erreur relative est suffisamment petite pour pouvoir valider le modèle {masse + ressort + amortisseur} du chapitre I. Voici les 2 pics spectraux représentés :

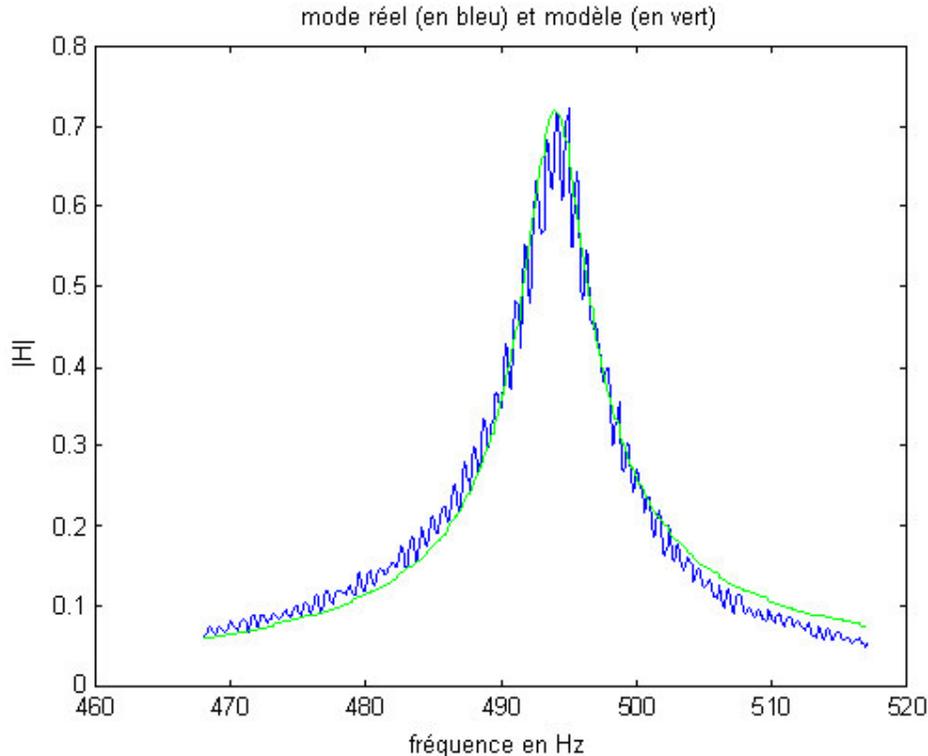


Figure 15 : comparaison du mode réel de la lame (bleu) avec son modèle (vert)

Conclusion

Grâce à ces expérimentations nous savons désormais que nous pouvons modéliser un mode de la lame de xylophone par un système {masse + ressort + amortisseur} d'ordre 2 avec une erreur relative maximale de l'ordre de 13%. Pour le mode choisi comme exemple, les paramètres du modèle valent

$$\omega_0 = 3104 \text{ rad.s}^{-1} \quad (4)$$

$$Q = 214,5 \quad (5)$$

$$H_0 = 0,72 \quad (6)$$

2 Modèle et simulation

i. Description du modèle

Il nous est désormais possible de construire le modèle d'un mode de la lame de xylophone avec le logiciel de simulation « simulink ». Ce modèle a pour but de représenter l'instrument (à 1 mode) augmenté.

Pour cela voici la méthode employée:

- 1- on modélise le mode en question par un filtre d'ordre 2 dont nous connaissons désormais les valeurs. Ce modèle représente l'amplificateur, l'actionneur piézoélectrique, le mode fondamental de la lame de xylophone, et le capteur piézoélectrique.
- 2- on construit un correcteur PID [**cf. figure 7**], prenant en entrée la vitesse u de vibration de la masse M du modèle. Il est constitué d'un gain proportionnel c , d'un gain dérivateur b et d'un gain intégral a .
- 3- on construit en plus un bloc de traitement prenant en entrée les corrections souhaitées en fréquence $\Delta\omega_0$, en amortissement ΔQ et en intensité sonore ΔH_0 . Il calcule les valeurs des gains du correcteur PID grâce aux expressions de a , b et c [**cf. équations (1), (2) et (3), p17**].
- 4- on excite l'entrée du modèle bouclé par une impulsion temporelle : $\delta(0) = 1$ et $\delta(t \neq 0) = 0$. Ce générateur d'impulsion de « simulink » permet de modéliser l'action extérieure de l'instrumentiste sur la lame.

Voici le modèle d'un mode réalisé avec « simulink » :

- non pas c mais cH_0 noté H_0G_p où $c = G_p$.

Dans ce cas, d'après les expressions précédentes, le bloc « traitement » n'a plus besoin de ω_0 , Q et H_0 pour déterminer a , b et c . Il ne prend donc comme entrée que les corrections souhaitées : $\Delta\omega_0$, ΔQ et ΔH_0 et transmet H_0G_p , H_0G_i et H_0G_d au correcteur.

Il réalise donc les opérations suivantes :

$$\begin{aligned} H_0G_p &= \Delta H_0 / (1 + \Delta H_0) \\ H_0G_i &= [1 - (1 + \Delta Q) (1 + \Delta\omega_0) / (1 + \Delta H_0)] \\ H_0G_d &= [1 - (1 + \Delta Q) / [(1 + \Delta H_0) (1 + \Delta\omega_0)]] \end{aligned}$$

Les conditions de stabilité du système bouclé [cf. chapitre I.2] sont équivalentes aux conditions suivantes sur $\Delta\omega_0$, ΔQ et ΔH_0 :

$$\begin{aligned} \Delta\omega_0 &> -100\% \\ \Delta Q &> -100\% \\ \Delta H_0 &\neq -100\% \quad (\Delta H_0 < -100\% \text{ correspond à un déphasage de } \pi \text{ rad}). \end{aligned}$$

[cf. annexe 12]

Le bloc « traitement » est présenté en annexe 12a.

b. Le bloc « correcteur » :

Par contre, le correcteur, pour obtenir a , b et c à partir de H_0G_p , H_0G_i et H_0G_d réalise les opérations :

$$\begin{aligned} a &= H_0G_d \times Q / H_0\omega_0 \\ b &= H_0G_i \times \omega_0 Q / H_0 \\ c &= H_0G_p / H_0 \end{aligned}$$

C'est pourquoi H_0 , Q et ω_0 sont transmises de l'instrument au correcteur. Puis le correcteur multiplie :

- a (gain dérivateur) par du/dt ,
- b (gain proportionnel) par u , et
- c (gain intégrateur) par $\int u$.

Cette version, où le bloc « traitement » transmet H_0G_p , H_0G_i et H_0G_d est plus lisible sur le modèle de simulation « simulink ». [cf annexe 12b]

c. Le bloc « modèle instru 1 mode » :

Il est construit à partir du modèle filtre d'ordre 2 présenté en chapitre I. Il calcule la vitesse u de vibration de la lame à partir de l'excitation qu'elle subit. [cf annexe 12c].

2- La sortie du modèle « simulink »:

Celle-ci se situe juste après l'instrument. La variable de sortie transmise au correcteur étant la vitesse de déplacement, on a placé un intégrateur de façon à pouvoir observer la position du système au cours du temps plutôt que sa vitesse.

ii. Simulation et résultats

Avec le modèle « simulink », nous allons simuler le premier mode de la lame de xylophone et lui imposer des corrections par contrôle actif en agissant sur les paramètres de correction $\Delta\omega_0$, ΔQ et ΔH_0 . Afin de modéliser au mieux le mode de la lame, nous attribuons aux paramètres du filtre les valeurs déterminées au chapitre II.1 [cf. (4), (5) et (6)]:

$$\omega_0 = 3104 \text{ rad.s}^{-1}, \text{ (ie } f_0 = 494\text{Hz)}$$

$$Q = 214,5 \text{ et}$$

$$H_0 = 0,72.$$

Rappelons que le système {amplificateur + actionneur + lame + capteur} est modélisé par un système {masse + ressort + amortisseur} soumis à la force extérieure f de l'instrumentiste et une force f' de correction provenant du contrôleur. Le diagramme de Fresnel représente le système en l'absence de correction f' :

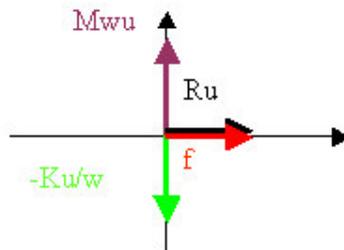


Figure 17 : diagramme de Fresnel des forces exercées sur le système {ampli+actionneur+lame+capteur}

Réalisons successivement les corrections d'amortissement, de pulsation propre et de gain statique, afin de s'assurer qu'il est possible de modifier ces paramètres indépendamment par contrôle actif.

1 Correction d'amortissement

Au cours d'une telle correction, ω_0 et H_0 doivent rester constant, c'est-à-dire $\Delta\omega_0 = \Delta H_0 = 0$.

Alors le bloc « traitement » doit fournir au bloc « correcteur » les variables suivantes:

$$H_0 G_p = \Delta H_0 / (1 + \Delta H_0) = 0$$

$$H_0G_i = [1 - (1 + \Delta Q)(1 + \Delta\omega_0)/(1 + \Delta H_0)] = -\Delta Q$$

$$H_0G_d = [1 - (1 + \Delta Q)/(1 + \Delta H_0)(1 + \Delta\omega_0)] = -\Delta Q$$

Dans les simulations suivantes ;

$\Delta\omega_0 = \Delta H_0 = 0$ (donc $H_0G_p = 0$).

Les valeurs de ΔQ , H_0G_i et H_0G_d sont :

ΔQ	-80% (bleu)	-40% (cyan)	0% (rouge)	40% (magenta)	80% (vert)
$H_0G_i = H_0G_d$	0.8	0.4	0	-0.4	-0.8

Voici les résultats obtenus :

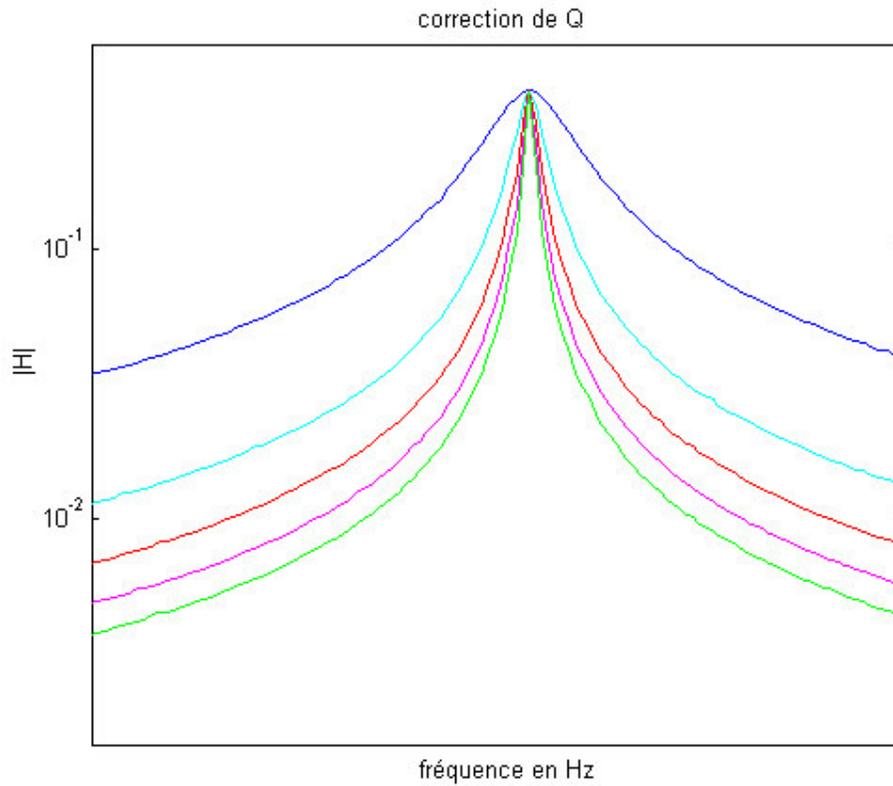


Figure 18 : spectres des réponses impulsionnelles après différentes corrections de Q

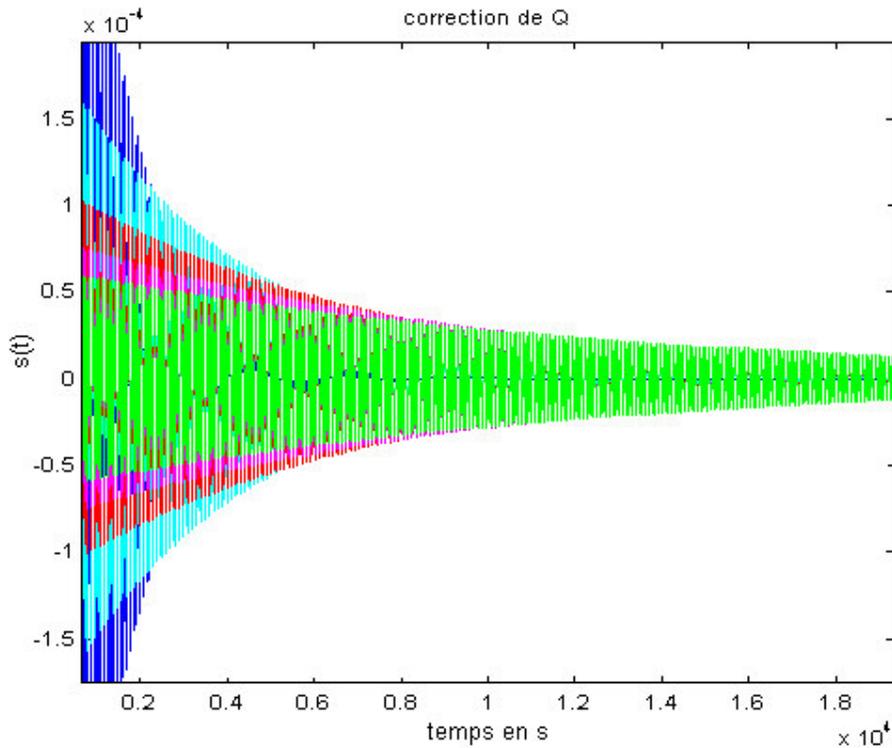


Figure 19 : réponses impulsionnelles temporelles après différentes corrections de Q

On relève en sortie du modèle de lame le signal donnant la position du système au cours du temps [cf. **fig19**]. On observe bien une vibration de la lame, que l'on peut assimiler à l'onde acoustique générée par l'instrument. La force d'excitation du système étant une impulsion qui vaut 1 en 0 et 0 ailleurs, les signaux temporels s'apparentent donc aux réponses impulsionnelles des différents instruments augmentés. Les spectres de ces signaux sont donc les fonctions de transfert de ces différents systèmes. En effet :

$$S(p) = H(p) \times F(p) \text{ où :}$$

- F est la transformée de Laplace du modèle de force exercée par l'instrumentiste sur le système bouclé,
- S est la transformée de Laplace du signal de sortie, donnant la position d'un point du système qui modélise le mode.

$$\text{Si } f(t) = \delta(t), F(p) = \int e^{-pt} \delta(t) dt = 1 \text{ et donc } S(p) = H(p).$$

On observe bien que les signaux temporels mettent d'autant plus de temps à s'atténuer que Q est grand (plus Q est grand, moins le système est amorti) [cf. **fig19**].

On s'assure aussi que les fonctions de transfert des systèmes augmentés ont un pic d'autant plus sélectif (c'est-à-dire pointu) que Q est petit [cf. **fig18**].

Les spectres sont bien tous centrés sur la même fréquence (494Hz) et ont la même valeur de maximum. H_0 et ω_0 sont donc bien restés constants. Afin de vérifier que la

correction de Q observée correspond bien à des augmentations de -80%, -40%, 0, 40% et 80%, nous simulons le système sans correction ($\Delta\omega_0 = \Delta Q = \Delta H_0 = 0$) pour Q valant successivement :

- 42,9 (= 20% de Q),
- 128,7 (= 60% de Q),
- 214,5 = Q ,
- 300,3 (= 140% de Q) et
- 386,1 (= 180% de Q).

La figure suivante superpose les signaux temporels des deux essais :

- 1- $Q = 214.5$ et $\Delta Q = 80\%$ (en bleu).
- 2- $Q = 386.1$ et $\Delta Q = 0$ (en cyan).

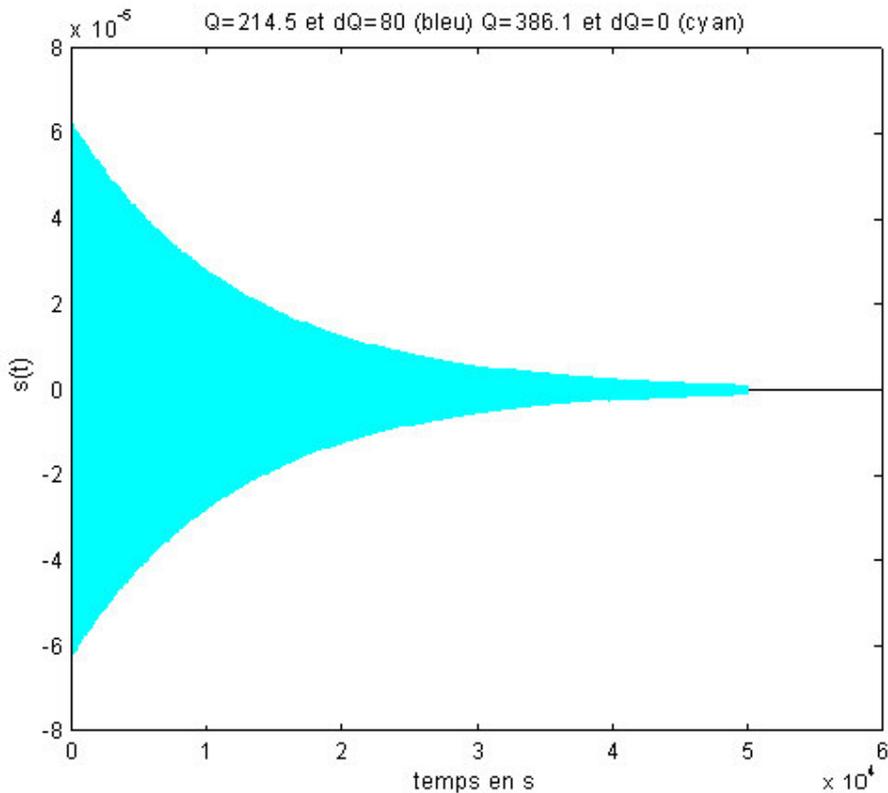


Figure 20: réponses impulsionnelles (confondues) de l'instrument augmenté ($\omega_0, Q \rightarrow Q', H_0'$) et d'un instrument de paramètres physiques ω_0, Q' et H_0 .

Les deux courbes [cf. fig20] sont bien confondues. Le changement d'amortissement d'un instrument à un mode est donc possible et bien contrôlé en simulation.

2 Correction de pulsation propre

Ce sont désormais Q et H_0 qui restent constants. Alors $\Delta Q = \Delta H_0 = 0$ et donc :

$$H_0 G_p = \Delta H_0 / (1 + \Delta H_0) = 0.$$

$$H_0 G_i = [1 - (1 + \Delta Q) (1 + \Delta \omega_0) / (1 + \Delta H_0)] = -\Delta \omega_0$$

$$H_0 G_d = [1 - (1 + \Delta Q) / [(1 + \Delta H_0) (1 + \Delta \omega_0)]] = \Delta \omega_0 / (1 + \Delta \omega_0)$$

Au cours de ces simulations :

$$\Delta Q = \Delta H_0 = 0 \text{ (donc } H_0 G_p = 0).$$

Les premiers tests de contrôle actif réalisés analogiquement sur la lame ont permis de changer la note émise avec une excursion de 1 ton approximativement, c'est-à-dire que f_0 variait entre 466 Hz et 523 Hz. Cette correction correspond à $\Delta \omega \in [-5.6\%, 5.95\%]$.

Nous donnons par conséquent à $\Delta \omega_0$ des valeurs plus réalistes que pour ΔQ :

$\Delta \omega_0$	-20% (bleu)	-10% (cyan)	0% (rouge)	10% (magenta)	20% (vert)
$H_0 G_i$	0.2	0.1	0	-0.1	-0.2
$H_0 G_d$	-0.25	-0.111111	0	0.090909	0.666666

Voici les signaux observés :

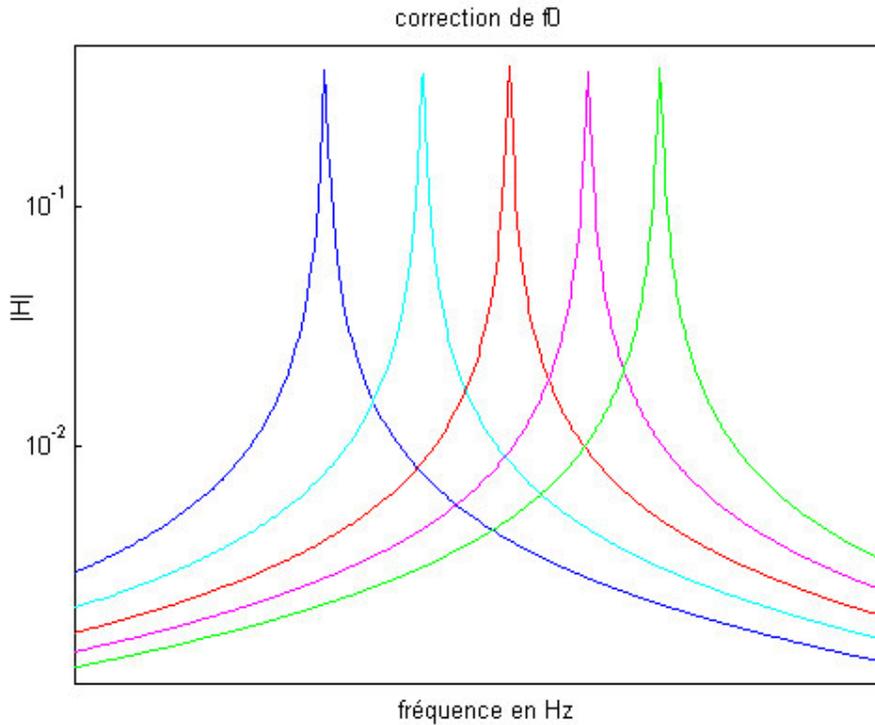


Figure 21 : spectres (en dB) des réponses impulsionnelles après différentes corrections de ω_0

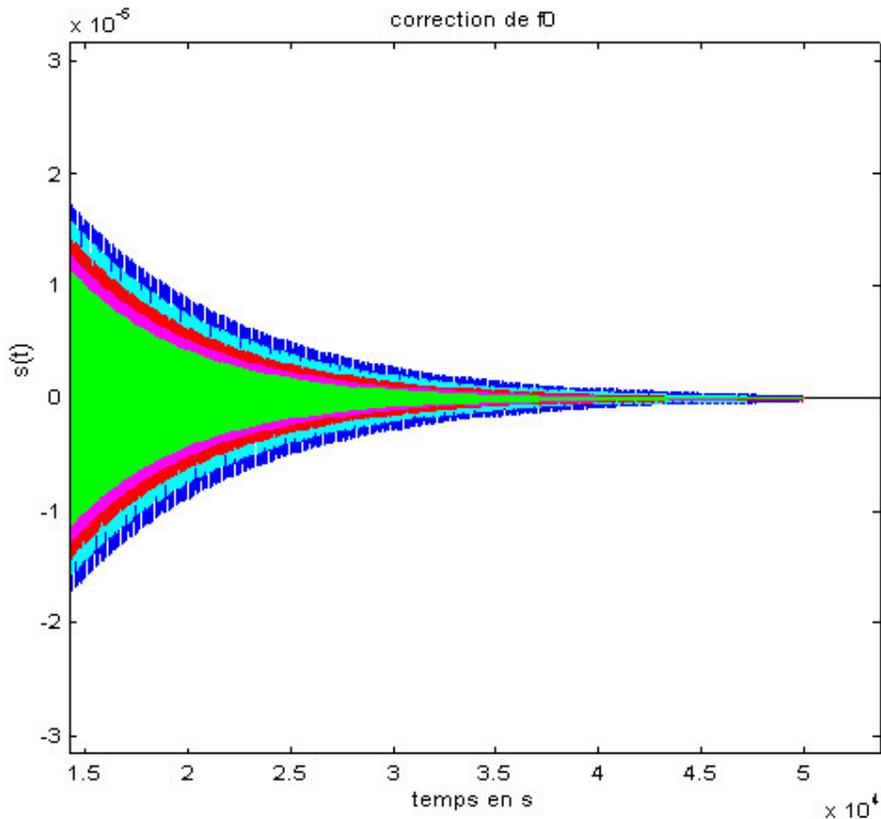


Figure 22 : réponses impulsionnelles après différentes corrections de ω_0

Les réponses impulsionnelles temporelles [cf. fig22] prouvent que les systèmes sont amortis approximativement de la même façon. En effet même si les amplitudes instantanées sont légèrement plus grandes pour les signaux basse fréquence les temps de décroissance semblent identiques.

Sur les fonctions de transfert [cf. fig21] cet effet est aussi visible : les pics spectraux possèdent approximativement la même sélectivité mais leurs amplitudes diffèrent faiblement. Ceci signifie que Q est resté approximativement constant au cours des tests ($\Delta Q = 0$ comme prévu) mais que le gain H_0 aurait quelque peu fluctué avec les modifications de f_0 . Ce défaut pourrait s'expliquer par les caractéristiques du simulateur cf. chapitre II.4. Résultats et limites du modèle.

Par ailleurs, l'effet principal observé est (heureusement) le décalage en fréquence des pics spectraux, qui témoigne de la correction en fréquence du système bouclé.

Les maxima des différents pics sont situés en 395Hz, 445Hz, 494Hz, 543Hz et 593Hz.

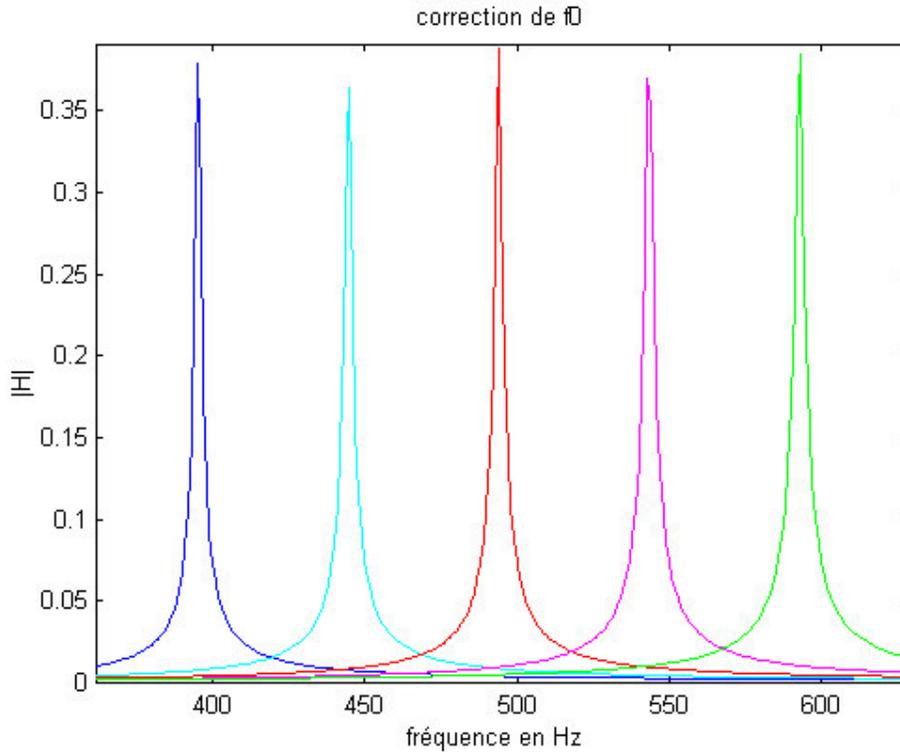


Figure 23 : spectres des réponses impulsionnelles après différentes corrections de ω_0

Comparons ces valeurs aux valeurs théoriques attendues :

Valeur théorique du max	395,2 Hz	444.6 Hz	494 Hz	543.4 Hz	592.8 Hz
Valeur observée du max	395 Hz	445 Hz	494 Hz	543 Hz	593 Hz

Les fréquences propres observées [cf. fig23] sont les mêmes que celles prévues. (Les erreurs proviennent du fait que « matlab » place forcément les maxima sur un échantillon entier...) On a donc contrôlé en simulation la modification de fréquence propre de l'instrument augmenté, par contrôle actif.

3 Correction de gain statique

Enfin ce sont Q et ω_0 qui restent constants : $\Delta Q = \Delta \omega_0 = 0$ et donc :

$$H_0 G_p = \Delta H_0 / (1 + \Delta H_0)$$

$$H_0 G_i = [1 - (1 + \Delta Q) (1 + \Delta \omega_0) / (1 + \Delta H_0)] = \Delta H_0 / (1 + \Delta H_0) = H_0 G_p$$

$$H_0 G_d = [1 - (1 + \Delta Q) / [(1 + \Delta H_0) (1 + \Delta \omega_0)]] = \Delta H_0 / (1 + \Delta H_0) = H_0 G_p$$

Au cours de ces simulations :

$$\Delta Q = \Delta \omega_0 = 0 \text{ et alors } H_0 G_p = H_0 G_i = H_0 G_d.$$

Les valeurs attribuées à ΔH_0 sont :

ΔH_0	-80% (bleu)	-40% (cyan)	0% (rouge)	40% (magenta)	80% (vert)
$H_0 G_p = H_0 G_i = H_0 G_d$	-4	-0.66667	0	0.2857	0.44444

Voici les signaux observés :

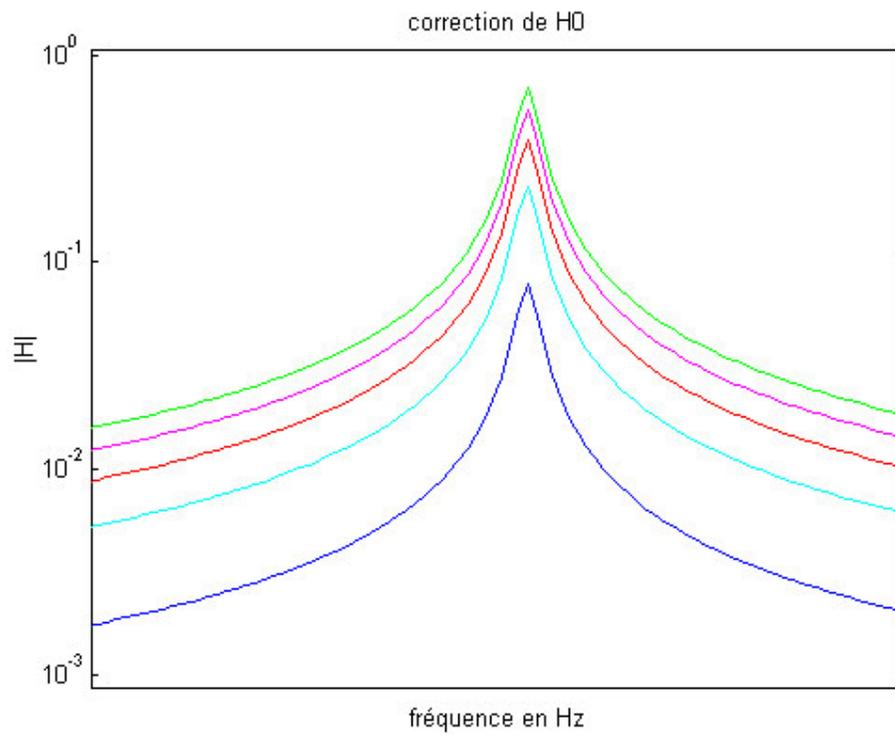


Figure 24 : spectres des réponses impulsionnelles après différentes corrections de H_0

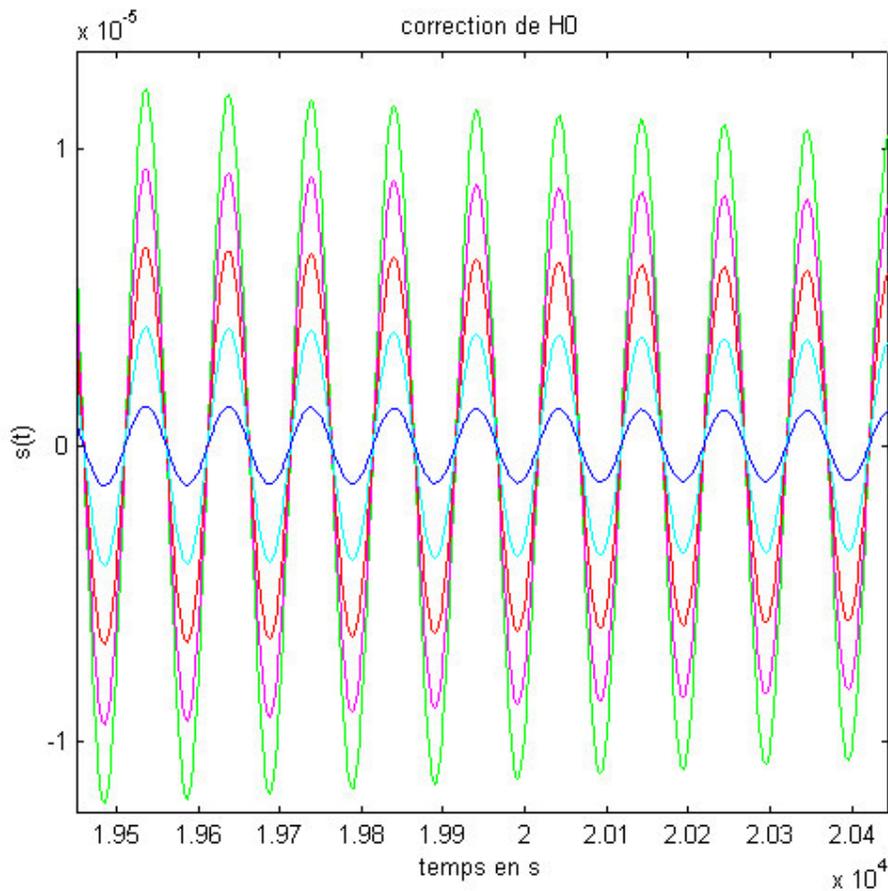


Figure 25: réponses impulsionnelles après différentes corrections de H_0

Les fonctions de transfert [cf. fig24] présentent des pics centrés aux mêmes fréquences et de même forme. Les pics spectraux semblent même être parallèles les uns avec les autres. Ceci signifie que f_0 et Q ont été conservés alors que H_0 a été modifié.

De plus, les signaux temporels [cf. fig25] ont visiblement même fréquence. Assurons-nous que les corrections en H_0 sont bien respectivement de -80%, -40%, 0%, 40% et 80%. Pour cela il suffit de comparer à un instant t donné les amplitudes des signaux temporels avec celle du signal non corrigé (en rouge), pour lequel $\Delta H_0 = 0$. Nous choisissons le 20^{ème} échantillon, par exemple ($n = 20000$). En ce point les amplitudes valent :

Correction de H_0	-80%	-40%	0%	40%	80%
Valeur théorique de l'amplitude	-1.06	-3.19	-5.32	-7.441	-9.567
Valeur observée de l'amplitude ($\times 10^{-6}$)	-1.06	-3.19	-5.32	-7.441	-9.567

La simulation de la correction d'amplitude donne encore une fois exactement les valeurs théoriques attendues.

4 Autres effets

A partir des corrections réalisées précédemment il est possible de faire émaner du modèle d'instrument de nouveaux effets sonores. Ceux-ci sont élaborés à partir des corrections en fréquence, en amortissement ou en gain statique. Parmi tous les effets que l'on peut imaginer nous avons simulé une lame de xylophone à un mode avec effet tremolo puis une autre avec effet vibrato.

a. Effet tremolo

Pour doter la lame de xylophone d'un effet tremolo, il suffit de lui imposer une correction d'amortissement ou de gain statique sinusoïdale. Dans le modèle « simulink », il suffit donc de remplacer la constante ΔQ (ou ΔH_0) par un générateur sinusoïdal de fréquence désirée et d'amplitude $\Delta Q \in]-100\%, 100\%[$ pour que les gains du correcteur PID soient toujours définis. On choisit par exemple de réaliser un tremolo de fréquence 10 Hz (suffisamment faible pour que l'effet soit facilement audible) et d'amplitude 30%. ΔQ varie donc sinusoïdalement entre $-0,3$ et $+0,3$ à la fréquence de 10 Hz.

Voici l'allure temporelle et le spectrogramme du signal simulé en sortie de l'instrument :

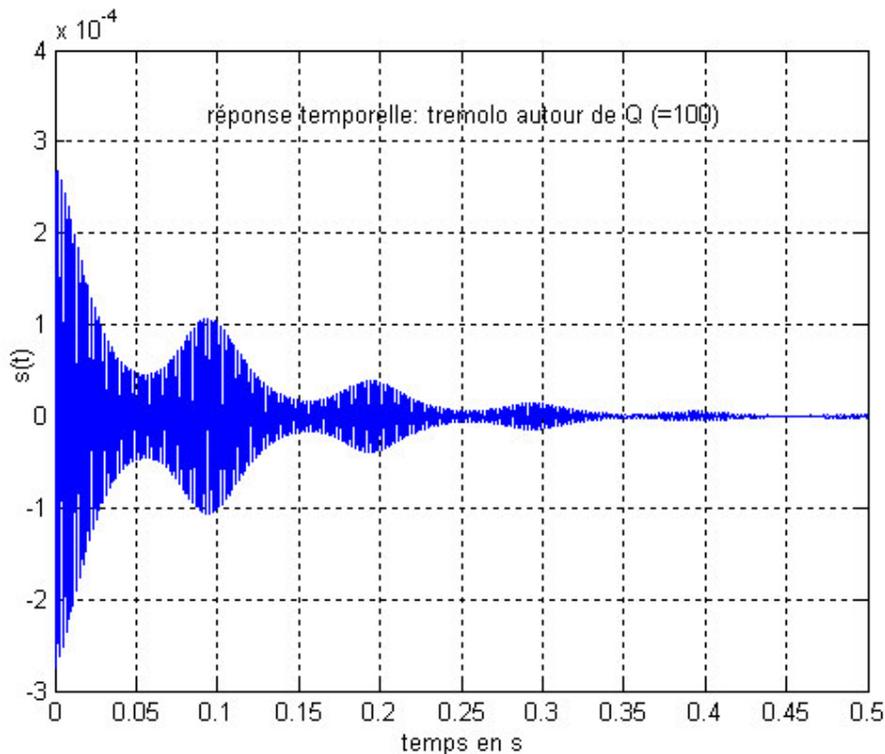


Figure 26: réponse impulsionnelle de l'instrument avec effet tremolo

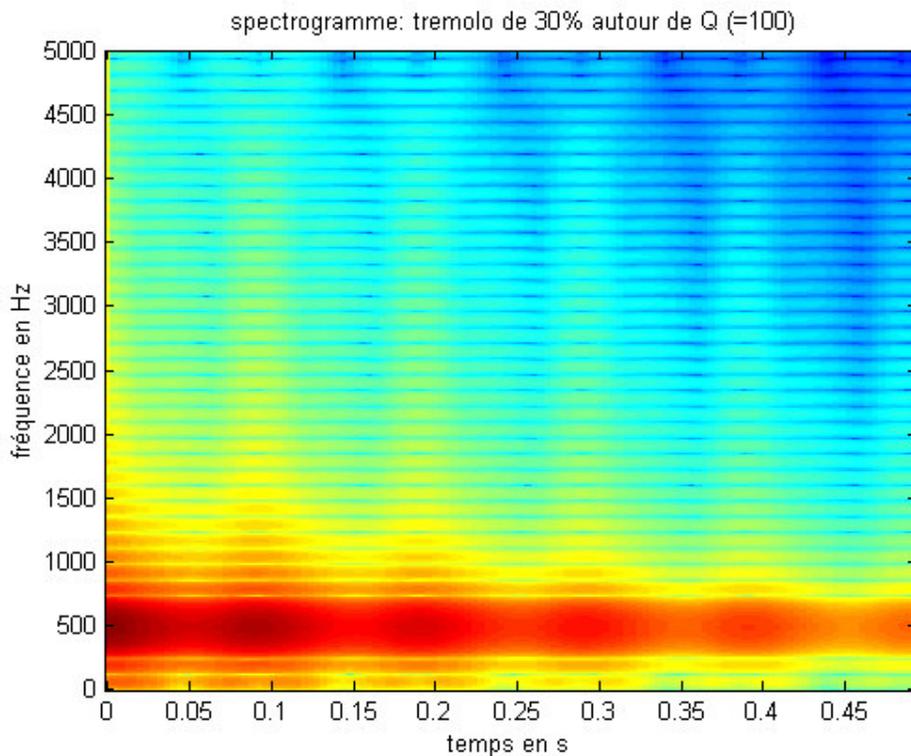


Figure 27: spectrogramme de la réponse de l'instrument avec effet tremolo

On voit sur le spectrogramme [cf. **fig27**] que l'effet généré ne modifie que Q au cours du temps (et pas ω_0 ni H_0). En effet la fréquence où l'amplitude est maximale est constante vers 494Hz. Par contre on observe que l'intensité des basses fréquences proches du mode fondamental varie sinusoidalement.

b. Effet vibrato

L'effet vibrato est appliqué à la lame en remplaçant la constante $\Delta\omega_0$ par un signal sinusoidal, alors que Q et H_0 restent constants. Pour les mêmes raisons que l'effet tremolo, la sinusoïde aura une amplitude située dans $]-100\%,100\%[$. On lui donne une excursion en fréquence de 5% autour de 490 Hz par exemple et une fréquence de 10 Hz.

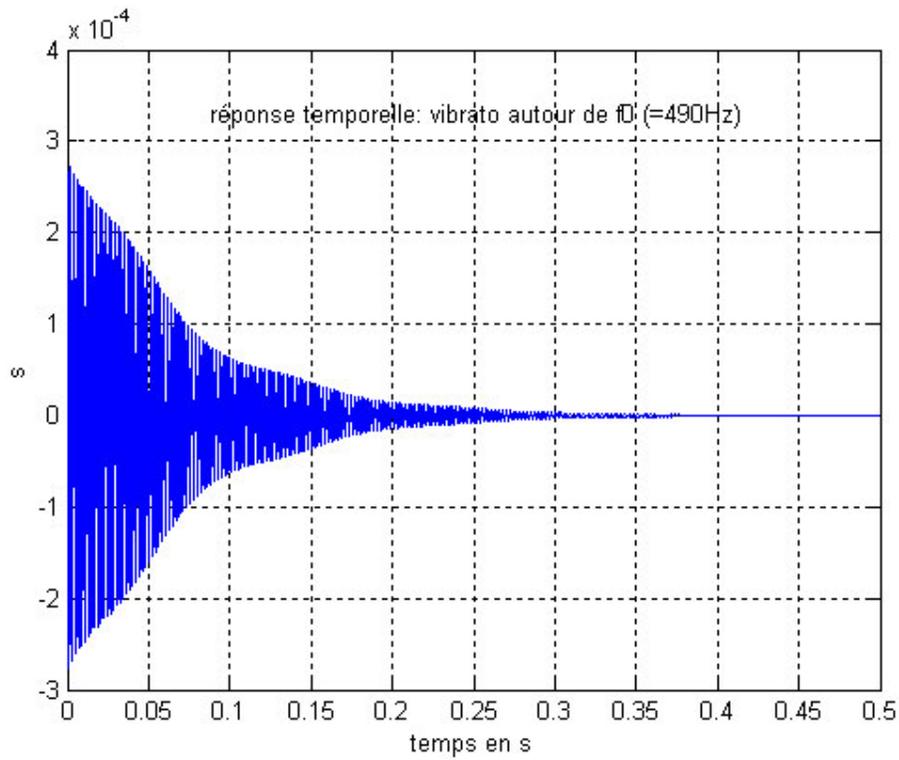


Figure 28 : réponse impulsionnelle de l'instrument avec effet vibrato

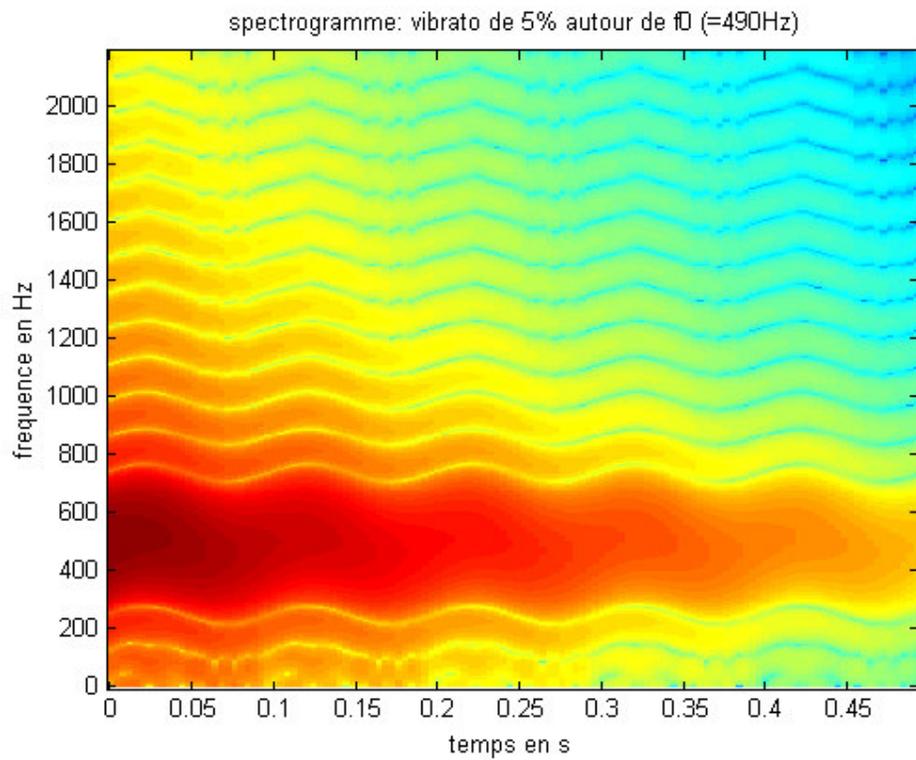


Figure 29 : spectrogramme de la réponse de l'instrument avec effet vibrato

Le spectrogramme [cf. fig27] permet de visualiser la fréquence instantanée du signal sortant du modèle qui varie sinusoidalement au cours du temps.

En conclusion nous avons montré dans cette partie que la simulation avec le logiciel « simulink » du contrôle actif sur un modèle de lame de xylophone à 1 mode fonctionne comme l'a prévu la théorie.

Les simulations ont prouvé en particulier que le contrôle actif permet de modifier les paramètres ω_0 , Q et H_0 un par un et indépendamment les uns des autres.

3 Tests réels : dispositif expérimental

Les simulations ont donné des résultats optimistes qui nous poussent à remplacer le modèle du mode de la lame par la vraie lame de xylophone. Alors le modèle d'impulsion est aussi remplacé par l'excitation réelle du maillet de l'instrumentiste sur la lame.

i. Carte DSP

Pour effectuer du contrôle actif sur la lame réelle de xylophone, il est nécessaire de posséder tous les éléments cités en simulation : l'actionneur, la lame, le capteur et le correcteur PID. Alors que l'actionneur, le capteur piézoélectriques et la lame en matériau composite sont bien réels, le correcteur PID lui a pour l'instant été implémenté avec « simulink ». Il est désormais nécessaire de connecter le capteur à son entrée et l'actionneur à sa sortie. Cette fonction est assurée par la carte DSP (Digital Signal Processing) DSpace 1102 de Texas Instrument.

Utiliser ce DSP permet de bénéficier des avantages suivants:

- 1- Il possède plusieurs ports entrée/sortie permettant de communiquer avec l'extérieur en l'occurrence ici avec le capteur et l'actionneur.
- 2- Il peut être programmé en « simulink ». C'est-à-dire qu'il est capable de compiler un fichier modèle de « simulink » (fichier .mdl). [cf. annexe 13]. Par conséquent, il est possible d'utiliser directement les blocs « traitement » et « correcteur_PID » élaborés pour la simulation.
- 3- Le DSP est fourni avec un logiciel (« Cockpit ») qui interagit avec le modèle « simulink » et le processeur du DSP. Plus précisément, après la compilation du modèle, « Cockpit » fournit à l'utilisateur une interface graphique avec laquelle il peut choisir et modifier en temps réel les variables du modèle compilé. Dans notre cas il sera donc possible de modifier les valeurs des variables d'entrée $\Delta\omega_0$, ΔQ et ΔH_0 sans devoir recompiler le fichier .mdl.

ii. Amplificateur

Le signal fourni en sortie du DSP est compris entre -10V et 10V ; son amplitude est trop faible pour parvenir à exciter la lame au moyen de l'actionneur. On a donc ajouté au dispositif un amplificateur de gain 100 qui sature à 200V. On veillera donc à ce que sa tension d'entrée reste inférieure à 2V. La sortie du DSP sera donc directement connectée à l'amplificateur.

Bien qu'elle soit supposée linéaire sur [0, 2V], la caractéristique de l'amplificateur n'a pas été mesurée. Cependant, la fonction de transfert de l'instrument a été obtenue expérimentalement au chapitre II.1.ii. *Mesure de la fonction de transfert du système* entre l'entrée de l'amplificateur et la sortie du capteur. Elle prend donc en compte les caractéristiques de l'amplificateur, de l'actionneur, de la lame et du capteur. C'est donc bien le modèle de notre dispositif expérimental qui a été validé au chapitre II.1.

iii. Correcteur PID

Le correcteur PID réalisé en simulation a pour rôle de fournir le signal nécessaire à la correction du premier mode de la lame de xylophone. Cependant le signal qu'il reçoit par le port d'entrée du DSP est obtenu en conditions réelles et comprend donc tous les modes de la lame. Afin de se ramener aux conditions de simulation nous allons faire précéder le correcteur PID d'un filtre passe-bande d'ordre 2. Il est centré sur ω_0' , pulsation de coupure de l'instrument augmenté. Sa sélectivité permet d'éliminer les fréquences supérieures à ω_0' et les bruits parasites de fréquences inférieures. Voici sa réponse impulsionnelle :

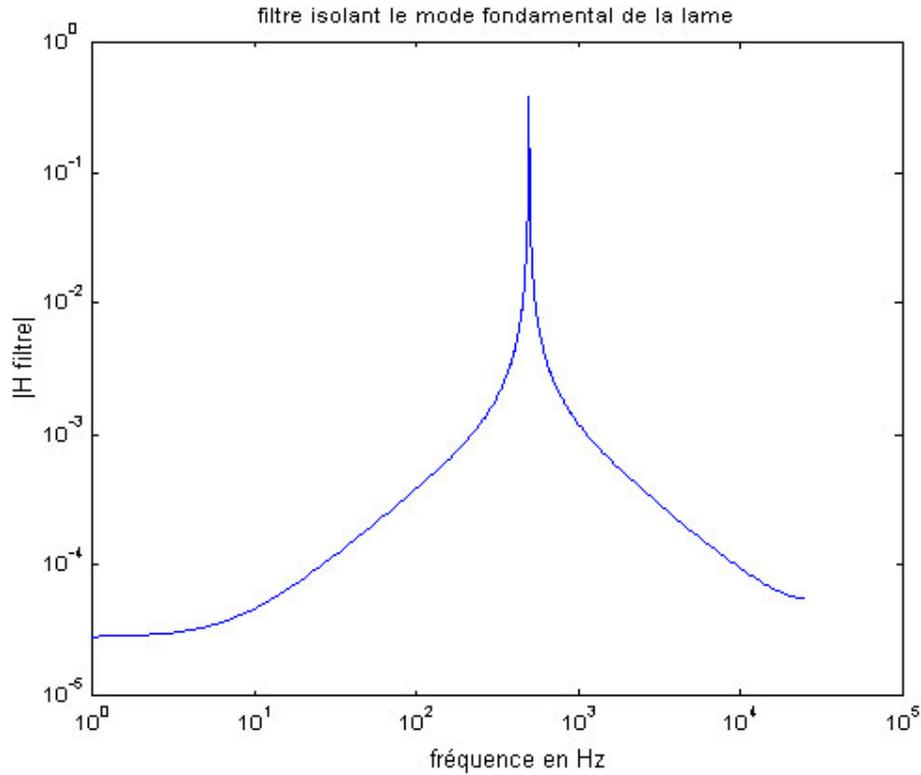


Figure 30 : fonction de transfert du filtre isolant le mode fondamental de la lame

Ce filtre est ajouté au modèle « simulink » en amont du correcteur. Il prend comme entrée le signal issu du capteur et aussi $\Delta\omega_0$ choisi par l'utilisateur. Ainsi il peut calculer à chaque instant la fréquence où il doit se centrer, $\omega_0' = \omega_0 (1 + \Delta\omega_0)$, sachant que ω_0 est fixé à 494Hz.

Enfin les variables d'entrée sur lesquelles l'utilisateur agira par l'intermédiaire de « Cockpit » sont $\Delta\omega_0$, ΔQ et ΔH_0 . Elles ont été choisies arbitrairement. En effet on pourrait préférer agir sur la durée de la note (par la constante de temps τ), plutôt que sur l'amortissement par Q . Les relations (1'), (2') et (3') du *chapitre I.3.iv* exprimant les gains a, b et c en fonction de $\Delta\tau$ permettent d'élaborer facilement un nouveau correcteur admettant $\Delta\tau$ comme variable d'entrée.

D'une manière générale, la lame de xylophone augmentée a la forme suivante :

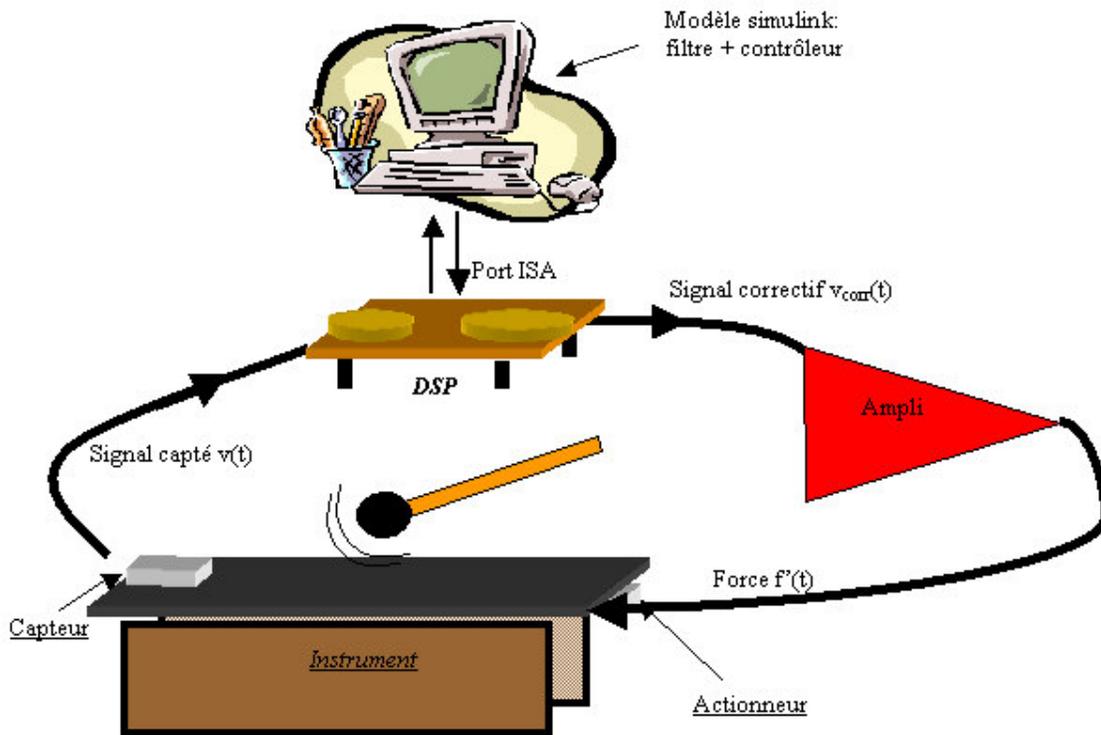


Figure 31 : schéma de l'instrument augmenté total

Dans ces conditions, les tests réels peuvent être effectués.

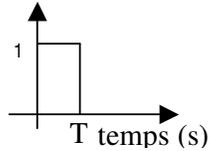
4 Résultats et limites du modèle

Les premiers tests en conditions réelles ont permis de changer l'amortissement et la fréquence propre de la lame de xylophone. Les modifications des paramètres sont réalisées en temps réel par le logiciel « Cockpit ». Cependant deux défauts majeurs ont été mis en évidence : l'apparition de sons parasites dans le son émis par la lame augmentée, et le manque de contrôle des paramètres sonores à partir des paramètres physiques.

i. Qualité sonore de la lame augmentée

Au cours des test réels, le son émis par la lame augmentée comprend des hautes fréquences qui ne correspondent pas aux partiels (naturels) de la lame non augmentée et qui rendent le son émis désagréable.

L'apparition de ces hautes fréquences parasites s'explique de la manière suivante. Le signal calculé par le correcteur PID est transmis à l'amplificateur par le port de sortie du DSP. Bien sûr le correcteur calcule un signal numérique qui traverse ensuite le CNA du DSP. Dans ce convertisseur les valeurs numériques sont interpolées à l'aide d'un bloqueur d'ordre 0. C'est-à-dire que le signal correctif numérique est convolué avec le signal suivant :



Où $T = 1/F_s$ est le pas d'échantillonnage imposé par l'utilisateur au DSP lors de la compilation du modèle « simulink ». On obtient alors en sortie du DSP un signal « crénelé ». Pour limiter les distorsions de ce signal il suffit d'imposer une fréquence d'échantillonnage suffisamment grande. Cependant plus F_s est grande et plus le délai laissé au processeur du DSP pour calculer les échantillons est court. Le choix de F_s dépend donc directement de la quantité et donc de la durée de calcul nécessaire pour construire un échantillon. En somme F_s dépend de la complexité du correcteur « simulink ».

Après avoir optimisé le correcteur PID, j'ai réalisé des tests pour connaître la fréquence d'échantillonnage maximale pouvant être imposée. Dans chacun des modèles possibles le pas expérimenté le plus faible est 0,12ms c'est-à-dire $F_s \leq 4,16$ kHz. Cette valeur semble suffisante pour respecter la condition de Shannon, puisque le mode sur lequel nous travaillons est centré sur 494 Hz. Cependant, la distorsion introduite enrichit le spectre du son émis par la lame et ajoute des composantes haute fréquence audibles. Voici un exemple de signal correctif recueilli en sortie du correcteur :

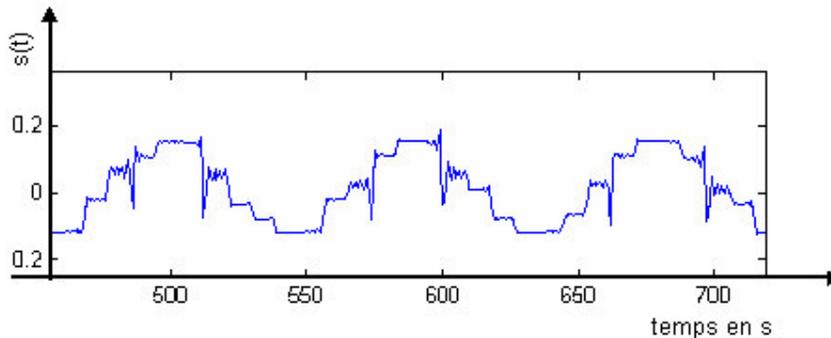


Figure 32 : signal crénelé en sortie du DSP

Pour remédier à ce défaut il suffit d'ajouter un filtre après la sortie du DSP. Il s'agit d'un filtre analogique passe-bas construit à partir de 2 filtres RC en cascade :

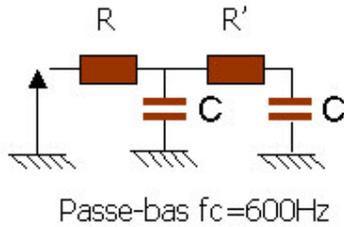


Figure 33 : filtre analogique passe-bas en aval du DSP

Les composants R et C ont été choisis de sorte que sa fréquence de coupure soit immédiatement supérieure à la fréquence du mode 494 Hz. Dans ce cas les modes supérieurs de la lame ne seront pas modifiés par contrôle actif, ce qui n'était pas permis de toute façon par notre correcteur. Cependant ces partiels sonneront quand même, naturellement émis par la lame. Dans notre cas f_c est de l'ordre de 590Hz [cf. annexe 14].

Comparons les spectres des vibrations de la lame et donc du son émis avec filtre (en bleu) et sans filtre (en rouge). Ces signaux ont été mesurés en sortie du capteur :

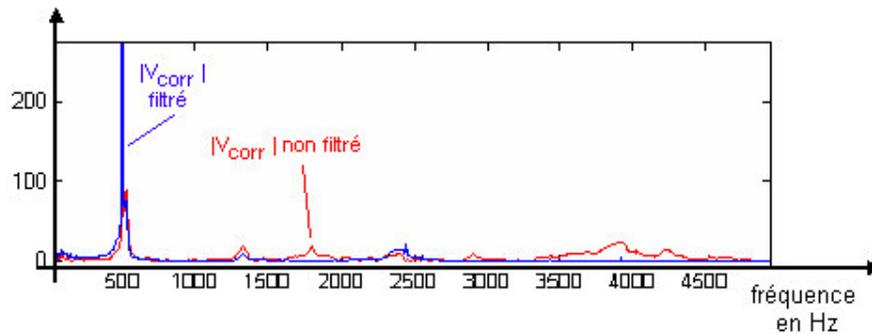


Figure 34 : spectre du signal capté : filtré en bleu, non filtré en rouge

Ce filtrage permet d'éliminer beaucoup de hautes fréquences au dessus de 1 kHz qui sont très présentes sur le spectre du signal non filtré. Le pic spectral bleu situé vers 2400 Hz est le second mode de la lame non augmenté qui est émis naturellement et qui, lui, n'a pas été affecté par contrôle actif.

Les tests réels effectués après filtrage produisent un son plus agréable. La composante haute fréquence a été très largement atténuée.

ii. Contrôle des paramètres sonores

Même si au cours des premiers tests réels les paramètres sonores (hauteur et amortissement de la note) sont modifiés, ces modifications ne sont pas maîtrisées.

En effet un changement de ω_0 provoque un changement d'amortissement et vice versa. De plus, une correction de hauteur de 20% ($\Delta\omega_0 = 20\%$) commandée par l'utilisateur sur la note initiale (494Hz) ne fournit pas une fréquence de 592,8Hz (qui correspondrait à un ré un peu haut) ; en effet, il est difficile d'atteindre un demi-ton d'excursion (la# pour $\Delta\omega_0 < 0$, do pour $\Delta\omega_0 > 0$).

Une explication possible et sans doute partielle de ce défaut est la désynchronisation du signal de correction avec la vibration de la lame. En effet dans le schéma bloc représentant l'instrument augmenté, le signal de correction est généré à l'instant même où le signal capté parvient au correcteur. En réalité cette hypothèse est fautive puisque la durée nécessaire au processeur pour construire chaque échantillon, qui est proportionnelle à la complexité du programme, retarde le signal correctif. Par conséquent l'actionneur est excité un peu après l'instant prévu en théorie.

Supposons que pour un même modèle de correcteur « simulink », le temps de calcul soit le même quelle que soit la correction imposée. Pour mesurer ce retard, nous allons donc provoquer une correction telle que le signal correctif soit en opposition de phase avec le signal de vibration de la lame. Le décalage de phase permettra alors d'évaluer le retard introduit par le correcteur.

D'après le diagramme de Fresnel, la force f' fournie par l'actionneur est en opposition de phase avec la vitesse u d'un point de la lame lorsque f' et Ru ont même direction et sens contraire sur le schéma :

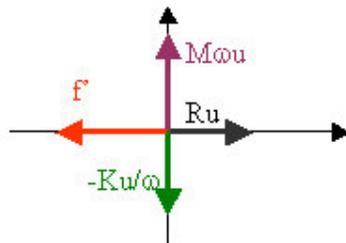


Figure 35 : diagramme de Fresnel des forces mises en jeu, avec atténuation de la résistance

Alors $f'(t) = c u(t)$, avec $c < 0$, c'est-à-dire que $a = b = 0$.

Dans ce cas déterminons les corrections à imposer au correcteur :

$$\begin{aligned} \Delta\omega_0 &= \sqrt{[(1 - bH_0/Q\omega_0) / (1 - aH_0\omega_0/Q)] - 1} = 0 \\ \Delta Q &= \sqrt{[(1 - bH_0/Q\omega_0)(1 - aH_0\omega_0/Q)] / (1 - cH_0) - 1} = cH_0 / (1 - cH_0) \\ \Delta H_0 &= H_0 / (1 - H_0 c) - 1 \end{aligned}$$

Pour effectuer cette correction qui revient à modifier la résistance R du système {Masse + Ressort + Amortisseur}, il faut conserver ω_0 et changer H_0 et Q . On remarque expérimentalement que quelle que soit la valeur de c (< 0), les valeurs de ΔQ et ΔH_0 qui en découlent provoquent toujours le même déphasage entre le signal sortant du correcteur et le signal sortant du capteur.

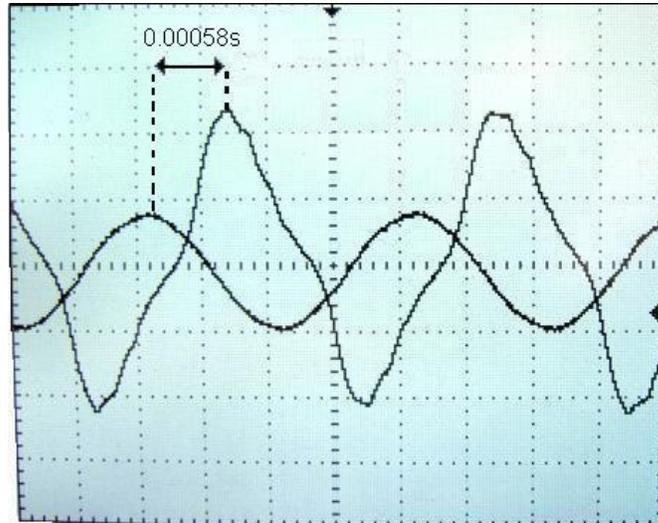


Figure 36 : déphasage entre la vibration u de la lame et le signal correctif v_{corr}

Ce retard est mesuré à 0.58 ms [cf. fig36]. Et il est capable de provoquer des effets non désirés sur l'instrument augmenté : en effet f' et u n'étant plus en opposition de phase le diagramme de Fresnel devient :

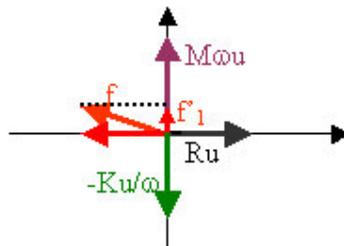


Figure 37 : diagramme de Fresnel avec prise en compte du retard

f' possède désormais une composante suivant u et une composante suivant ju [cf. fig37]. La fréquence propre du système augmentée est la fréquence pour laquelle toutes les composantes imaginaires s'annulent c'est-à-dire $M\omega_0 - K/\omega_0 + f'_1 = 0$.

En l'absence de déphasage, $f'_1 = 0$ et on a bien $\omega_0 = \sqrt{K/M}$; l'apparition de ce terme provoque une modification de ω_0 . En effet f' est en retard sur $-u$ donc $\varphi(f') < \varphi(u)$ alors $f'_1 > 0$. Par conséquent la correction imposée doit provoquer une diminution de la fréquence libre du système. En effet :

$$M\omega_0'^2 + f'_1\omega_0' - K = 0, \Delta = f_1'^2 + 4MK > 0 \text{ alors}$$

$$\omega_0' = (-f_1' \pm \sqrt{\Delta}) / (2M) < \sqrt{\Delta} / (2M), \text{ car } f_1' > 0.$$

Comparons ω_0' et $\sqrt{(K/M)}$; ie comparons $-f_1 \pm \sqrt{\Delta}$ et $\sqrt{4KM}$:

$$\begin{aligned} -f_1 \pm \sqrt{\Delta} > \sqrt{4KM} &\Leftrightarrow (f_1 \pm \sqrt{\Delta})^2 > 4KM \text{ car } \sqrt{4KM} > 0 \\ &\Leftrightarrow 2f_1^2 \pm 2f_1\sqrt{\Delta} > 0 \\ &\Leftrightarrow 2f_1^2 > 2f_1\sqrt{\Delta} \text{ car } 2f_1^2 > 0 \\ &\Leftrightarrow f_1^2 > f_1\sqrt{\Delta} + 2MK \\ &\Leftrightarrow 0 > 4MK, \text{ ce qui n'est jamais vérifié...} \end{aligned}$$

Par conséquent $\omega_0' < \sqrt{(K/M)}$ donc le déphasage provoque une diminution de la fréquence libre. On entend une note plus basse.

La solution est de retarder $f'(t)$ suffisamment pour qu'elle soit en opposition de phase avec la période suivante de $u(t)$. Comme pour une correction d'amortissement, le déphasage est indépendant de la valeur de ΔQ , le retard à ajouter lui aussi doit être constant. Afin de le mesurer avec précision, on ajoute en aval du correcteur PID un déphaseur variable dont le retard est une variable d'entrée. Après compilation, il est donc possible à l'utilisateur de le régler jusqu'à ce que les deux signaux soient en opposition de phase c'est-à-dire jusqu'à ce que l'amortissement soit minimal. Cette méthode permet de mesurer le déphasage « à l'oreille » avec précision.

Remarque : on aurait pu choisir de mesurer le retard en imposant une force en phase avec u mais cela aurait conduit à une diminution d'amortissement. Or la lame ne résonne pas beaucoup naturellement, il est donc plus difficile de savoir lorsque l'amortissement est maximal plutôt que minimal. La valeur mesurée est 0,58 ms. Elle est fixée dans le déphaseur du correcteur pour une correction de Q .

Problème de la correction de ω_0 :

Pour les mêmes raisons que précédemment, sans déphasage supplémentaire, une correction de ω_0 provoque une modification de Q' . Cependant le retard à compenser est différent du retard au cours d'une correction d'amortissement. La quantité de calculs effectués par le correcteur n'est donc plus la même. Il s'agit donc de le mesurer à nouveau, expérimentalement.

On se place dans le cas où $\Delta\omega_0 = 0$, et on règle ΔH_0 et ΔQ de sorte que le son émis par la lame soit à la limite de l'oscillation continue autoentretenu (amortissement minimal avant larsen). On impose maintenant $\Delta\omega_0 = 3$ par exemple. Alors l'amortissement ayant été modifié, le son n'est plus autoentretenu. Nous déphasons le signal correctif jusqu'à ce que le son soit à nouveau à la limite de l'oscillation autoentretenu. On relève alors la valeur du retard injecté.

Si on impose une nouvelle correction en fréquence le son n'est plus à la limite de l'oscillation autoentretenu. En effet le déphasage n'est plus exactement le même que celui mesuré pour la correction précédente puisque la vibration de la lame a changé de fréquence. Une modification de ω_0 provoque donc un décalage temporel entre le signal correctif f' et u . On en déduit que le retard à injecter dans le déphaseur va dépendre de la correction $\Delta\omega_0$ imposée par l'utilisateur. On choisit donc de le mesurer expérimentalement en se plaçant pour chaque valeur de ω_0 à la limite du son autoentretenu.

On obtient la courbe exprimant le retard τ à injecter en fonction de $\Delta\omega_0$ [cf. **tableau de valeurs mesurées en annexe 15**] :

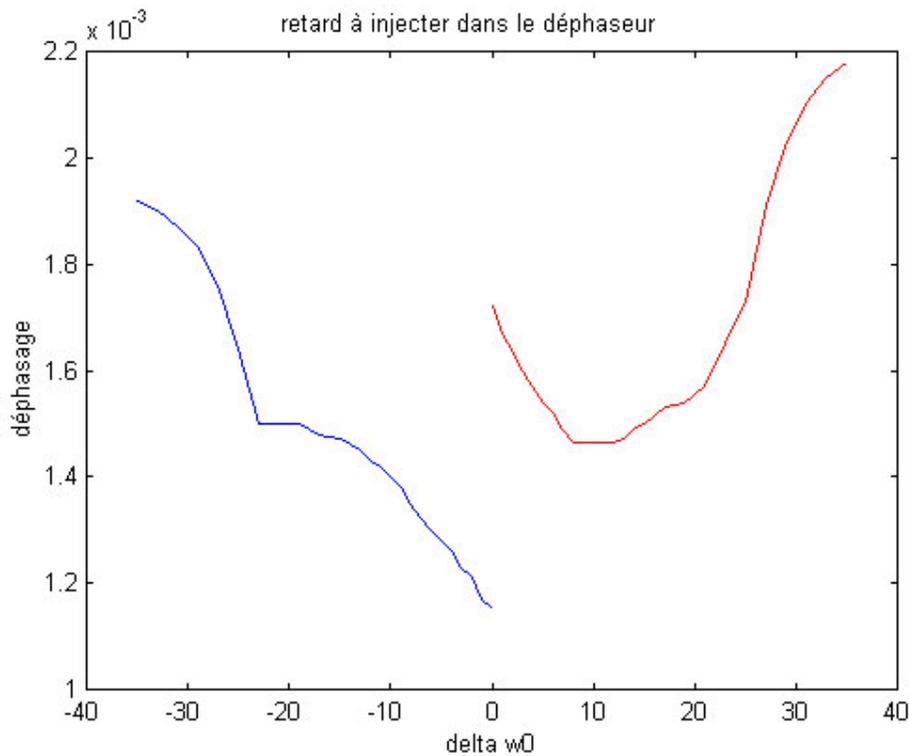


Figure 38 : retard que doit injecter le déphaseur en fonction de $\Delta\omega_0$

Remarques :

1- Cette courbe [cf. fig38] donnant le retard à injecter en fonction de $\Delta\omega_0$ est discontinue au voisinage de $\Delta\omega_0 = 0$. En effet lorsque l'on impose $\Delta\omega_0 > 0$ le signal correctif f' est en quadrature arrière de phase sur u , tandis que si $\Delta\omega_0 < 0$, f' est en quadrature de phase avant sur u [cf. fig39] :



Figure 39 : diagramme de Fresnel : correction en fréquence avec retard pris en compte

Le signal correctif doit donc subir rapidement un déphasage de π rad entre $\Delta\omega_0 > 0$ et $\Delta\omega_0 < 0$.

2- Une fois la courbe $\tau = f(\Delta\omega_0)$ obtenue [cf. **fig38**], il suffit de trouver une fonction polynôme qui s'approche au maximum de la courbe expérimentale. Cette fonction prendra $\Delta\omega_0$ en entrée puis calculera le retard à injecter dans le déphaseur variable. A cause de la discontinuité en 0, les polynômes parviennent à s'approcher de la courbe à partir de degrés très élevés (>30). Or de tels polynômes imposent une trop grosse quantité de calcul au processeur du DSP. Celui-ci ne parvient plus à construire de signal correctif temps réel avec une fréquence d'échantillonnage acceptable. ($F_s < 1\text{kHz} \dots$).

On choisit donc de modéliser la courbe par deux polynômes de degrés 9. La fréquence d'échantillonnage s'en trouve moins affaiblie, de l'ordre de 2kHz. La qualité du son est alors dégradée, mais on parvient malgré tout à entendre la correction de hauteur. Le problème de cette méthode est que nous avons séparé les corrections $\Delta\omega_0 > 0$ et $\Delta\omega_0 < 0$ dans 2 modèles « simulink » distincts qui ne sont donc pas exécutables en même temps. Par conséquent il est impossible d'entendre au cours du même test l'excursion fréquentielle maximale que l'on parvient à obtenir de la lame réelle par contrôle actif. Celle-ci s'élève à plus d'un ton : $f_0' \in [450\text{Hz}, 530\text{Hz}]$. Mais on ne peut réaliser des tests qu'avec :

$$f_0' \in [450\text{Hz}, 494\text{Hz}] \text{ ou } f_0' \in [494\text{Hz}, 530\text{Hz}].$$

3- On remarque que pour obtenir cette courbe $\Delta\omega_0$ a varié entre -35% et 35%. Bien sûr la fréquence de vibration de la lame et la hauteur du son résultant n'ont pas varié de 35% autour de 494Hz, ce qui correspondrait à l'intervalle [321Hz, 667Hz]. La valeur de $\Delta\omega_0$ ne donne pour l'instant qu'une indication relative sur la correction appliquée en fréquence.

iii. Résultats et améliorations

En conclusion, désormais nous sommes parvenus à appliquer la théorie du contrôle actif sur une lame réelle de xylophone en matériau composite. Les corrections que l'on est parvenu à réaliser sont les corrections d'amortissement et les corrections de fréquence propre.

Les corrections d'amortissement fonctionnent à une fréquence d'échantillonnage de 6666 Hz. Le son résultant est d'assez bonne qualité, on entend peu de parasite par rapport au mode fondamental traité. De plus, les valeurs de ΔQ donnent des indications absolues sur le changement d'amortissement.

Les corrections de fréquence fonctionnent pour $F_s = 2\text{kHz}$. La qualité sonore est mauvaise. En outre, les valeurs de $\Delta\omega_0$ ne donnent que des indications relatives sur la modification de fréquence. Enfin on ne peut imposer dans un même modèle « simulink » l'excursion maximale de fréquence (supérieure à 1 ton).

Enfin la méthode consistant à rétablir un déphasage entre le signal correctif et la vibration de la lame par décalage d'une période quasi complète présente des défauts :

- 1- La première période de vibration de la lame n'est pas corrigée. L'attaque du son émis n'est donc pas exactement celle que fournirait une lame de paramètres ω_0' , Q' et H_0' .

- 2- Les valeurs du retard τ à injecter dans le déphaseur du correcteur lors d'une correction de ω_0 semblent dépendre beaucoup des conditions externes : température ambiante, le fait que la lame soit chaude ou non, etc... En effet les mesures de τ en fonction de $\Delta\omega_0$ réalisées des jours différents ont abouti à des courbes différentes.

Tous les défauts constatés au cours des tests de contrôle actif sur la lame réelle, et qui persistent pourraient être atténués ou éliminés si la puissance de calcul du DSP était plus grande. En effet, ceci permettrait de construire les signaux correctifs avec une plus grande fréquence d'échantillonnage. Alors les parasites en haute fréquence seraient naturellement moins audibles. De plus il serait possible d'effectuer dans un même programme la correction de $\Delta\omega_0$ d'excursion maximale.

Cependant malgré tous les défauts observés au cours des tests réels, des corrections de fréquence et d'amortissement ont été effectuées. Il est donc possible de générer sur la lame réelle les effets tremolo et vibrato.

Enfin, les corrections de ΔH et ΔQ aboutissent à des résultats sonores équivalents. En effet dans le deux cas ce qui se remarque le plus est l'augmentation de la durée du son. Afin de limiter la quantité de calculs fournie par le processeur du DSP, on choisit donc de fixer $\Delta H_0 = 0$ et de ne jouer que sur ΔQ .

Alors,

$H_0 G_p = \Delta H_0 / (1 + \Delta H_0) = 0$	(7)
$H_0 G_i = [1 - (1 + \Delta Q) (1 + \Delta\omega_0) / (1 + \Delta H_0)] = 1 - (1 + \Delta Q) (1 + \Delta\omega_0)$	(8)
$H_0 G_d = [1 - (1 + \Delta Q) / [(1 + \Delta H_0) (1 + \Delta\omega_0)]] = [1 - (1 + \Delta Q) / (1 + \Delta\omega_0)]$	(9)

Les relations du bloc « traitement » sont alors plus simples (7), (8) et (9) et le programme nécessite moins de calculs.

D'une manière générale les tests réels de contrôle actif ont mis en pratique une théorie généralement orientée vers d'autres domaines que l'acoustique musicale. Ils ont malgré tout prouvé que le contrôle actif est une méthode prometteuse pour augmenter un instrument acoustique, par l'exemple de la lame de xylophone. Ces tests ont permis de contrôler numériquement l'augmentation de l'instrument acoustique au moyen d'un DSP, c'est ce qui faisait l'originalité et de mon stage de master ATIAM.

III. Orientation du contrôle actif

En plus de s'appuyer sur une théorie intéressante dans le domaine de l'acoustique musicale, le contrôle actif a été mis en œuvre par une méthode numérique prometteuse puisqu'elle apporte un contrôle fin et est reproductible. Comme le contrôle actif appliqué aux instruments acoustiques est un concept intéressant, il doit pouvoir évoluer dans plusieurs directions, qui sont présentées dans ce chapitre.

1 Vers un contrôle plus large de l'instrument acoustique

Le contrôle actif appliqué ici a en fait été exercé sur un seul mode de la lame de xylophone. Les résultats optimistes obtenus ont permis de mettre en œuvre les effets tremolo et vibrato émanant directement de la lame. L'évolution logique serait de pouvoir contrôler plusieurs modes de la lame, et même tous les modes perçus par l'oreille de l'auditeur ou de l'instrumentiste. Le principe de correction serait alors le même que celui exercé pour contrôler un mode. Bien sûr la puissance requise est beaucoup plus importante et donc une telle évolution est pour l'instant impossible avec la carte DSP dSPACE 1102.

Avec une carte plus puissante, il faudrait aussi placer à l'entrée du correcteur PID un algorithme capable de déterminer automatiquement les modes à prendre en compte (sur lesquels des modifications de paramètres sont audibles). Il serait alors possible d'agir sur chacun de ces modes en fréquence et en amortissement. Il serait aussi possible de générer d'autres effets sur chaque mode comme par exemple un effet wah-wah, chorus, etc..., chacun de ces sons émanant directement de la structure vibrante de la lame.

Il faudrait par la suite réaliser le même travail sur toutes les autres lames afin de réaliser un xylophone acoustique augmenté complet.

2 Vers une nouvelle classe d'instruments

Par la suite si la conception d'un xylophone augmenté aboutit, il est naturel de penser à augmenter d'autres instruments acoustiques. Les instruments excités par une force impulsionnelle pourraient s'identifier facilement au modèle utilisé pour la lame de xylophone. Pour d'autres types d'instruments acoustiques (corde frottée, cuivres, ...), les excitations peuvent être tenues et alors ne sont pas modélisables par une impulsion. Cependant la technique de contrôle actif consistant à boucler l'instrument entre un capteur et un actionneur conviendra toujours pour modifier les paramètres physiques de la structure vibrante. Et il en résultera des modifications du son émis.

Une telle évolution du contrôle actif en acoustique musicale permettra par la suite de développer une nouvelle utilisation des instruments augmentés et de nouvelles méthodes de jeu. Par exemple il sera possible de placer l'instrument acoustique à la limite du son

autoentretenu et de jouer uniquement sur la fréquence. L'instrument générera alors des larsens de sa propre structure, dont le musicien contrôlera la hauteur. Cette nouvelle classe d'instruments augmentés que Charles Besnainou (LAM) appelle les *larsenors* [2] pourrait être à l'origine d'un nouveau répertoire dans la musique du 21^{ème} siècle.

Bien sûr appliquer du contrôle actif à un instrument acoustique implique de pouvoir exercer des actions suffisamment intenses pour changer les paramètres physiques de la structure en vibration. Si cela a été possible pour une lame de xylophone, c'est beaucoup plus difficile sur un instrument comme le violoncelle où les forces mises en jeu pour agir sur la structure doivent être beaucoup plus intenses. C'est pourquoi l'application de contrôle actif à un instrument acoustique passe par une phase de réinvention de l'instrument. En effet il doit être élaboré avec un matériau suffisamment souple pour pouvoir être déformé par l'actionneur. Il doit aussi posséder un ou plusieurs capteurs et actionneurs, placés à des endroits stratégiques pour pouvoir assurer leurs fonctions.

Aujourd'hui une anche, et un tambourin sont déjà réalisés dans l'objectif d'être augmentés par contrôle actif, mais je n'ai pas encore réalisé de tests réels dessus.

Enfin l'évolution des instruments augmentés s'accompagnera sans doute de leur commercialisation. Il serait donc aussi intéressant d'imaginer comment présenter l'instrument augmenté. La boucle de correction pourrait par exemple être contenue dans le PDA ou le téléphone portable de l'instrumentiste et l'amplificateur directement intégré sur l'instrument.

Conclusion

Les premiers essais d'augmentation d'instruments acoustiques par contrôle actif ont été réalisés au LAM (« Laboratoire d'Acoustique Musicale de Paris VI ») en 1994. Ces essais ont pu voir le jour en premier lieu grâce à la conception d'instruments, équipés de capteurs et d'actionneurs et dont les caractéristiques physiques rendaient possibles les effets du bouclage [6] [7]. C'est dans cette optique que les matériaux composites ont été exploités.

Une fois ces instruments élaborés, il a fallu trouver un moyen de construire le correcteur et de modifier les paramètres physiques de la structure vibrante en temps réels. A l'époque des premiers essais de contrôle actif, le correcteur a été réalisé de manière totalement analogique en utilisant des composants électroniques [7]. Les paramètres de contrôle étaient alors accessibles à l'utilisateur par l'intermédiaire de potentiomètres, eux aussi analogiques (résistances variables par exemple). La précision du contrôle s'en trouvait limitée et Charles Besnainou écrit à ce sujet dans le contexte des *Rencontres Musicales Pluridisciplinaires de 2006 du GRAME à Lyon*:

« Ce qui était une perspective lointaine en 1994, devient aujourd'hui possible avec la puissance de calcul des ordinateurs actuels. »

Les objectifs de mon stage de master ATIAM étaient les suivants :

- formaliser un modèle simple d'instrument augmenté, aussi proche que possible des tests déjà réalisés analogiquement.

- Utiliser ce modèle théorique pour contrôler numériquement la lame de xylophone.
- Evaluer la puissance de calcul d'un système temps réel utilisant un DSP

Mon rôle a donc été de faire évoluer la technique d'application du contrôle actif sur les instruments acoustiques. En effet mon stage a permis de montrer qu'une carte DSP permettait à l'instrumentiste d'agir sur les paramètres physiques de la structure de l'instrument avec plus de précision que les potentiomètres analogiques. D'autres défauts ont été mis en évidence dans la méthode numérique, dus dans la plupart des cas à une fréquence d'échantillonnage trop faible et à une puissance de calcul trop basse de la part du processeur. Ces défauts, gênants quant à la qualité sonore de l'instrument augmenté, sont temporels. En effet il existe aujourd'hui des cartes suffisamment puissantes pour contrôler plusieurs modes d'une lame de xylophone (ou d'autres instruments acoustiques) avec une fréquence d'échantillonnage suffisamment élevée. Leur utilisation permettrait d'effectuer un contrôle actif efficace. C'est dans cette direction que s'oriente le projet.

En plus de l'intérêt qu'il présente pour générer de nouveaux sons acoustique et peut être un nouveau répertoire, le contrôle actif appliqué aux instruments acoustiques présente un atout majeur pour le musicien. En effet les conclusions de tests se rejoignent pour affirmer que le contrôle actif apporte à l'instrumentiste des sensations qu'il n'aurait pas par un traitement « post-instrument ». En particulier le musicien ressent au niveau de ces doigts ou de ses mains les vibrations de l'instrument qui peuvent jouer sur l'interprétation du morceau qu'il joue. Ces vibrations sont bien sûr inexistantes dans le cas où le son a été capté puis transformé (par des logiciels par exemple) pour être au final émis par des haut-parleurs.

Les sensations de l'instrumentiste sont donc primordiales dans l'évolution d'un tel projet. Son évolution devra donc passer par une phase perceptive de tests, visant à déterminer les paramètres sonores que le musicien souhaite contrôler car finalement, c'est de l'interaction entre le musicien et son instrument que naît la musique...

Bibliographie

- [1] P.A. Nelson, S.J. Elliott. *Active Control of Sound*, Academic Press, 1992.
- [2] C. Besnainou. Modal Stimulation : *a Sound Synthesis New Approach*, ISMA95 proc. SFA, congrès international, Dourdan, pp 433-438, 3-7 juillet 1995.
- [3] C. Besnainou. Comment changer la voix des instruments de musique. *Rencontres Musicales Pluridisciplinaires*, Lyon, 2006.
- [4] R. Badeau. *Méthodes à haute résolution pour l'estimation et le suivi de sinusoïdes modulées. Application aux signaux de musique*. ENST PhD thesis, Paris, pp 1-10, 2005.
- [5] G. Toulminet. *Les Capteurs de Force*. Cours d'Architecture des Systèmes d'Information. INSA, Institut National des Sciences Appliquées, Rouen, 2002-2003.
- [6] G. Aeberli. *Modification de la Résonance de Helmholtz d'une Guitare*. Rapport de stage de DEA ATIAM, Laboratoire d'Acoustique Musicale, Université Paris VI, 1997.
- [7] R. Chollet, G. Aeberli, C. Besnainou. *Modifier la Résonance de Helmholtz de la Guitare par Contrôle Actif*, 5ème Congrès Français d'Acoustique, Lausanne, 3-6 septembre 2000.
- [8] P. Gaillard. *Etude de la perception des transitoires d'attaque des sons de steeldrums: particularités acoustiques, transformation par synthèse et catégorisation*. PhD thesis, Université Toulouse-LeMirail, 2000.
- [9] A. Bright. *Active Control of Loudspeakers: An Investigation of Practical Applications*. PhD thesis, Orsted DTU, Acoustic Technology, Technical University of Denmark, DK-2800 Kgs. Lyngby, Denmark, pp 51-76, pp 121-141, 2002.
- [10] S.J. Elliott. *Signal Processing for Active Control*, Academic Press, 2001.
- [11] J. Haury. Claviers à sons prolongés in *Acoustique et instruments anciens*, colloque pour les 50 ans de la Société Française d'Acoustique, Musée de la musique, Paris, pp141-163, 17-18 novembre 1998.
- [12] The dSPACE *Real-Time Interface to SIMULINK for PC and Cockpit User's Guide*. DSP documentation, DSPACE digital signal processing and control engineering GmbH, Paderborn, Germany, 1993-1995.

Master 2 ATIAM

Contrôle actif
sur instruments acoustiques

ANNEXES



Maître de stage: Charles BESNAINOU

1- Définition et existences des Transformées de Laplace de u (t) et f (t) :

La vitesse $u(t)$ d'un point du système de masse M modélisant un mode de l'instrument est une fonction du temps supposée continue par morceaux.

De plus l'excitation est appliquée sur l'instrument initialement immobile à $t = 0$, d'où u est une fonction dite causale : $u(t \leq 0) = 0$.

On suppose aussi que $u(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow 0$, donc $\exists \alpha$ avec $0 < \alpha < 1$ tel que $t^\alpha |u(t)| \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow 0$; par exemple $\alpha = 0,5$.

Enfin la vitesse $u(t)$ du système modélisant l'instrument est limitée par les caractéristiques physiques du matériau constituant la structure vibrante. On peut donc être sûr que $u(t)$ est bornée donc d'ordre exponentiel γ c'est-à-dire :

$$\exists M, T \text{ et } \gamma \text{ tel que } \forall t > T, |u(t)| < M e^{\gamma t}.$$

D'où la transformée de Laplace de $u(t)$, notée $U(p)$ existe et est définie par :
 $U(p) = \int_{[0, +\infty[} e^{-pt} u(t) dt$ avec p dans C . La variable p est complexe ; c'est la variable de Laplace.

De même on suppose que les forces $f(t)$ qui vont s'exercer sur l'instrument sont :

- continues par morceaux,
- causales $f(t \leq 0) = 0$ puisque les forces sont appliquées pour $t > 0$,
- telles que $f(t) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow 0$,
- bornées puisqu'elles sont appliquées par un instrumentiste ou un correcteur qui n'ont pas une puissance infinie.

D'où la transformée de Laplace des actions exercées $f(t)$ existe et vaut :

$$F(p) = \int_{[0, +\infty[} e^{-pt} f(t) dt \text{ pour } p \text{ dans } C.$$

2- Transformée de Laplace de du/dt (noté u'(t)) :

Soit $u(t)$ une fonction temporelle causale admettant une transformée de Laplace, et telle que $u'(t)$ soit aussi causale et admette une transformée de Laplace, alors sa transformée est:

$$\begin{aligned} TL [u'] &= \int_{[0, +\infty[} e^{-pt} u'(t) dt \\ &= [e^{-pt} u(t)] + p \int_{[0, +\infty[} e^{-pt} u(t) dt \\ &= 0 - 0 + p \int_{[0, +\infty[} e^{-pt} u(t) dt \text{ car } u \text{ est d'ordre exponentiel car :} \\ &\quad - u \text{ est d'ordre exponentiel } \gamma \text{ donc } \exists M, T \text{ et } \gamma \text{ tel que } \forall t > T, |u(t)| < M e^{\gamma t} \\ &\quad - u(0) = 0. \end{aligned}$$

D'où :

$$TL [u'] = p TL [u]$$

3- Stabilité EBSB (Entrée Bornée Sortie Bornée) du modèle :

Le filtre qui modélise un mode de l'instrument a pour fonction de transfert $H(p)$ et pour réponse impulsionnelle $h(t)$. Le système est causal ($h(t \leq 0) = 0$) et H est rationnelle ; son domaine de convergence est donc l'ouvert du plan complexe limité par la droite verticale d'équation $y = \sigma$, où σ est le maximum des parties réelles des pôles de H .

Une condition nécessaire et suffisante de la stabilité d'un tel filtre est $\sigma < 0$.

Démonstration :

$$H \text{ est stable EBSB} \Leftrightarrow \int_{\mathbb{R}} |h(t)| dt \text{ existe} \\ \Leftrightarrow \int_{]0, +\infty[} |h(t)| dt \text{ existe car } h \text{ est causale.}$$

Supposons que H soit un filtre stable :

$$H(0) = \int_{]0, +\infty[} h(t) dt \leq |H(0)| \leq \int_{]0, +\infty[} |h(t)| dt < \infty \\ \text{Donc } H \text{ converge en zéro.} \\ \text{Or } H \text{ converge sur l'ouvert du plan défini par } \operatorname{Re}(p) > \sigma. \\ \text{Donc } \sigma < 0.$$

Conclusion : si H est stable, ses pôles sont tous à partie réelle négative.

4- Conditions de la stabilité du modèle sur les valeurs de M, K et R :

H admet pour pôles p_1 et $p_2 = (-R \pm \sqrt{\Delta})/(2M)$ où $\Delta = R^2 - 4MK$.

a- $\Delta < 0$: alors $\operatorname{Re}(p_1) = \operatorname{Re}(p_2) = -R/(2M) < 0$ et donc le système est stable.

b- $\Delta > 0$: alors p_1 et p_2 sont réels négatifs :

En effet $(-R - \sqrt{\Delta})/(2M) < 0$

$$\text{Et } (-R + \sqrt{\Delta})/(2M) > 0 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} > R \\ \Leftrightarrow -4MK > 0 \text{ ce qui est impossible car } M > 0 \text{ et } K > 0.$$

Conclusion : quelles que soient les valeurs de M, K et R le système est stable.

5- Détermination de la fonction de transfert du modèle :

Le principe fondamental de la dynamique donne :

$$Mj\omega U(\omega) = F(\omega) - KU(\omega) / (j\omega) - RU(\omega) \\ \text{C'est-à-dire } F(\omega) = KU(\omega) / (j\omega) + RU(\omega) + Mj\omega U(\omega)$$

$$\text{Or,} \\ H(j\omega) = F(\omega) / U(j\omega)$$

$$= 1 / [Mj\omega + K / (j\omega) + R]$$

Ecrivons H sous la forme $(j\omega H_0 / Q\omega_0) / [1 + j\omega / (Q\omega_0) + j(\omega/\omega_0)^2]$

$$\begin{aligned} &= (j\omega / K) / [1 + Rj\omega/K + M(j\omega)^2/K] \\ &= (j\omega / K) / [1 + Rj\omega\sqrt{M} / (K\sqrt{M}) + (j\omega)^2/\omega_0^2] \\ &= (j\omega / K) / [1 + Rj\omega\sqrt{M} / (\sqrt{K}\sqrt{KM}) + (j\omega)^2/\omega_0^2] \\ &= (H_0 j\omega / Q\omega_0) / [1 + j\omega / (Q\omega_0) + (j\omega)^2/\omega_0^2] \end{aligned}$$

où :

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \sqrt[3]{K/M} \\ Q &= \sqrt[3]{KM} / R \\ H_0 / Q\omega_0 &= 1 / K \text{ donc } H_0 = [\sqrt[3]{KM} / R] \sqrt[3]{K/M} / K = 1 / R \end{aligned}$$

6- Montrons que H est un passe bande centré en ω_0 :

Le modèle d'un mode de notre instrument acoustique admettant F comme variable d'entrée et u comme variable de sortie a pour fonction de transfert :

$$H = [H_0 j\omega / (Q\omega_0)] / [1 + j\omega / (Q\omega_0) + (j\omega/\omega_0)^2]$$

C'est un filtre passe-bande analogique :

- quand $\omega \rightarrow 0$, $|H| \rightarrow 0/1 = 0$, les basses fréquences sont donc coupées en sortie
- quand $\omega \rightarrow \infty$, $|H| \rightarrow [H_0\omega / (Q\omega_0)] / [\omega/\omega_0]^2 = 0$, les hautes fréquences sont donc coupées en sortie

Déterminons la fréquence pour laquelle $|H|$ est maximale :

Pour cela calculons $d|H| / d\omega$:

$$\begin{aligned} |H| &= [H_0\omega / (Q\omega_0)] / \sqrt{[1 - (\omega/\omega_0)^2]^2 + (\omega / (Q\omega_0))^2} \\ &= N(\omega) / D(\omega) \\ \text{avec } N(\omega) &= H_0\omega / (Q\omega_0) \text{ et } D(\omega) = \sqrt{[1 - (\omega/\omega_0)^2]^2 + (\omega / (Q\omega_0))^2} \end{aligned}$$

donc $d|H| / d\omega = 0 \Leftrightarrow N'D = ND'$ car $D > 0$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \frac{[H_0 / (Q\omega_0)] D}{D^2} &= \frac{[H_0\omega / (Q\omega_0)] [-2\omega/\omega_0^2 + \omega/(Q\omega_0)^2] / D}{-2\omega^2/\omega_0^2 + \omega^2/(Q\omega_0)^2} \\ \Leftrightarrow (1 - (\omega/\omega_0)^2)^2 + (\omega / (Q\omega_0))^2 &= -2\omega^2/\omega_0^2 + \omega^2/(Q\omega_0)^2 \\ \Leftrightarrow 1 + (\omega/\omega_0)^4 - 2(\omega/\omega_0)^2 + (\omega / (Q\omega_0))^2 &= -2\omega^2/\omega_0^2 + 2\omega^4/\omega_0^4 + \omega^2/(Q\omega_0)^2 \\ \Leftrightarrow 1 &= \omega^4/\omega_0^4 \\ \Leftrightarrow \boxed{\omega = \omega_0} \end{aligned}$$

$ H $ est maximal quand $\omega_0 = \omega$

Conclusion : le filtre étudié modélisant un mode de la structure vibrante de l'instrument coupe les basses et les hautes fréquences et son module est maximal quand $\omega = \omega_0$. C'est donc un filtre analogique passe-bande dont la bande passante est centrée en ω_0 .
--

7- Stabilité du système bouclé :

Le système global {modèle d'un mode + correcteur} a pour fonction de transfert en boucle fermée (FTBF):

$$H'(p) = p / [(K-b) + p(R-c) + p^2(M-a)]$$

Déterminons pour quelle valeur de a, b et c ce filtre est stable, par le critère de Routh :

p^2	$(M-a) / (K-b)$	1
p	$(R-c) / (K-b)$	

Le critère de Routh dit que le système H' est stable si et seulement si :

$$(M-a) / (K-b) > 0 \text{ et}$$

$$(R-c) / (K-b) > 0$$

Il faut donc que M-a, K-b et R-c aient même signe. Si nous choisissons a < M, par exemple, alors il faudra aussi c < R et b < K. Il est donc toujours possible, connaissant M, K et R d'assurer la stabilité de H', et par conséquent d'éviter la présence de pôle sur l'axe imaginaire $p = j\omega$. Dans ce cas on peut assurer la stabilité de la transformée de Fourier de H'.

8- Les paramètres ω_0' , Q' et H_0' du système bouclé H' :

Exprimons ces paramètres en fonction des paramètres de H (ω_0 , Q et H_0) et du correcteur (a, b et c) :

$$H'(\omega) = [j\omega(K-b)] / [1 + j\omega(R-c) / (K-b) + (j\omega)^2(M-a) / (K-b)]$$

$$\text{Or } H'(\omega) = [H_0' j\omega(Q' \omega_0')] / [1 + j\omega / (Q' \omega_0') + (j\omega \omega_0')^2]$$

Donc par identification (il suffit de remplacer dans ω_0 , Q et H_0 : K par K-b, M par M-a et R par R-c), et on obtient :

$$\begin{aligned} \omega_0' &= \sqrt[4]{(K-b) / (M-a)} = \sqrt[4]{(K/M)} \sqrt[4]{(1-b/K) / (1-a/M)} \\ &= \omega_0 \sqrt[4]{(1-b/K) / (1-a/M)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q' &= \sqrt[4]{(K-b)(M-a) / (R-c)} = [\sqrt[4]{KM} / R] \sqrt[4]{(1-b/K)(1-a/M)} / (1-c/R) \\ &= Q \sqrt[4]{(1-b/K)(1-a/M)} / (1-c/R) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_0' &= 1 / (R - c) = (1 / R) / (1 - c / R) \\ &= H_0 / (1 - c / R) \end{aligned}$$

Or $\omega_0 = \sqrt{K/M}$, $Q = \sqrt{KM}/R$, et $H_0 = 1/R$.
 Donc $R = 1/H_0$, $M = Q/(H_0\omega_0)$ et $K = Q\omega_0/H_0$
 Et :

$\begin{aligned}\omega_0' &= \omega_0 \sqrt{[(1 - bH_0/(Q\omega_0))/(1 - aH_0\omega_0/Q)]} \\ Q' &= Q \sqrt{[(1 - bH_0/(Q\omega_0))(1 - aH_0\omega_0/Q)]} / (1 - cH_0) \\ H_0' &= H_0 / (1 - cH_0)\end{aligned}$
--

9- Expression des gains proportionnel c, intégral b et dérivateur a du correcteur

PID :

Cherchons ces gains en fonction des corrections (en %) de ω_0 , Q et H_0 appliquée par l'instrumentiste, notées respectivement $\Delta\omega_0$, ΔQ et ΔH_0 :

Par définition de $\Delta\omega_0$, ΔQ et ΔH_0

$$\begin{aligned}\omega_0' &= \omega_0 (1 + \Delta\omega_0) \\ Q' &= Q (1 + \Delta Q) \\ H_0' &= H_0 (1 + \Delta H_0)\end{aligned}$$

Donc, d'après les expressions de ω_0' , Q' et H_0' en fonction de ω_0 , Q et H_0 :

$$\begin{aligned}\Delta\omega_0 &= \sqrt{[(1 - bH_0/(Q\omega_0))/(1 - aH_0\omega_0/Q)]} - 1 & (1) \\ \Delta Q &= \sqrt{[(1 - bH_0/(Q\omega_0))(1 - aH_0\omega_0/Q)]} / (1 - cH_0) - 1 & (2) \\ \Delta H_0 &= 1 / (1 - cH_0) - 1 & (3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1) &\Rightarrow bH_0/(Q\omega_0) = 1 - (1 - aH_0\omega_0/Q) (1 + \Delta\omega_0)^2 \\ (2) &\Rightarrow 1 - aH_0\omega_0/Q = (1 - cH_0)^2 (1 + \Delta Q)^2 / (1 - bH_0/(Q\omega_0)) \\ (3) &\Rightarrow 1 - cH_0 = 1 / (1 + \Delta H_0)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}bH_0/(Q\omega_0) &= 1 - (1 + \Delta Q) (1 + \Delta\omega_0) / (1 + \Delta H_0) \\ aH_0\omega_0/Q &= 1 - (1 + \Delta Q) / [(1 + \Delta H_0) (1 + \Delta\omega_0)] \\ cH_0 &= 1 - 1 / (1 + \Delta H_0)\end{aligned}$$

$\begin{aligned}bH_0/(Q\omega_0) &= 1 - (1 + \Delta Q) (1 + \Delta\omega_0) / (1 + \Delta H_0) \\ aH_0\omega_0/Q &= 1 - (1 + \Delta Q) / [(1 + \Delta H_0) (1 + \Delta\omega_0)] \\ cH_0 &= \Delta H_0 / (1 + \Delta H_0)\end{aligned}$

et donc :

$\begin{aligned}a &= [1 - (1 + \Delta Q) / [(1 + \Delta H_0) (1 + \Delta\omega_0)]] Q / [H_0\omega_0] \\ b &= [1 - (1 + \Delta Q) (1 + \Delta\omega_0) / (1 + \Delta H_0)] Q\omega_0 / H_0 \\ c &= \Delta H_0 / [H_0 (1 + \Delta H_0)]\end{aligned}$
--

10- Code de la fonction générant un « chirp » :

Cette fonction génère le signal excitateur pour mesurer la fonction de transfert du système {amplificateur + actionneur + lame + capteur} :

```
%%%%% génération d'un signal de fréquence variable %%%%%%
%%%%%          linéairement au cours du temps          %%%%%%

Fs=44100;%fréquence d'échantillonnage
F0=0;%fréquence qd t=0
F1=5000;%fréquence à t final
T1=20;%durée du signal (en s)
T=(1/Fs:1/Fs:T1);%vecteur des instants
e=chirp(T,F0,T1,F1);%signal généré
soundsc(e,Fs);

%%observation du spectre de ce signal%%
esp=fft(y,length(y));%spectre de e
freq=(1:length(y))*Fs/length(y);%création du vecteur d'abscisses
plot(freq,abs(esp));
title('spectre de e');
xlabel('fréquence en Hz');
ylabel('|E(jw)|');
zoom on;
```

11- présentation de l'algorithme permettant de trouver les paramètres ω_0 , H_0 et Q optimaux du modèle du système :

```
%% détermination des paramètres optimaux du modèle {M + K + R}   %%
%%          qui s'approche au mieux du mode réel                %%

close all
fmax=517;%fréquence supérieure du pic spectral
fmin=468;%fréquence inférieure du pic spectral
Fs=44100;%fréquence d'échantillonnage du signal analysé
duree=20;%durée du signal analysé

N=duree*Fs;
long_pic=(fmax-fmin)*N/Fs;%Nbre de points du pic spectral

pas=(fmax-fmin)/long_pic;
f=[fmin+pas:pas:fmax];
w=2*pi*f;%vecteur w d'abscisses

H0=0.72;%gain statique du modèle

w0=3104;%pulsation propre du modèle
result=[];

FT_lame;
plot(f,pic);

for w0=3102:3106% on fait varier w0 autour de 3104 rad/s
    for n=0:30,
        Q=213+n/10;% on fait varier Q autour de 215
        H=H0*w./[(Q*w0)*sqrt((1-(w/w0)).^2)+(w/(Q*w0)).^2)];
```

```

    erreur(n+1)=sum((H-pic').^2);% calcul et stockage de l'erreur
    quadratique
end

[min,ind]=min(erreur);%localisation de Q tel que l'erreur soit minimale
Q=(ind-1)/10+213;
H=H0*w./[(Q*w0)*sqrt(((1-(w/w0)).^2)+((w/(Q*w0)).^2))];
hold on,plot(f,H,'g');
title('mode reel en bleu et modele en vert');
xlabel('frequence en Hz');ylabel('|H|');
zoom on;
result=[result;[w0,min,Q]];
end

```

12- Modèle d'instrument augmenté réalisé avec « simulink » :

Conditions de stabilité du modèle sur $\Delta\omega_0$, ΔQ et ΔH_0 :

Le critère de Routh appliqué au système bouclé [cf. annexe 7] a fourni les conditions de stabilité suivantes :

M-a, K-b et R-c sont de même signe et non nuls.

Or,

$$a = QG_d / \omega_0 = MG_d / R = MH_0G_d$$

$$b = QG_i\omega_0 = KG_i / R = KH_0G_i$$

$$c = G_p$$

Comme K, R et M sont supposés > 0 (condition de stabilité du modèle d'instrument non augmenté), le critère de stabilité s'écrit donc :

$1-H_0G_p$, $1-H_0G_i$, $1-H_0G_d$ sont de même signe.

Les définitions de G_p , G_i et G_d donnent directement les relations :

$$1-H_0G_p = 1 / (1+\Delta H_0)$$

$$1-H_0G_i = (1+\Delta Q) (1+\Delta\omega_0) / (1+\Delta H_0)$$

$$1-H_0G_d = (1+\Delta Q) / [(1+\Delta H_0) (1+\Delta\omega_0)]$$

Ainsi :

Cas1 : $1-H_0G_p > 0 \Leftrightarrow \Delta H_0 > -1$. Dans ce cas $1+\Delta Q$ et $1+\Delta\omega_0$ sont de même signe.

Cas2 : $1-H_0G_p < 0 \Leftrightarrow \Delta H_0 < -1$. Dans ce cas $1+\Delta Q$ et $1+\Delta\omega_0$ sont encore de même signe (pour que $1-H_0G_d$ et $1-H_0G_i$ soient négatifs).

D'où, $\forall \Delta H_0 \neq -1$, le système est stable $\Leftrightarrow 1+\Delta Q$ et $1+\Delta\omega_0$ sont de même signe. Supposons que $1+\Delta\omega_0 < 0 \Leftrightarrow \Delta\omega_0 < -1$ (ie -100%) alors $\omega_0' = \omega_0 (1+\Delta\omega_0) < 0$ ce qui n'a pas de sens physiquement. On se limitera donc aux cas de stabilité suivant :

$$\Delta\omega_0 > -100\% \text{ et donc}$$

$$\Delta Q > -100\% \text{ et}$$

$$\Delta H_0 \neq -100\% (\Delta H_0 < -100\% \text{ correspond à un déphasage de } \pi \text{ rad}).$$

a- Bloc « Traitement »

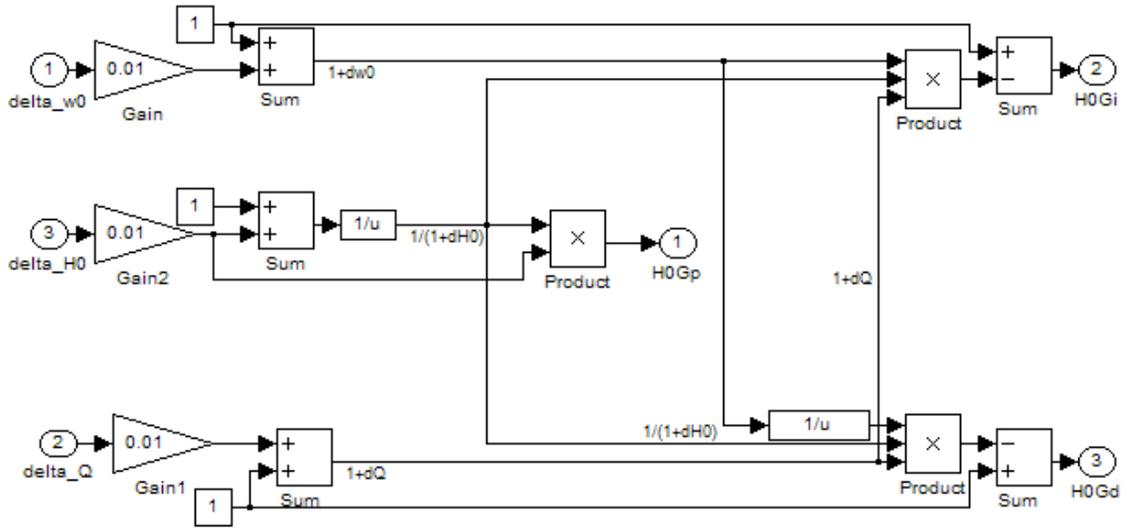


Figure A1 : modèle « simulink » du bloc « traitement » de l'instrument augmenté

b- Bloc « Correcteur »

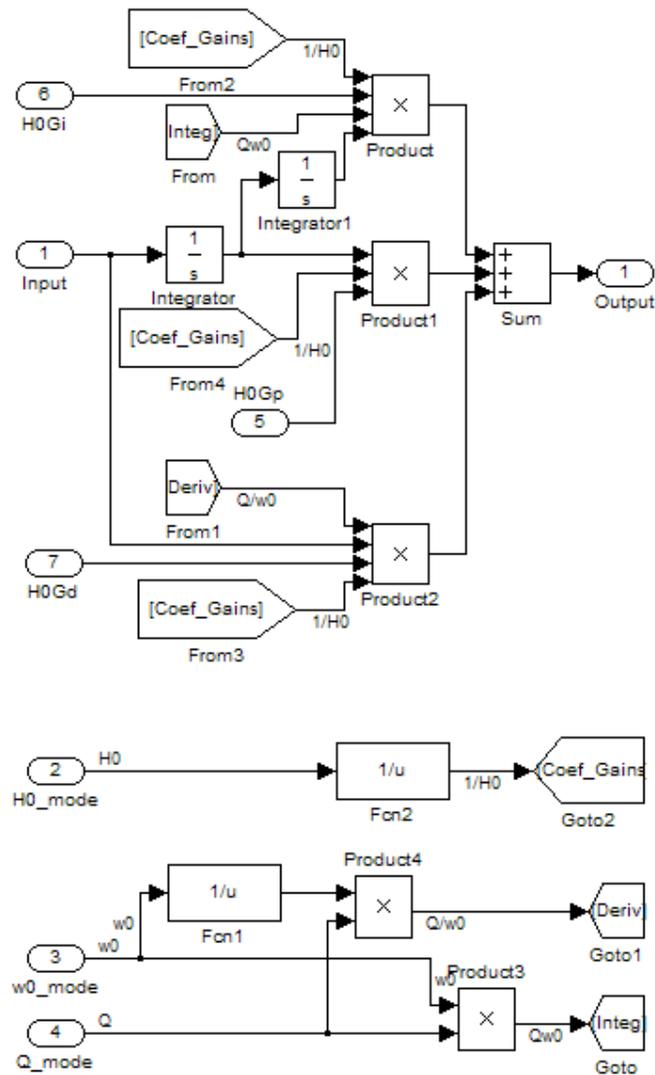


Figure A2 : modèle « simulink » du bloc « correcteur » de l'instrument augmenté

c- Bloc « *Modèle_instru_1_mode* » :

Ce bloc contient un filtre analogique d'ordre 2 ayant pour entrées les constantes ω_0 , pulsation propre, Q, facteur de qualité (inversement proportionnel à l'amortissement) et H_0 , gain statique. A partir du signal d'entrée $f(t)$ (noté input sur le modèle), le système détermine l'accélération du/dt système par :

$$du/dt(t) = \omega_0 (H_0 e(t) / Q - \omega_0 u - u/Q),$$

puis on intègre u pour obtenir s' puis à nouveau pour obtenir $\int u$.

Le signal de sortie du système est u (noté s' sur le modèle) puisque le signal utile en entrée du correcteur est la vitesse u de vibration de la lame :

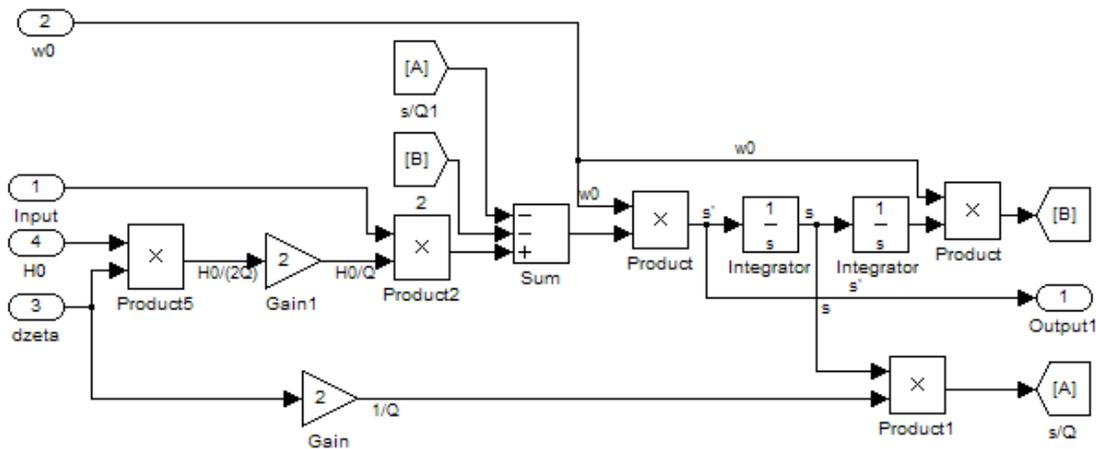


Figure A3 : modèle « simulink » du bloc « système {masse ressort amortisseur} »

13- Carte DSP dSPACE 1102 Texas Instrument : principe de fonctionnement [12]:

Cette carte est connectée au pc par le port ISA. Elle est capable de convertir un fichier modèle réalisé avec « simulink » (.mdl) en fichier exécutable par la carte. Une fois converti, le code est transmis dans la mémoire de la carte et le programme est exécuté par le processeur de la carte.

Dans notre cas le signal en provenance du capteur parvient au port d'entrée de la carte, est numérisé (échantillonné puis quantifié) puis est stocké dans les registres de la RAM de la carte. Le processeur applique alors sur les données en mémoire le programme qui a été compilé (correcteur PID). Les valeurs obtenues constituent le signal correcteur. Elles permettent au CNA de construire un signal analogique en interpolant ces valeurs.

La fréquence F_s , avec laquelle le signal d'entrée est échantillonné et le signal de sortie est construit, est choisi dans les paramètres de « simulink ». Elle est en plus limitée par la puissance du processeur. En effet plus la quantité de calcul à effectuer est importante, plus le temps mis par le processeur pour calculer la valeur d'un échantillon sera grand ; si cette durée

de calcul devient supérieure au pas temporel imposé par le programme, alors le processeur va prendre du retard dans la construction du signal. On ne pourra donc pas réaliser de test en temps réel dans ce cas. Il faudra alors imposer une fréquence d'échantillonnage plus faible.

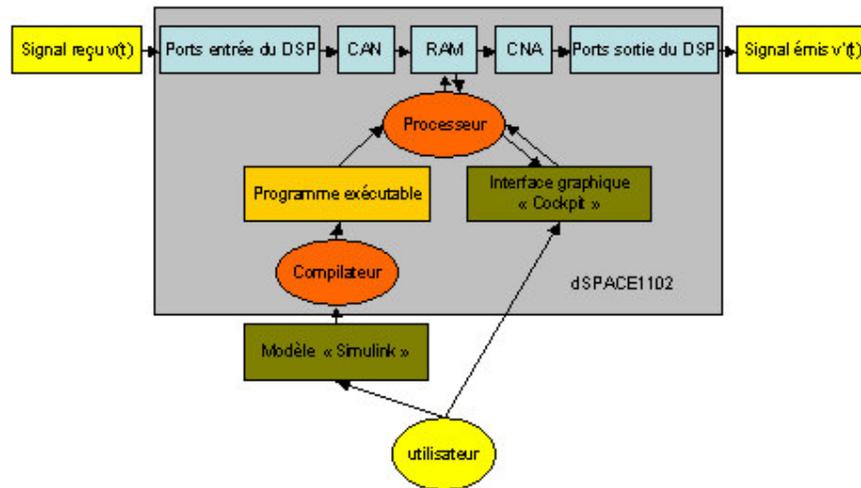


Figure A4 : schéma de principe de fonctionnement du DSP

14- filtre analogique passe bas :

Le filtre utilisé en sortie du DSP est le suivant :

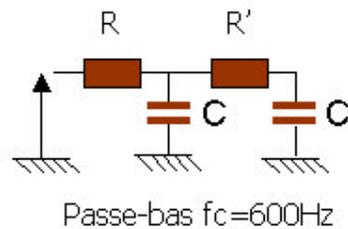


Figure A5 : filtre analogique passe-bas

Ses composants sont $R = 3300 \Omega$, $R' = 2200 \Omega$ et $C = 100 \text{ nF}$.

Déterminons la fréquence de coupure du filtre f_c :

$$S(j\omega) = S' \times (1 / jC\omega) / (R' + 1 / jC\omega)$$

$$\text{et } S'(j\omega) = E \times (1 / jC\omega) / (R + 1 / jC\omega)$$

d'où la fonction de transfert du filtre est :

$$S/E = (1 / jC\omega)^2 / [(R' + 1 / jC\omega)(R + 1 / jC\omega)]$$

$$= 1 / [(R'jC\omega + 1)(RjC\omega + 1)]$$

$$= 1 / [1 + C(R+R')j\omega + RR'C^2(j\omega)^2]$$

D'où

$$f_c = \omega_c / (2\pi) = 1 / (2\pi \sqrt{RR'C^2}) = 590.7 \text{ Hz}$$

15- tableaux des déphasages à ajouter en aval du correcteur au cours des corrections de ω_0 :

$\Delta\omega_0$	-35	-33	-31	-29	-27	-25	-23	-21	-19	-17	-15	-14	-13	-12
$\tau \times 10^{-5} \text{ s}$	192	190	187	183	176	164	150	150	150	148	147	146	145	143

$\Delta\omega_0$	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	-0	0	1
$\tau \times 10^{-5} \text{ s}$	142	140	138	135	132	130	128	126	123	121	117	115	172	167

$\Delta\omega_0$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\tau \times 10^{-5} \text{ s}$	164	160	157	154	152	149	146.5	146.4	146.4	146.4	146.4	147	149

$\Delta\omega_0$	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
$\tau \times 10^{-5} \text{ s}$	150	153	154	157	165	173	191	202	210	215	218