Université Pierre et Marie Curie, Paris VI

Diplôme d'Etudes Approfondies

Spécialité :
Acoustique, Traitement du signal
et Informatique Appliqués à la Musique

Doublement de Période dans les Instruments à Anche Simple du Type Clarinette ; Approches numérique et expérimentale.

Aude Lizée

Travail encadré par MM. Christophe Vergez
et Jean Kergomard,
Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Marseille,

Effectué à l'Ircam, Centre Georges Pompidou,
1, place Igor Stravinsky, 75004 Paris,
du 08 mars au 08 juillet 2004,

Soutenu le 08 juillet 2004.

Table des matières

Avant-propos

J'ai eu la chance d'effectuer mon premier travail de recherche sur un sujet qui m'a réellement passionnée ; je tiens donc à remercier MM. Christophe Vergez et Jean Kergomard de me l'avoir proposé, et de m'avoir encadrée durant ce stage.

Ce travail, parfois fastidieux, n'aurait jamais pu être effectué dans la bonne humeur sans mes chers collègues de l'équipe Acoustique Instrumentale de l'IRCAM ; que M. René Caussé reçoive ma reconnaissance pour la qualité de l'accueil qu'il m'a réservé dans son équipe, et pour sa disponibilité.
Je tiens à remercier tout particulièrement les doctorants de l'équipe, Claudia Fritz et André Almeida, pour leurs conseils, leur patience et leur expérience qu'ils ont su partager avec beaucoup d'humilité.
Que tous les stagiaires qui sont passés par ce laboratoire depuis quatre mois ne se sentent pas lésés : je n'oublierai pas les chouquettes partagées. Merci à Matthias Coulon pour son programme révolutionnaire d'analyse d'image.

Merci également à M. Alain Terrier ; sa grande compétence a fait de la bouche artificielle MIAM un vrai délice. Et mes profondes excuses pour ses départs en week-end différés pour que je puisse connaître les plaisirs de l'expérimentation pendant mon stage.

Je remercie MM. Sébastien Ollivier, Vincent Gibiat et Jean-Pierre Dalmont pour leurs conseils, le temps qu'ils ont pris et la patience qu'ils ont eue pour accueillir mes interrogations.

Merci à Jeanne Clerc-Renaud, Jean-Brice Godet et Jean-Baptiste Goyeau d'être venus apporter leur souffle dans ce travail, et à Valentin Emiya pour ses superbes spectrogrammes et son aide durant la révision des examens.
Merci à toute la promotion 2003-2004 du DEA ATIAM pour ces moments partagés.

Et pour citer toujours les mêmes parce qu'ils le méritent, merci encore à toi, Jeanne pour ton soutien quotidien, tous tes "Mais si, ça va marcher !", tes éclats de rire et ta sincérité,
Et à toi Christophe pour, au delà de l'encadrement très compétent, avoir su accueillir mes projets, mes doutes et mes joies.

Introduction

Les instruments de musique à auto-oscillations sont le siège de comportements dynamiques variés, certains, comme le doublement de période, pouvant mener au chaos. Leur étude est enrichissante dans diverses perspectives.
Le chercheur, tout d'abord, en s'intéressant aux bifurcations des instruments (apparition des oscillations, d'un régime quasi-périodique, ou d'une cascade sous-harmonique) peut en déduire une validation intéressante de son modèle.
Le facteur d'instruments peut se montrer partisan de l'éradication du chaos dans son instrument, et être intéressé par la connaissance des éléments de facture qui conduisent ou non à ces phénomènes.
Un musicien peut vouloir modifier la tessiture de son instrument en ne changeant que l'anche ; c'est le cas du bassoniste N. Rihs [14] qui joue son basson avec la tessiture du contre-basson (manifestation du doublement de période).
L'utilisateur de synthèse sonore basée sur un modèle physique peut apprécier le contrôle qui lui serait offert par une cartographie des comportements dynamiques du modèle (ce que l'on fait indirectement au conservatoire de musique sur un instrument réel...).

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés lors de ce stage au fonctionnement de la clarinette, que nous considérerons sous une forme simplifiée (résonateur cylindrique simple), vis-à-vis du doublement de période. La forme du document se conforme au déroulement de la démarche pendant le stage.

Le modèle de clarinette étudié est classique et répandu ; il a pourtant été nécessaire, par une étude bibliographique poussée présentée dans un premier temps, de l'explorer en détails afin de percevoir les limites des approximations utilisées, dans le but de pouvoir raccorder modèle théorique, simulations et expérience. Cette articulation sera conservée sur l'ensemble du travail.
Nous nous sommes également plongés dans la littérature afin d'accéder aux éléments généraux de dynamique non linéaire, d'abord de manière générale pour saisir la signification du doublement de période, puis pour établir le rapport avec le modèle de clarinette.

Cette étude ayant révélé l'extrême rareté du phénomène de doublement de période pour la clarinette, il nous a semblé important, avant toute expérimentation, de recourir à la simulation numérique, ou devrais-je dire aux simulations, afin de mieux connaître notre modèle, et les plages de paramètres intéressantes pour l'observation du phénomène.

Il nous a ensuite été possible de monter une expérience autour de la bouche artificielle développée au laboratoire. Nous présenterons à la fois la réalisation de ce montage, les résultats intéressants qu'elle nous a permis d'obtenir, mais également tous les problèmes de mesures rencontrés.

Enfin, en réponse à la diversité des approches abordées, nous tenterons de confronter ces résultats, entre eux, avec des résultats analytiques et avec des résultats mis à disposition par des collègues, afin de dégager au mieux les perspectives qui nous semblent intéressantes dans la poursuite du projet.

Chapitre 1

Cadre de l'étude

1.1 Modèle élémentaire de clarinette

1.1.1 Introduction

En première approximation, la clarinette est constituée d'un système excitateur {anche + bec} et d'un résonateur, un tube de perce cylindrique (muni d'un pavillon et de trous latéraux, dont les effets seront négligés dans le cadre de cette étude). Le fonctionnement de cet instrument à oscillations auto-entretenues peut ainsi être vu comme celui d'un système bouclé où le résonateur réagit linérairement en contre-réaction par rapport à l'excitateur qui lui est lié de manière fortement non linéaire.
Il semble donc pertinent de retenir trois équations dans ce modèle :
- une équation différentielle linéaire décrivant la dynamique de l'anche,
- une équation linéaire exprimant le comportement du résonateur,
- une équation non linéaire caractérisant la relation entre la différence de pression de part et d'autre de l'anche et le débit dans le bec, sous l'anche.

Le modèle présenté ci-dessous est aujourd'hui couramment utilisé ; on en trouvera une présentation plus complète par Kergomard dans [7]. On se reportera dans la suite aux notations utilisées sur le schéma 1.1.

1.1.2 L'anche

Puisque nous négligerons les effets du conduit vocal du clarinettiste, la pression p_m dans la bouche de l'instrumentiste est considérée comme constante. Le rôle de l'anche est de transformer cet apport d'énergie continue en énergie acoustique.
Nous considérons ici l'anche comme un oscillateur harmonique à un degré de liberté. Sa dynamique est ainsi traduite par l'équation suivante :

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} + g_r \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + {\omega_r}^2 y = \frac{p(t) - p_m}{\mu_r}, \tag{1.1}$$

où y est la position de l'anche, vue comme un ressort de masse surfacique μ_r, d'amortissement g_r (dû principalement à la lèvre inférieure de l'instrumentiste), et de pulsation de résonance ω_r. $p(t)$ est la pression instantanée dans le bec.

Nous utiliserons dans la suite de ce document cette équation sous sa forme adimensionnée (1.2).

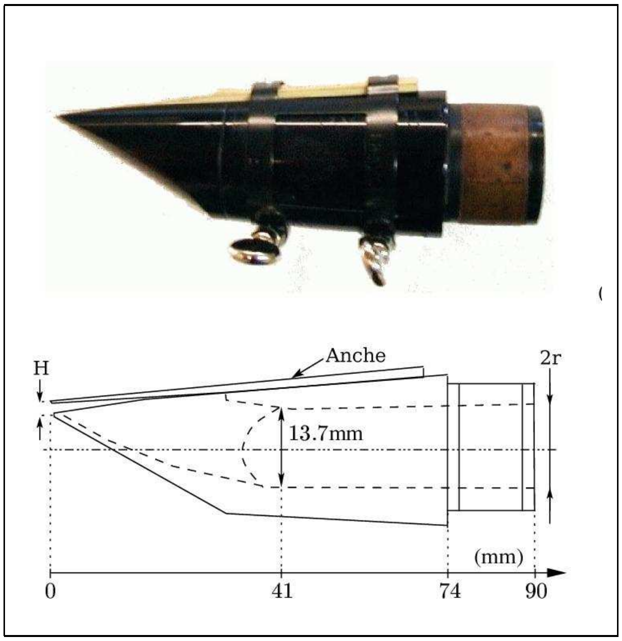

FIG. 1.1 – Vue latérale et cotes d'un bec de clarinette

$$\mathrm{M}\frac{\mathrm{d}^2\tilde{y}}{\mathrm{d}\tilde{t}^2} + \mathrm{R}\frac{\mathrm{d}\tilde{y}}{\mathrm{d}\tilde{t}} + \mathrm{K}\tilde{y} = \tilde{p}(\tilde{t}) - \gamma \tag{1.2}$$

Les tildes marquent ici les grandeurs adimensionnées ; ils seront omis dans les chapitres suivants.
On s'appuie notamment sur [3] pour établir l'adimensionnement. La position de l'anche y est adimensionnée par la hauteur H du canal lorsque l'anche est au repos ; ainsi $\tilde{y} = \frac{y}{\mathrm{H}}$.
Les pressions sont adimensionnées par la pression de plaquage statique de l'anche p_{M}.

$$\tilde{p} = \frac{p}{p_{\mathrm{M}}}\ ,\ \gamma = \frac{p_m}{p_{\mathrm{M}}}, \tag{1.3}$$

où p_{M} est la pression dans la bouche de l'instrumentiste lorsque l'anche se ferme ($y = -\mathrm{H}$), et impose donc une pression dans le bec nulle ($p(t) = 0$), en régime statique (toutes dérivées temporelles nulles). On écrit donc :

$$p_{\mathrm{M}} = \mathrm{H}\omega_r^2\mu_r \tag{1.4}$$

Quant au temps, on pose $\tilde{t} = t\omega_p$, où ω_p est la pulsation de la première résonance du résonateur (voir paragraphe 1.1.3).
Par identification entre l'équation (1.2) redimensionnée avec ces notations et l'équation (1.1), on obtient :

$$\mathrm{K} = 1\ ,\ \mathrm{M} = (\frac{\omega_p}{\omega_r})^2\ ,\ \mathrm{R} = \frac{\omega_p g_r}{\omega_r^2} \tag{1.5}$$

Approximation quasi-statique

Il est souvent raisonnable, pour la clarinette, de considérer que la fréquence de jeu (140 Hz pour le fondamental, tous trous bouchés), est nettement inférieure à celle de la

résonance d'anche (autour de 2000 Hz) : $\omega_p << \omega_r$. De plus, comme on le verra dans le paragraphe 1.1.3, la forme de l'impédance du résonateur nous permet de dire que dans la plupart des cas, les harmoniques autour de ω_r sont assez faibles pour ne pas interagir avec la résonance de l'anche dans le régime permanent, ce que nous étudierons principalement par la suite, comme l'ont montré Kergomard *et coll* dans [9]. Il faut prendre plus de précaution lorsqu'on parle des transitoires.
Dans ce cas, nous pouvons négliger les termes d'amortissement et d'inertie devant celui de raideur, et on écrit alors, avec M=R=0,

$$\tilde{y}(\tilde{t}) = \tilde{p}(\tilde{t}) - \gamma \tag{1.6}$$

1.1.3 Le résonateur

Nous considérons ici le cas simplifié d'un résonateur parfaitement cylindrique, non percé latéralement, et aux parois rigides. Négligeant la dynamique de l'anche, on suppose alors que les maximums d'impédance sont quasiment harmoniques et que leurs valeurs sont uniquement conditionnées par les pertes visco-thermiques. L'effet du rayonnement ne sera pris en compte qu'au premier ordre sous forme d'une correction de longueur.

Nous pouvons ainsi écrire, dans le domaine fréquentiel, la relation entre la pression acoustique $\mathrm{P}(\omega)$ et le débit acoustique $\mathrm{U}(\omega)$ dans le résonateur, les transformées de Fourier respectives de $p(t)$ et $u(t)$:

$$\mathrm{P}(\omega) = \mathrm{Z}(\omega)\mathrm{U}(\omega) \tag{1.7}$$

$\mathrm{Z}(\omega)$ étant l'impédance d'entrée du résonateur.

Cette impédance est adimensionnée par l'impédance caractéristique $\mathrm{Z}_c = \frac{\rho c}{\mathrm{S}}$, où S est la section du tube.

On écrit alors l'impédance d'entrée sous la forme :

$$\tilde{\mathrm{Z}} = j tan(kl) \text{ avec } kl = \frac{\omega l}{c} + (1-j)\psi\eta\sqrt{\frac{2\omega l}{\pi c}} \tag{1.8}$$

l étant la longueur du tube. Dans des conditions normales, avec r le rayon du tube, on a :

$$\eta = \sqrt{\frac{l_v l}{r^2}} \simeq 0.02, \tag{1.9}$$

où η est un paramètre adimensionné de pertes ;

$$\psi = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}\left(1 + \frac{\gamma - 1}{\sqrt{\frac{l_v}{l_t}}}\right) \simeq 1.3 \tag{1.10}$$

On déduit de l'équation (1.8), pour $\eta << 1$, la valeur du pic d'impédance pour le $n$ième harmonique :

$$\mathrm{X}_n = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{n}\psi\eta} & \text{si n est impair} \\ \sqrt{n}\psi\eta & \text{si n est pair} \end{cases} \tag{1.11}$$

1.1.4 Le couplage non linéaire

L'équation non linéaire de couplage entre l'excitateur et le résonateur, ici donnée sous forme adimensionnée, est obtenue en appliquant le théorème de Bernoulli, avec l'hypothèse de la dissipation de l'énergie cinétique à la sortie du canal anche-bec, sur une ligne de courant reliant un point de la bouche de l'instrumentiste et un point du canal de l'anche :

$$\tilde{u}(\tilde{p},\tilde{y}) = \zeta(1+\tilde{y})\sqrt{|\gamma-\tilde{p}|}\,\mathrm{sign}(\gamma-\tilde{p}) \tag{1.12}$$

avec

$$\zeta = \frac{\rho_0 c}{\mathrm{S}} w\mathrm{H}\sqrt{\frac{2}{\rho_0 p_{\mathrm{M}}}} \tag{1.13}$$

où p_{M} est la pression de placage statique de l'anche, w la largeur de la fente du bec, H sa hauteur lorsque l'anche est au repos.

Le paramètre d'embouchure ζ caractérise à la fois le bec et l'embouchure, à proprement parler, du musicien. En effet, via p_{M}, la raideur ainsi que la surface vibrante de l'anche interviennent, ainsi que le rapport des sections du canal de l'anche et du tube.

En utilisant l'approximation quasi-statique (1.6), (1.12) devient :

$$\tilde{u}(\tilde{p}) = \zeta(1+\tilde{p}-\gamma)\sqrt{|\gamma-\tilde{p}|}\,\mathrm{sign}(\gamma-\tilde{p}) \tag{1.14}$$

1.2 Doublement de période dans la clarinette

1.2.1 La cascade sous-harmonique

Lorsque l'on augmente la pression dans la bouche de l'instrumentiste, juste après la bifurcation de Hopf directe du point fixe, Grand *et coll* ([12],[13]) ont montré que c'était ce type de comportement qui prenait place pour la clarinette, l'attracteur du système est un cycle limite dans l'espace des phases, ce qui correspond à une solution périodique.

On s'intéresse à la stabilité de ce cycle limite en faisant varier un paramètre, appelé paramètre de bifurcation. Il peut être déstabilisé suivant plusieurs scénarios, suivant ce qui advient des valeurs propres de la matrice de Floquet [15]. Le sujet n'est pas ici de s'étendre sur les détails de cette méthode ; mais il est intéressant de voir la multiplicité des formes d'approche du chaos.

En effet, le cycle limite devient instable
- si une valeur propre sort du cercle unité en traversant +1 ; il y a alors une bifurcation noeud-col et la solution périodique laisse place à un régime d'intermittence ;
- si une valeur propre sort du cercle unité en traversant -1 ; on a alors une bifurcation sous-harmonique si la bifurcation est directe : la solution reste périodique mais de période double. C'est ce phénomène qui nous intéressera principalement par la suite ;
- deux valeurs propres conjuguées sortent du cercle unité ; il y a alors bifurcation de Hopf, avec une apparition possible d'un régime quasi-périodique.

Afin d'introduire le formalisme des cartes itérées, que nous utiliserons par la suite, nous allons suivre la démarche de Feigenbaum, qui s'est intéressé tout particulièrement à la cascade de doublement de période, dans le cadre des itérations d'une fonction mathématique à valeurs réelles f vérifiant les hypothèses suivantes ;
- f doit être continue et différentiable,

– f posséder un extremum,
– f doit avoir une dérivée schwartzienne négative (condition sur la concavité de f, qui assure que les bifurcations sont normales ou surcritiques).

La présentation qui va suivre s'appuie grandement sur Maganza [4].

Le plus simple pour visualiser la démarche est de s'intéresser à une fonction particulière, appelée fonction logistique,

$$f(x) = 4\lambda x(1-x)\,,\; x \in [0;1],$$

le propos relevant évidemment d'un cadre beaucoup plus général.

Les figures de cette section sont produites par une application Matlab que nous avons réalisée nous permettant de visualiser graphiquement l'inflence du paramètre λ et des conditions initiales.

L'image de $[0;1]$ par f est $[0;\lambda]$; nous choisirons donc $\lambda \leq 1$ afin de pouvoir effectuer les itérations successives à partir de la valeur initiale x_0. On s'intéresse ainsi à la suite réelle :

$$x_0,\; f(x_0),\; f(f(x_0)),\; etc$$

On visualise graphiquement l'orbite (Fig. 1.2) en utilisant la première bissectrice pour effectuer les itérations.

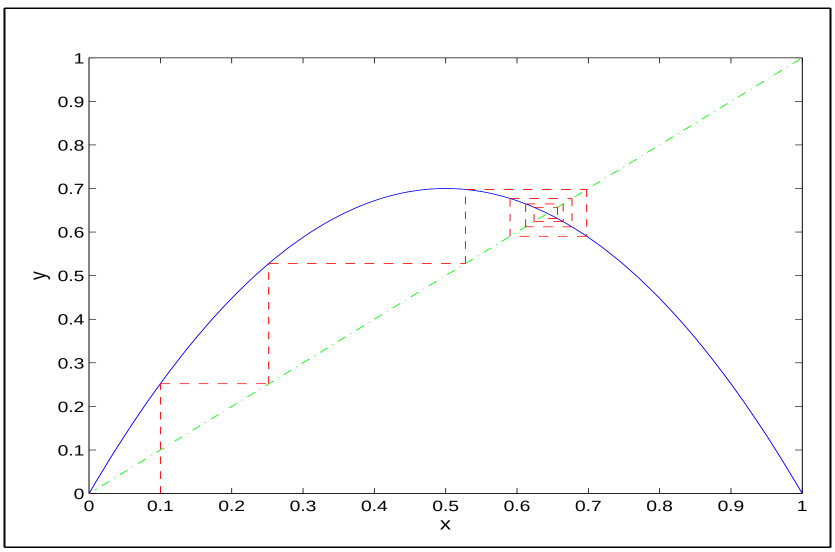

FIG. 1.2 – Orbite des itérations de la fonction f, avec λ=0.7 et x_0=0.1

On voit bien sur la figure 1.2 que les points fixes de la suite considérée correspondent aux intersections de la courbe d'équation $y = f(x)$ et $y = x$. Il est simple de démontrer [15] que ceux-ci sont stables lorsque

$$|f'(x)| < 1.$$

La stabilité des points fixes est donc liée à la valeur de la pente de la tangente à f au point considéré.

Valeurs de λ comprises entre 0 et Λ_1

Pour reprendre les notations de Maganza [4], les points fixes sont :

$$x_1 = 0 \text{ et } x_2 = 1 - \frac{1}{4\lambda}.$$

Les domaines de stabilité sont alors donnés par :

- $0 \leq \lambda < 1$ pour x_1,
- $0.25 < \lambda \leq \Lambda_1$ pour x_2, avec Λ_1=0.75.

On en trouve un exemple sur la figure 1.3 ; les valeurs de λ sont données par le sommet de la parabole. On note bien que $x_1 = 0$ est point fixe stable pour λ=0.2 alors que c'est x_2 qui l'est lorsque λ vaut 0.7.

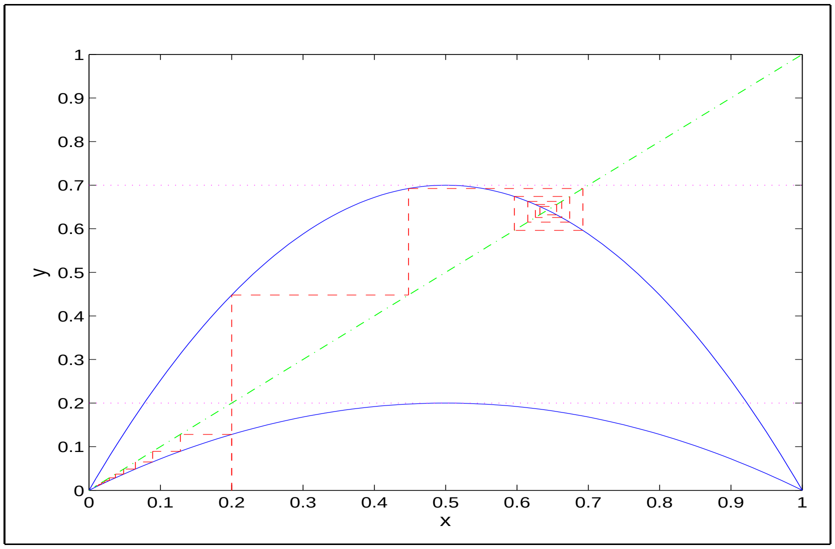

FIG. 1.3 – Orbite des itérations de la fonction f avec, d'une part λ=0.7 et d'autre part λ=0.2

Il existe alors, pour $0 \leq \lambda \leq \Lambda_1$, un unique point fixe stable, appelé attracteur de période 1. Le système physique correspondant modélisé par la suite itérative donnée en (1.15) présentera un comportement stable.

$$x_n = f(x_{n-1}) \tag{1.15}$$

Valeurs de λ comprises entre Λ_1 et Λ_2

On relève (Fig. 1.4) que pour des valeurs de λ comprises entre $\Lambda_1 = 0.75$ et $\Lambda_2 \simeq 0.86237$, deux points de convergence x_3 et x_4, prennent naissance autour de x_2, et vérifient :

$$x_3 = f(x_4) \text{ et } x_4 = f(x_3).$$

Ces points ne sont donc pas des points fixes de f mais de $g = f\text{o}f$, où o désigne la composition ; ils forment un attracteur d'ordre 2.

Le système devient donc oscillant et vérifie ainsi :

$$x_n = f(f(x_{n-1})) = f(x_{n-2}) = x_{n-2}.$$

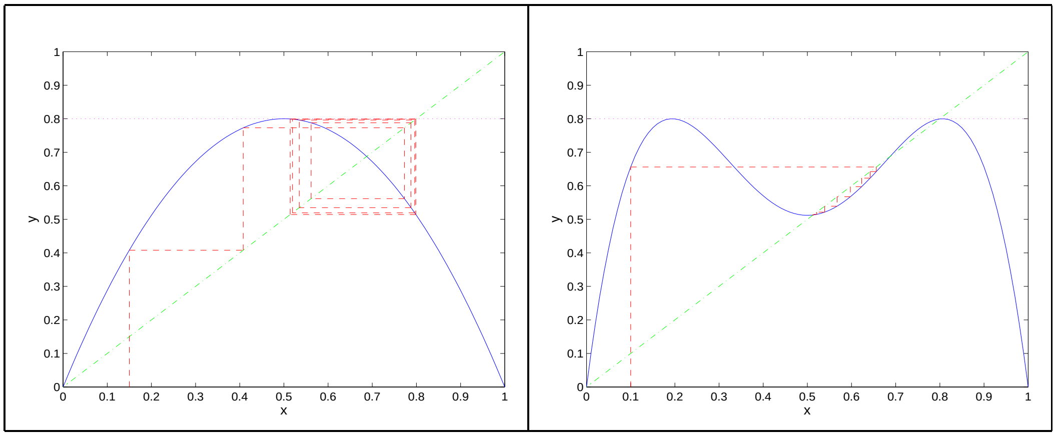

FIG. 1.4 – A gauche : orbite des itérations de la fonction f pour λ=0.8 ; à droite : orbite des itérations de la fonction g pour λ=0.8

Valeurs de λ comprises entre Λ_2 et Λ_3

De même, pour des valeurs de λ comprises entre $\Lambda_2 \simeq 0.86237$ et $\Lambda_3 \simeq 0.87$, la pente de g aux points x_3 et x_4 devient supérieure à 1, et la suite prend alors quatre valeurs différentes, qui sont :

$$x_5 = f(x_8),\ x_6 = f(x_5),\ x_7 = f(x_6) \text{ et } x_8 = f(x_7).$$

Ces points sont des points fixes de la fonction $h = gog$ (voir Fig. 1.5).

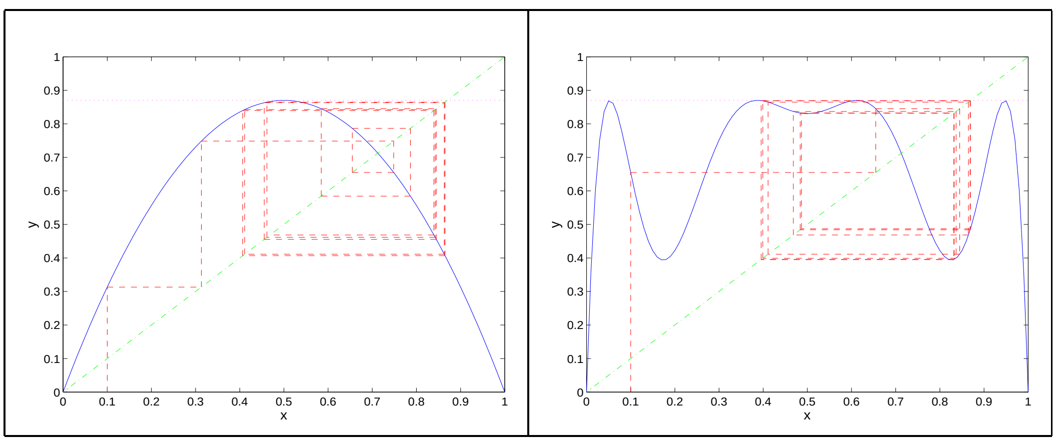

FIG. 1.5 – A gauche : orbite des itérations de la fonction f pour λ=0.87 ; à droite : orbite des itérations de la fonction h pour λ=0.87

Il y a ainsi quadruplement de période.

Et ensuite ?

On assiste ainsi à toute une série de doublements de période, pour des valeurs du paramètre λ de plus en plus rapprochées, ce qu'on appelle une "cascade" sous-harmonique.

Cette cascade se produit jusqu'à atteindre une valeur limite du paramètre de bifurcation $\lambda = \lambda_c \simeq 0.892489418$, au delà de laquelle le comportement devient chaotique.

La longueur des plages de paramètres correspondant à un comportement donné $(\Lambda_j - \Lambda_{j-1})$ diminue au fur et à mesure des bifurcations de la manière suivante :

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\Lambda_n - \Lambda_{n-1}}{\Lambda_{n+1} - \Lambda_n} = \mathrm{C_F} \simeq 4.6692016609102$$

où $\mathrm{C_F}$ est la constante de Feigenbaum.

Diagramme de bifurcation

Il est intéressant de visualiser ces différents comportements sur un diagramme de bifurcation. On trace tous les points obtenus en fonction de la valeur du paramètre de bifurcation λ correspondante. Le nombre de points différents représentés sur une même droite verticale donne donc ainsi le facteur par lequel est multipliée la période initiale.

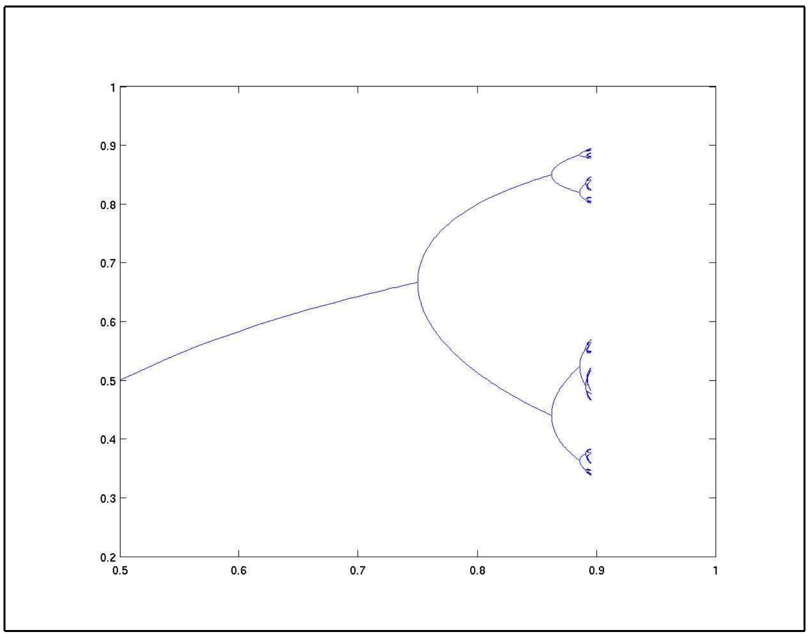

FIG. 1.6 – Diagramme de bifurcation de la fonction f définie par $f(x) = 4\lambda x(1-x)$; on trouve en abscisse les valeurs de λ et en ordonnée les valeurs de l'amplitude d'oscillation

On y retrouve bien les valeurs des seuils de bifurcation Λ_i.

1.2.2 Solution ab initio et carte itétérée

Après cet interlude mathématique, revenons à notre clarinette et aux équations $\{(1.2), (1.7), (1.12)\}$ qui la caractérisent.

Il est intéressant de pouvoir résoudre ce système à partir des conditions initiales, ce qu'on appelle traditionnellement "résolution ab initio" (Schumacher [21]).

La réponse impulsionnelle $z(t)$ du résonateur ayant un support temporel très étendu, il est intéressant de substituer à la représentation pression-débit (p, u) la représentation onde aller-onde retour (p^+, p^-) ([21]), avec la correspondance suivante :

$$\begin{aligned} p &= p^+ + p^- \\ u &= p^+ - p^- \end{aligned}$$

Cette représentation est très intéressante dans le cas sans pertes (et même avec des pertes indépendantes de la fréquence, voir 4.1.1) car la fonction de réflexion r (eq. (1.16)) liant p^+ et p^- a pour support temporel la durée d'un aller et retour dans le tube, que l'on notera 2τ. De plus, la fonction de réflexion a la propriété d'être nulle à $t = 0$, ce que ne vérifie pas l'impédance.

$$p^-(t) = (r * p^+)(t), \tag{1.16}$$

où * désigne le produit de convolution.

Cette équation correspond à l'équation (1.7) dans cette nouvelle représentation.

La fonction non linéaire F présentée par l'équation (1.14) est alors remplacée par une fonction G telle que :

$$p^+(t) = \mathrm{G}(-p^-(t)). \tag{1.17}$$

Or, en l'absence de pertes, la réflexion en bout de tube s'exprime de la manière suivante :

$$p^-(t) = -p^+(t - \tau); \tag{1.18}$$

on déduit ainsi de (1.17) et (1.18) :

$$p^+(t) = \mathrm{G}(p^+(t - \tau)), \tag{1.19}$$

qui, une fois discrétisée avec un pas de durée τ, s'écrit :

$$p^+_n = \mathrm{G}(p^+_{n-1}) \tag{1.20}$$

p^+ peut donc être obtenu par un processus itératif, que l'on appellera carte itérée. De plus, la fonction G obtenue à partir de F par une rotation de 45°, satisfait les conditions présentées au paragraphe 1.2.1. Par contre, l'obstacle majeur qui va restreindre l'étude analytique est l'absence de formulation directe de la fonction G. Il n'y a donc pas de contradiction théorique à la recherche de cascades de doublements de période avec ce modèle (d'après Schumacher [21], par analogie à la corde frottée).

1.2.3 Travaux de C. Maganza

Maganza ([4],[5]), dont la thèse a été publiée en 1985, partant de ce constat et d'une étude détaillée de la caractéristique pression-débit, met donc en place un dispositif expérimental permettant de rencontrer ces comportements.

Dans un premier temps, l'expérience est réalisée avec un tuyau cylindrique, contenant un microphone, à l'entrée duquel est placé un haut-parleur qui émet les ondes acoustiques. Le signal recueilli par le microphone est, d'une part analysé en fréquence, d'autre part envoyé dans un circuit électronique non linéaire simulant la fonction valeur absolue ou $x \mapsto x^3 - x$.

La cascade sous-harmonique est observée sur trois doublements successifs en augmentant le gain de l'amplificateur placé après le circuit ; le comportement chaotique l'est également.
Il en est de même avec un résonateur de clarinette. Le nombre de doublements avant le chaos dépend à la fois du type de non-linéarité choisi et du doigté utilisé sur la clarinette.

Enfin, une expérience quasi similaire est réalisée en remplaçant le circuit électronique par un processeur numérique (la 4C à l'IRCAM). Ceci permet à Maganza d'appliquer une non-linéarité proche de celle qui modélise la fonction non linéaire du couplage anche-résonateur. Les résultats concordent bien au niveau du comportement général de l'instrument et du seuil d'oscillation ; toutefois, le doublement de période n'est pas observé.

1.2.4 Etat actuel de la question

A la suite de ces travaux, V. Gibiat et M. Castellengo se sont intéressés au doublement de période dans les instruments à vent et pour la voix ([23],[14]). Ils se sont surtout focalisés, contrairement à Maganza, sur les situations de jeu "musicales", à savoir un intrument très peu ou pas modifié et surtout un instrumentiste au bout. Peu d'exemples ont été donnés sur les instruments à anche simple. Les résultats expérimentaux publiés concernent surtout le basson et le cromorne. La cascade de doublements a également été observée sur la clarinette, avec une anche très affinée.
On en retire une "recette" du doublement : relâcher de manière extrême l'embouchure [1] et faire décroître le souffle jusqu'à l'extinction du son.

Plus récemment, S. Ollivier *et coll* [19] se sont intéressés à la stabilité des oscillations à deux paliers (on qualifiera par la suite ce type de solutions de solution de Helmholtz, en référence à la corde frottée [20]). Ce travail se base sur le modèle simplifié de clarinette présenté en 1.1, avec des pertes indépendantes de la fréquence.
Or, dans le cas où l'anche ne bat pas, c'est-à-dire ne vient pas frapper la table du bec, l'instabilité de la solution à deux paliers correspond à deux comportements :

- la solution n'a qu'un palier, autrement dit, il n'y a pas d'oscillations donc pas de son : c'est la solution statique observée pour de faibles pressions dans la bouche ;
- la solution a $2^{\mathrm{N}},\ \mathrm{N} \geq 2$ paliers : on se trouve au coeur de la cascade de doublements de période ; c'est le comportement attendu pour ce modèle pour des pressions élevées dans la bouche.

A la suite de ce travail, Dalmont *et coll* proposent ([10], travail en cours) une étude théorique, toujours basée sur des pertes indépendantes de la fréquence, du comportement du modèle de clarinette vis à vis des bifurcations ; la partie 4.1 de ce document tâchera de confronter ces résultats à notre étude.

[1] Cela implique de relâcher la pince (desserrer la mâchoire) et ramollir la lèvre qui vient frotter sur l'anche.

Chapitre 2

Approche numérique

2.1 Equilibrage harmonique

2.1.1 La méthode de l'équilibrage harmonique

L'équilibrage harmonique (HBM : Harmonic Balance Method) est une méthode numérique classique d'étude des systèmes oscillants non linéaires depuis Goldfarb en 1947, [11]. Cette méthode de résolution approchée a l'immense avantage d'être extrêmement efficace, tout en donnant des informations assez précises sur le comportement du système. C'est pourquoi elle est couramment utilisée depuis 1979 (Rapp, dans le domaine de la biologie, [16]) dans le contexte de la dynamique non linéaire, pour déterminer des seuils de bifurcation et analyser la stabilité des solutions.

L'équilibrage harmonique calcule le spectre complexe du régime permanent périodique (et éventuellement quasi-périodique) de systèmes dynamiques non linéaires. Pour l'étude des instruments à oscillations auto-entretenues, la méthode a été élargie afin de considérer la fréquence de jeu comme une inconnue, celle-ci ne correspondant pas à la première fréquence de résonance du tube si on prend en compte la contribution dynamique de l'anche et la dispersion (travaux de Gilbert *et coll*, [6]).

L'hypothèse principale de cette méthode est que la décomposition harmonique de la solution peut être tronquée à N_p harmoniques complexes (auxquels on ajoute la composante continue). La pression dans le résonateur est ainsi représentée par $2\mathrm{N}_p + 2$ composantes réelles, régies par $2\mathrm{N}_p+2$ équations, découlant des trois équations générales du modèle { (1.2), (1.7), (1.12) }, auxquelles nous ferons référence par la suite à travers la représentation de point fixe :

$$\vec{\mathrm{P}} = \vec{\mathrm{F}}(\vec{\mathrm{P}}, f). \tag{2.1}$$

Une $2\mathrm{N}_p + 3$ième inconnue, la fréquence de jeu, vient s'y ajouter. Comme nous nous intéressons, avec cette méthode, au régime périodique permanent, une invariance par translation du temps apparaît et nous pouvons ainsi arbitrairement choisir le premier harmonique réel, réduisant le nombre d'inconnues à $2\mathrm{N}_p + 2$.

L'équation (2.1) admet donc un nombre fini de solutions, que l'on trouve en cherchant les racines de la fonction $\vec{\mathrm{G}}$ (2.2).

$$\vec{\mathrm{G}}(\vec{\mathrm{P}}, f) = \frac{\vec{\mathrm{P}} - \vec{\mathrm{F}}(\vec{\mathrm{P}}, f)}{\mathrm{P}_i}. \tag{2.2}$$

Cette forme, avec la division par une composante non nulle de la pression, en général la première (réelle), permet d'éviter la solution triviale $\vec{P} = \vec{0}$. Cette équation est ensuite résolue par itérations, par exemple, en ce qui nous concerne, avec l'algorithme de Newton-Raphson (détails dans Farner *et coll*, [17]).

2.1.2 Harmbal

Harmbal est un programme, écrit en C par S. Farner ([17]) au LMA, Marseille, appliquant le principe de l'équilibrage harmonique aux instruments de musique autoentretenus. Les modèles de clarinette, que nous utiliserons, et de saxophone sont implantés. Le code est libre afin que nous puissions y ajouter tous nos instruments préférés... On notera que Harmbal ne fournit pas d'étude de stabilité à l'heure actuelle.

Ayant dressé un tableau général des équations régissant le comportement acoustique de la clarinette { (1.2), (1.7), (1.12) }, il nous faut maintenant voir quels sont les paramètres d'entrée, nécessaires à la simulation.

Harmbal fonctionne à partir d'un *fichier.pmt* de cette forme :

```
K 1.0000000000
R 0.000000000000e+00
M 0.000000000000e+00
zeta 5.000000000000e-01
gamma 4.000000000000e-01
nu 1.000000000000e-05
resfreq 100.0000000000
lenfact 2.0000000000
disper 0.000000000000e+00
sndspeed 343.0000000000
pmax 1.0000000000
maxitno 1000.0000000000
denom 1.0000000000
maxerr 1.000000000000e-06
Nt 512
Np 1
nlmodel 102
impmodel 101
freq 99.9999999996
P
1.340506115972611773e-21
2.204006297041549434e-01
0.000000000000000000e+00
0.000000000000000000e+00
```

Détaillons ces paramètres.

- K est la raideur adimensionnée, R l'amortissement adimensionné, et M la masse adimensionnée, grandeurs évoquées dans l'équation (1.2).
- *zeta* (ζ) est le paramètre d'embouchure, décrit dans l'équation (1.12), faisant intervenir l'aire de la fente entre l'anche et le bec, la masse et la raideur de l'anche.
- *gamma* (γ) est la pression adimensionnée dans la bouche de l'instrumentiste.

- *nu*, noté η dans les équations, est un paramètre de pertes ; il apparaît dans l'impédance du résonateur, par exemple dans l'équation (1.9).
- *resfreq* est la fréquence de résonance du tube ; c'est un paramètre géométrique puisque, pour un cylindre, $f_0 = \frac{c}{4l}$ où l est la longueur du tube.
- *lenfact* est un paramètre de conicité, utilisé dans le modèle de saxophone ; ce paramètre est muet en ce qui nous concerne ici.
- *disper* prend respectivement les valeurs 1 ou 0 selon la prise en compte, ou non, de la dispersion.
- *sndspeed* est la vitesse du son.
- *pmax* est la valeur de pression de plaquage statique, servant à l'adimensionnement (équation (1.4)).
- *maxitno* fixe le nombre maximal d'itérations
- *denom* donne le numéro du partiel qui intervient dans la fonction $\vec{\mathrm{G}}$ pour l'algorithme de Newton-Raphson (équation (2.2)).
- *maxerr* est l'erreur tolérée.
- *Nt* est le nombre de points de la transformée de Fourier, donc le nombre de points temporels dans le fichier de sortie *uswept.dat*.
- *Np* est le nombre d'harmoniques pris en compte.
- *nlmodel* est le modèle choisi pour l'équation non linéaire (1.12). Pour la clarinette, trois modèles sont proposés :
  - 101 : développement cubique de la fonction (1.12)
  - 102 : fonction (1.12) simplifiée pour le cas où M=R=0
  - 103 : fonction (1.12) complète
- *impmodel* est le modèle d'impédance choisi ; nous y reviendrons au paragraphe 2.1.3.
- *freq* est la fréquence de jeu utilisée par Harmbal pour la première itération. Rappelons qu'il s'agit d'une inconnue du problème, même si celle-ci est en général proche de la première fréquence de résonance du tube pour la clarinette jouée sur le mode 1 lorsqu'on néglige M et R.
- *P* est la liste des amplitudes obtenues pour les harmoniques. Cette liste comprend d'abord les parties réelles de la composante continue puis de chaque harmonique, suivies des parties imaginaires des mêmes quantités.

2.1.3 Introduction de pertes indépendantes de la fréquence dans Harmbal

Un des paramètres d'entrée de Harmbal est *impmodel*, à savoir le modèle d'impédance. Il s'agit d'un nombre à trois chiffres dont le premier choisit l'instrument (1 pour la clarinette). Pour cet instrument, quatre modèles sont à ce jour proposés :
- 101 : modèle classique d'impédance sous forme adimensionnée, relevant de l'équation (1.8),
- 102 : ajout d'un conduit vocal (C. Fritz, IRCAM) au cas 101,
- 103 : ajout d'un conduit vocal (Johnston et coll) au cas 101,
- 104 : modèle utilisé par P. Guillemain (LMA) pour la synthèse en temps réel,
- (105 et 106 en préparation par M. Demoucron (IRCAM))

Disposant de travaux analytiques (Kergomard,[9] [10]) reposant sur un modèle d'impédance correspondant à des pertes indépendantes de la fréquence, le modèle de Raman, nous avons souhaité implanter dans Harmbal ce type de pertes afin de pouvoir faire concorder les résultats et utiliser cette base pour poursuivre.

Plaçons-nous dans un cadre sans dispersion, c'est-à-dire en imposant que la partie réelle de k soit égale à $\frac{\omega}{c}$. Cela revient, dans Harmbal, à prendre le paramètre *disper* égal à 0.

L'impédance garde la forme classique (1.8) mais nous changeons la forme de k :

$$kl = \frac{\omega l}{c} - j\alpha \tag{2.3}$$

où α est un paramètre indépendant de la fréquence.
Afin de donner une signification physique précise au paramètre α, nous décidons qu'il doit correspondre aux pertes du modèle de pertes visco-thermiques pour le premier pic d'impédance.

Si nous écrivons l'impédance (1.8) sous la forme (2.3), alors

$$\alpha_{complet}(\omega) = \psi\eta\sqrt{\frac{2\omega l}{\pi c}} \tag{2.4}$$

La première fréquence de résonance du tube est donnée par

$$\omega_1 = \pi\frac{c}{2l}$$

et donne donc, en imposant

$$\alpha_{complet}(\omega_1) = \alpha_{\text{R}aman}$$

$$\alpha_{\text{R}aman} = \psi\eta \tag{2.5}$$

Le paramètre de pertes que l'utilisateur entre dans Harmbal est le paramètre *nu* de la liste de paramètres, qui correspond à η dans l'équation ; nous conservons les mêmes notations. Ainsi, si l'utilisateur souhaite lancer une simulation pour un α donné, il devra entrer pour *nu* la valeur $\frac{\alpha}{1.3}$.

Ce nouveau modèle d'impédance, appelé par le paramètre *impmodel*=107, a été implanté dans Harmbal (clarinet.c) de la manière indiquée en annexe (A.1).

2.1.4 Vérification

Afin de vérifier la mise en oeuvre du modèle de pertes indépendantes de la fréquence, nous nous proposons de comparer le spectre obtenu avec celui du modèle de pertes viscothermiques (pertes dépendant de la fréquence) pour les mêmes paramètres par ailleurs.

Nous vérifions bien que le premier point coïncide.

Dans un premier temps, pour de très faibles pertes ($\eta = 1.10^{-5}$), voir Fig.2.1, l'écart entre les deux modèles est évidemment très faible.

Par contre l'écart devient visible pour des valeurs de η plus élevées ; voir Fig.2.2 pour $\eta = 1.10^{-2}$. Les pertes du modèle complet augmentant en $\sqrt{\omega}$, il est normal de voir les harmoniques de cette courbe perdre de l'amplitude comparativement à la courbe Raman lorsque f augmente.

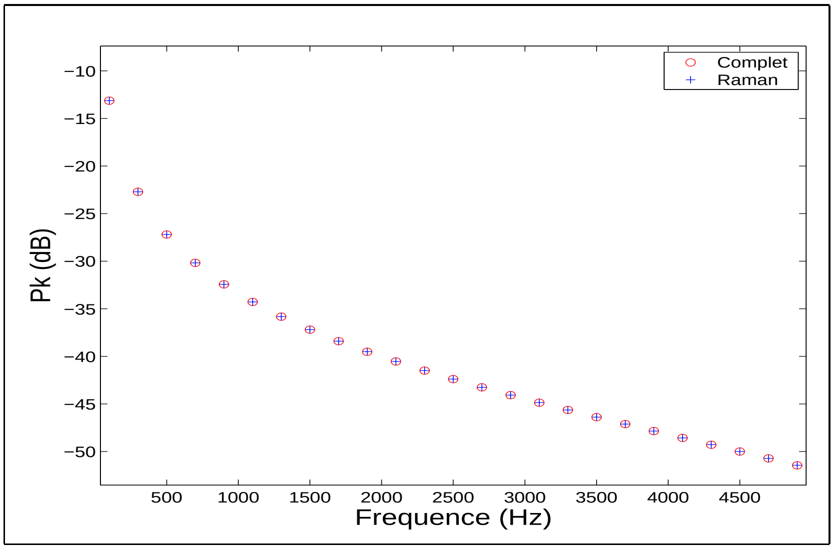

FIG. 2.1 – Comparaison du modèle de pertes viscothermiques et du modèle de Raman pour $\zeta = 0.5, \gamma = 0.4$ et $\eta = 1.10^{-5}$; les P_k sont les modules des harmoniques impairs, donnés en dB définis par P_k (dB)=20 $log_{10}(\mathrm{P}_k)$

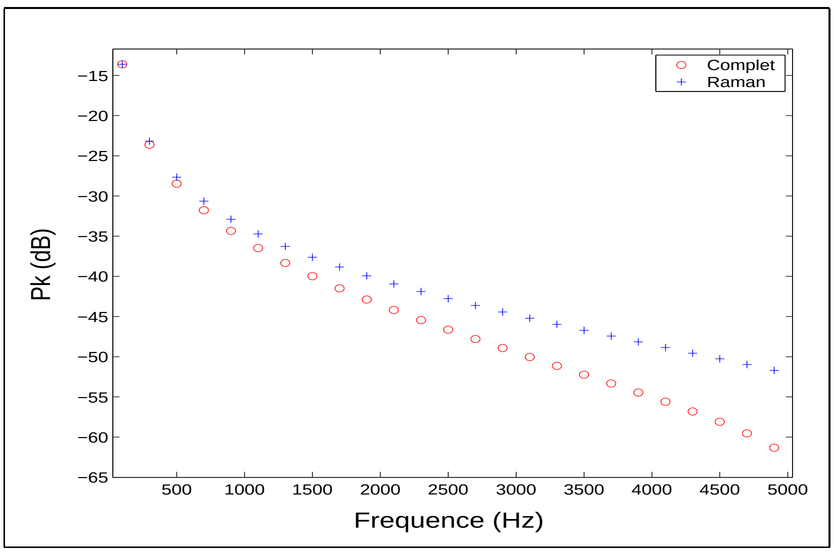

FIG. 2.2 – Comparaison du modèle de pertes viscothermiques et du modèle de Raman pour $\zeta = 0.5, \gamma = 0.4$ et $\eta = 1.10^{-2}$

2.2 Simulation temporelle

2.2.1 Introduction

Ce programme, écrit sous Matlab par Christophe Vergez, permet d'obtenir, à partir des équations du modèle et par itération temporelle, l'évolution de la pression, de l'ouverture de l'anche, du débit, ainsi que la position des points fixes sur la caractéristique débit/pression de l'anche et un fichier son.

Puisque le calcul se fait dans le domaine temporel, les transitoires sont présents et seules les solutions stables sont atteintes, ce qui peut aider, lors de bifurcation, à changer de branche et nous a permis de mettre en évidence le doublement de période.

2.2.2 Adimensionnement du modèle

L'équation dynamique de l'anche s'écrit dans ce programme avec des notations légèrement différentes de l'équation (1.1).

$$m_s \frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} + r_s \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} + k_s y = p(t) - p_m \tag{2.6}$$

Afin de pouvoir comparer ces résultats avec ceux obtenus avec Harmbal, il nous a fallu adimensionner les paramètres d'entrée du programme.
La valeur du paramètre d'embouchure ζ est déjà donnée en (1.13).

Il nous faut donc maintenant nous intéresser aux grandeurs qui apparaissent dans l'équation (1.2).

Les notations sont celles exposées dans le paragraphe 1.1.2.
Cependant, les notations de l'équation (2.6) entrainent une écriture légèrement différente de p_{M} :

$$p_{\mathrm{M}} = k_s \mathrm{H}. \tag{2.7}$$

De même, l'équation (1.5) devient :

$$\mathrm{K} = 1 \ , \ \mathrm{M} = \frac{m_s \omega_p^2}{k_s} \ , \ \mathrm{R} = \frac{\omega_p r_s}{k_s} \tag{2.8}$$

2.2.3 Pertes de Raman

Le programme de simulation temporelle introduit les pertes sous forme d'un coefficient de réflexion r en bout de tube.

Le pendant temporel de l'équation (1.7) s'écrit :

$$p(t) = (z * u)(t) \tag{2.9}$$

où $*$ désigne le produit de convolution et z la transformée de Fourier inverse de Z.

A cette représentation dans la base $(u(t), p(t))$ peut se substituer une représentation équivalente sous forme d'onde aller et onde retour (p^+, p^-), voir [21]. L'écriture équivalente de l'équation (2.9) est alors :

$$\begin{aligned} p^-(t) &= (r * p^+)(t) && (2.10) \\ &= r \times p^+(t - \frac{2l}{c}) && (2.11) \end{aligned}$$

Le r de cette équation est bien le coefficient utilisé par le programme de simulation temporelle. Afin de déterminer la correspondance avec le modèle de Raman écrit en fréquentiel, nous passons dans l'espace de Fourier ; $\mathrm{R}(\omega)$ est la transformée de Fourier de $r(t)$.

$$\begin{aligned} R(\omega) &= \frac{P^-(\omega)}{P^+(\omega)} \\ &= \frac{Z(\omega) - 1}{Z(\omega) + 1} \end{aligned}$$

où Z est l'impédance adimensionnée du résonateur. En injectant l'impédance (1.8) avec la forme de kl présentée en (2.3), on a :

$$\begin{aligned} R(\omega) &= \frac{jtan(kl) - 1}{jtan(kl) + 1} \\ &= \frac{j\frac{\frac{1}{2j}[e^{j(\frac{\omega l}{c} - j\alpha)} - e^{-j(\frac{\omega l}{c} - j\alpha)}]}{\frac{1}{2}[e^{j(\frac{\omega l}{c} - j\alpha)} + e^{-j(\frac{\omega l}{c} - j\alpha)}]} - 1}{j\frac{\frac{1}{2j}[e^{j(\frac{\omega l}{c} - j\alpha)} - e^{-j(\frac{\omega l}{c} - j\alpha)}]}{\frac{1}{2}[e^{j(\frac{\omega l}{c} - j\alpha)} + e^{-j(\frac{\omega l}{c} - j\alpha)}]} + 1} \\ &= \frac{[e^{2j\frac{\omega l}{c} + \alpha} - e^{-\alpha}] - [e^{2j\frac{\omega l}{c} + \alpha} + e^{-\alpha}]}{[e^{2j\frac{\omega l}{c} + \alpha} - e^{-\alpha}] + [e^{2j\frac{\omega l}{c} + \alpha} + e^{-\alpha}]} \\ &= -e^{-2\alpha} e^{-2j\frac{\omega l}{c}} \end{aligned}$$

On met ici deux points en évidence : on retrouve la translation temporelle prévue en (2.11) et on identifie le coefficient r :

$$r = -e^{-2\alpha} \tag{2.12}$$

2.2.4 Implantation dans le programme

Par rapport au programme préexistant, nous avons entré en premier lieu, après quelques constantes physiques utiles aux premiers calculs, la liste des paramètres de Harmbal. On en déduit directement, comme nous l'avons vu au paragraphe 2.2.2, les paramètres L (l dans les équations), l (w dans les équations), Pb0 (p_m dans les équations) et r (voir 2.2.3). L'adimensionnement, en nous donnant la forme de p_{M} (1.4), nous montre qu'un des deux paramètres k_s ou H est libre. Nous avons choisi de fixer H, car c'est un paramètre auquel on peut remonter expérimentalement, dont découlent les expressions de m_s, r_s, et k_s. La donnée des paramètres d'entrée du programme modifié est présentée dans l'annexe A.2.

Ce programme étant conçu pour simuler le hautbois, on obtient la clarinette en prenant le coefficient Cd très petit ; les paramètres propres du hautbois, tels Rn ou Sn n'interviennent alors plus.

2.2.5 Validation de l'adimensionnement

Validation dans le domaine temporel

La validation la plus naturelle pour vérifier dans un premier temps que la forme globale de l'onde, l'amplitude ainsi que la fréquence correspondent entre les deux méthodes d'investigation, à savoir Harmbal et la simulation temporelle, vient de la superposition du fichier solution *uswept.dat* produit par Harmbal à une des périodes du signal obtenu par simulation temporelle. Cette opération est effectuée par une fonction Matlab : *compar_temp.m* (annexe A.3), appelée à l'intérieur du programme de simulation temporelle (voir Fig.2.3).

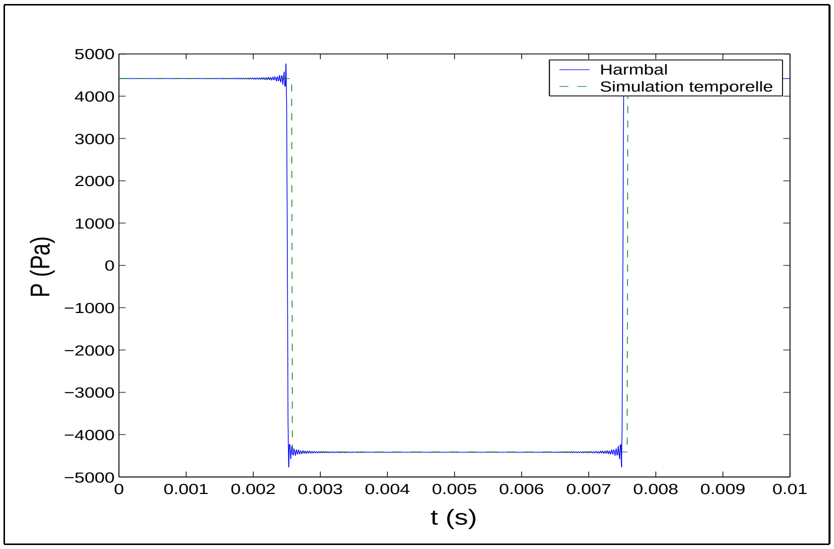

FIG. 2.3 – Comparaison entre Harmbal et la simulation temporelle dans le domaine temporel (K=1, R=M=0, $\zeta = 0.6$, $\gamma = 0.4$, $\eta = 10^{-3}$) ; la courbe de simulation temporelle est légèrement décalée afin d'améliorer la lecture du graphe.

Les oscillations aux extrémités de chaque palier (phénomène de Gibbs) pour la solution de Harmbal sont dues aux effets de la transformée de Fourier inverse d'une solution à la décomposition harmonique tronquée, ce qui est le principe même de l'équilibrage harmonique. Elles ne sont donc pas à prendre en compte dans la comparaison de la forme d'onde.

Validation dans le domaine fréquentiel

Mais la validation fine se fait bien entendu dans le domaine fréquentiel. La fonction Matlab *compar_freq.m* (annexe A.4) écrite à cette fin effectue une FFT (Fast Fourier Transform) d'une période du signal obtenu par la simulation temporelle, choisie loin du transitoire afin de se placer dans le cadre d'un signal périodique, et la superpose au spectre fourni par Harmbal.

On note une légère divergence entre les courbes pour les harmoniques élevés. Afin d'expliquer ce phénomène, on a porté sur le même graphe (2.4) les résultats de Harmbal pour N_p=150 et N_p=300. On note que plus le nombre d'harmoniques pris en compte dans Harmbal augmente, plus le spectre se rapproche de celui obtenu pour la simulation temporelle. Le signal étant échantillonné à 44100 Hz pour la simulation temporelle, il y a donc 441 points par période pour une fréquence de jeu de 100 Hz, ce qui correspond au nombre de points pris en compte pour la FFT. Le signal représenté pour la simulation temporelle correspond donc à une FFT sur 441 contre 150 ou 300 pour Harmbal ; cet écart devient donc tout à fait compréhensible.

La validation semble ainsi satisfaisante.

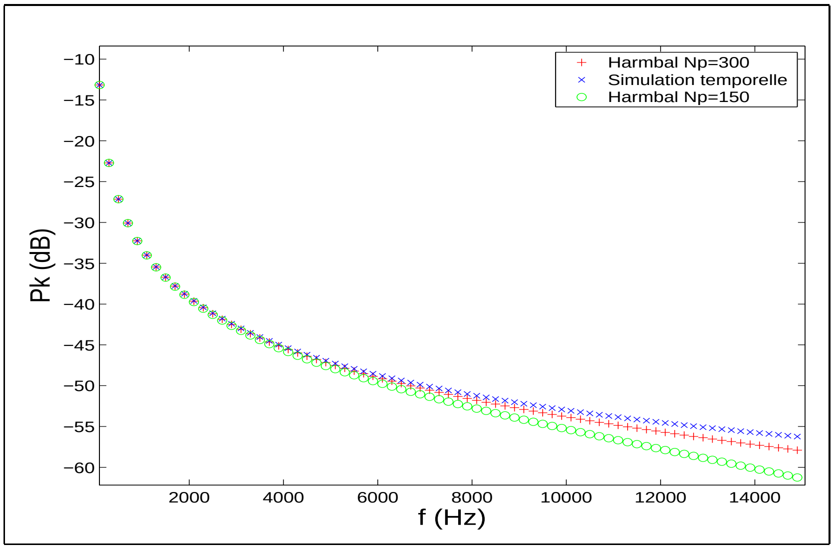

FIG. 2.4 – Comparaison entre Harmbal et la simulation temporelle dans le domaine fréquentiel (K=1, R=M=0, $\zeta = 0.6$, $\gamma = 0.4$, $\eta = 10^{-3}$)

2.3 Comportement de ces programmes vis-à-vis du doublement de période

2.3.1 Simulation temporelle et doublement de période

Exemples

Le doublement de période apparaît sans problèmes pour des valeurs élevées de ζ.

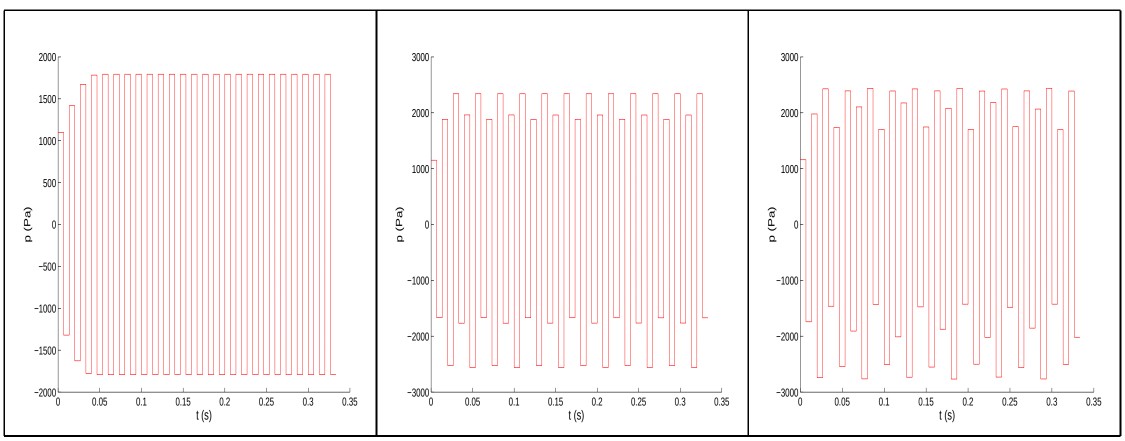

FIG. 2.5 – Signal obtenu par simulation temporelle pour $\zeta = 0.6$, $\eta = 1.10^{-3}$ et, respectivement de gauche à droite, $\gamma = 0.40$ (cas ne présentant pas de doublement de période), $\gamma = 0.45$ (doublement de période), $\gamma = 0.46$ (octuplement de période)

Génération de fichiers de solutions pour Harmbal

Après de longues recherches en faisant varier divers paramètres (fréquence de jeu, choix de l'harmonique intervenant dans l'algorithme de Newton-Raphson (*denom*)...), il s'est avéré que Harmbal ne semblait pas trouver de solution relevant du doublement de période, même pour des paramètres de jeu qui en présentent dans le cas de la simulation temporelle. Sachant que les plages de bifurcation sont infimes, et que la composition spectrale du signal après bifurcation est très différente de celle du signal avant bifurcation, nous avons souhaité fournir à Harmbal pour sa première itération un fichier contenant des paramètres très proches de la solution. Nous avons donc pensé exploiter les informations délivrées par la simulation temporelle à cette fin.

Nous avons donc écrit une fonction Matlab, *temp_pmt.m* (annexe A.5). Cette fonction sélectionne les k dernières périodes, afin de se placer loin du transitoire, du signal fourni par la simulation temporelle et en effectue la transformée de Fourier. Afin de satisfaire aux conventions prises par Harmbal, on effectue une rotation de phase de celle-ci afin d'obtenir un premier harmonique réel. Enfin, la fonction crée un fichier texte *temp.pmt* qui contient à la fois les paramètres choisis pour la synthèse et les amplitudes complexes des harmoniques, en nombre choisi. Elle trace de plus quelques graphes afin de visualiser si la période sélectionnée est bien complète, et d'obtenir une allure du spectre correspondant.

Nous nous sommes interrogés sur le nombre de périodes à prendre en compte dans la transfomée de Fourier. Voyons dans un premier temps l'influence de k sur le spectre (figure 2.6). Cent quarante harmoniques sont représentés et les courbes sont superposées.

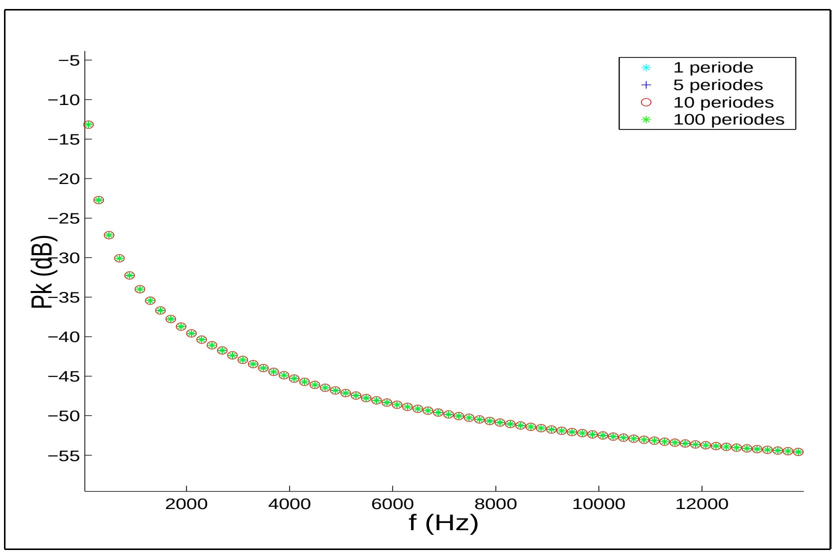

FIG. 2.6 – Transformée de Fourier du signal obtenu par simulation temporelle suivant le nombre de périodes prises en compte pour $\zeta = 0.6, \gamma = 0.4$ et $\eta = 1.10^{-3}$

Le choix de k le plus économique en termes de coût de calcul, à savoir $k = 1$ peut donc être envisagé. Toutefois, nous conservons l'accès à ce paramètre pour offrir une plus grande précision sur la fréquence de jeu au besoin.

Choix de la forme de la fonction de réflexion

Par principe, l'équilibrage harmonique nous fournit une solution à N_p harmoniques. Si, avec la même méthode et les mêmes paramètres, on résout avec $N'_p > N_p$ harmoniques, les N_p premiers harmoniques ne seront pas les mêmes pour les deux solutions. Il existera toujours une différence flagrante entre une solution à grand nombre d'harmoniques tronquée (ce que nous fournit la simulation temporelle) et la solution de l'équilibrage harmonique.

On décide donc de réduire l'étendue spectrale du signal de pression en changeant la fonction de réflexion. On implante donc dans le programme de simulation temporelle (annexe A.6) deux fonctions de réflexions : un sinus cardinal, dont la transformée de Fourier est une porte, et qui correspond donc bien à l'hypothèse de troncature et une fonction gaussienne, dont la tranformée de Fourier est également une gaussienne, car elle a l'avantage de ne pas avoir de lobes secondaires. La normalisation se fait avec la condition suivante : l'aire totale sous la courbe doit être de $e^{-2\alpha}$.

On fixe la largeur du filtre passe-bande à N_p, on a choisi 30 pour les essais, que l'on vérifie en faisant la transformée de Fourier de la fonction de réflexion. Le support temporel de celle-ci est limité par la convolution utilisée dans le programme ; il ne doit pas excéder N échantillons, ce qui équivaut à la durée d'un aller-retour de l'onde dans le tube.

Le signal de pression obtenu avec ces fonctions de réflexion est présenté sur la figure 2.7.

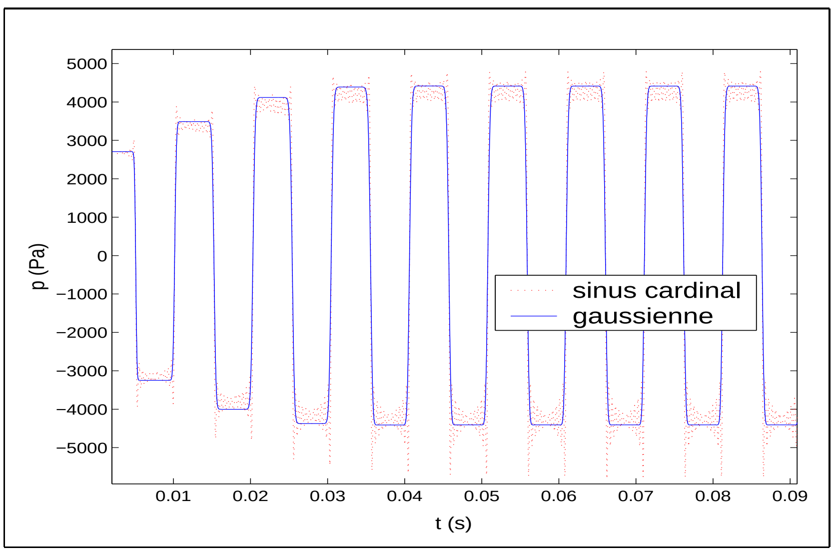

FIG. 2.7 – Signal obtenu par simulation temporelle avec différentes convolutions pour $\zeta = 0.6, \gamma = 0.4$ et $\eta = 1.10^{-3}$

En ce qui concerne la gaussienne, le signal est très arrondi, et plus éloigné de la solution de Harmbal que lorsque l'on convoluait avec un Dirac.

Quant au sinus cardinal, la troncature imposée par la longueur de convolution intervient au niveau de lobes d'amplitude importante, ce qui se manifeste par un effet de Gibbs (oscillations importantes au niveau des extrémités des paliers sur le signal de pression) qui nous interdit d'utiliser cette fonction.

Nous garderons donc par la suite la fonction de réflexion-Dirac, utilisée jusqu'alors.

2.3.2 Harmbal et doublement de période

Etude préliminaire

Comme nous l'avons vu au paragraphe 2.3.1, dans un premier temps, Harmbal ne trouve pas de solution avec période doublée. Nous lui fournissons donc, grâce à la simulation temporelle, un fichier solution cohérent pour commencer ses itérations.

Avec le fichier résultat de la simulation temporelle

En l'absence de doublement de période.

Plaçons-nous dans un cadre classique, à savoir un cas où il n'y a pas doublement de période ($\gamma = 0.4$, $\zeta = 0.6$, $\nu = 10^{-3}$). Nous nous attendons, en fournissant en entrée à Harmbal le fichier de paramètres obtenu à partir de la simulation temporelle, à ce que Harmbal converge en quelques itérations. Pourtant, nous obtenons, au bout de 52 itérations le message d'erreur suivant : "minimum lambda reached too many times", dont la traduction pourrait être : "Lorsque je m'approche d'un minimum d'erreur, Newton-Raphson me renvoie vers une solution présentant une erreur plus grande ; cela s'est produit un trop grand nombre de fois. Je m'arrête là."

Seconde tentative : on remplace la fréquence 99.773756 par 100 Hz. La convergence est moyennement rapide, à savoir 18 itérations.

Finalement, le fichier solution de la simulation temporelle ne semble pas être proche d'une solution de Harmbal. Nous avions vu (Fig.2.4) pourtant que les deux programmes fournissaient des spectres (en module) très proches. Voyons donc ce qui se passe au niveau de la phase (Fig. 2.8)...

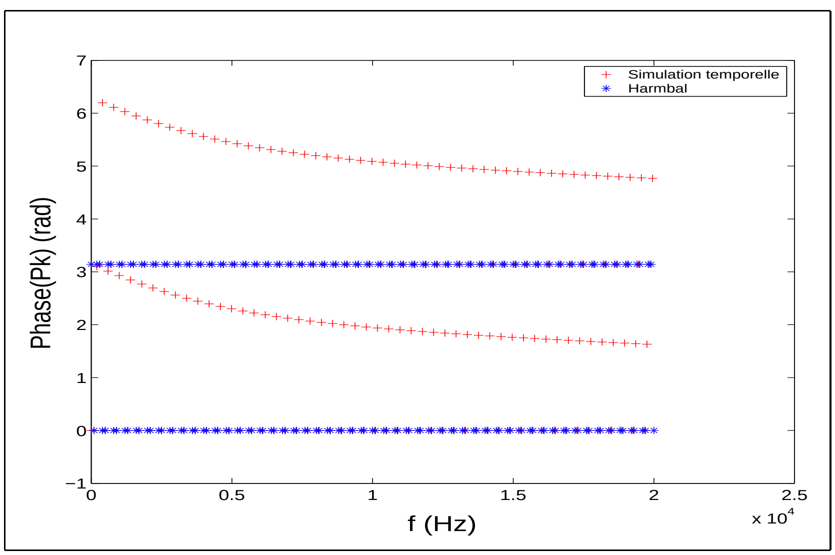

FIG. 2.8 – Comparaison de Harmbal et de la simulation temporelle au niveau de la phase pour un cas ne présentant pas de doublement de période ($\gamma = 0.4$, $\zeta = 0.6$, $\nu = 10^{-3}$)

Nous n'expliquons pas cette déviation de phase. Voyons d'où elle provient en regardant parties réelles et imaginaires de la sortie des deux programmes (Fig. 2.9).

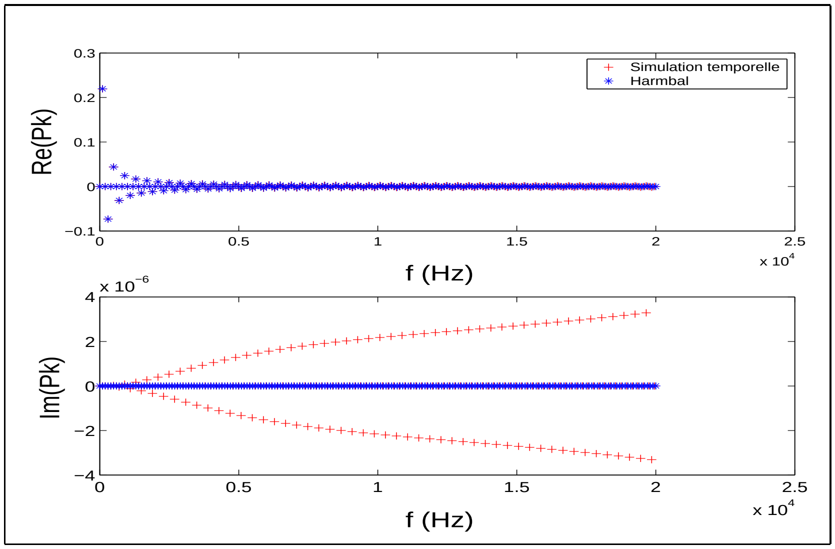

FIG. 2.9 – Comparaison de Harmbal et de la simulation temporelle pour un cas ne présentant pas de doublement de période ($\gamma = 0.4$, $\zeta = 0.6$, $\nu = 10^{-3}$)

Les parties réelles se superposent exactement ; le problème intervient au niveau des parties imaginaires. Notons cependant que ces deux grandeurs ne sont pas du même ordre : 10^{-1} pour les parties réelles contre 10^{-6} pour les parties imaginaires.

Nous faisons donc une tentative en fournissant à Harmbal le même fichier de paramètres, mais avec toutes les paries imaginaires à zéros. La convergence s'en trouve bien plus rapide : 5 itérations au lieu de 18.

Nous utiliserons donc cette dernière procédure pour "tester" Harmbal sur un jeu de paramètres relevant d'un doublement de période.

En présence de doublement de période

En cas de doublement de période, Harmbal ne converge pas, malgré de multiples tentatives de tâtonnement au niveau de la fréquence.

Raisonnons à partir du spectre fourni par le programme de simulation temporelle (Fig. 2.10).

Nous voyons que le premier harmonique se situe à une quinzaine de décibels en dessous du second, ce qui peut empêcher Harmbal de converger (voir le fonctionnement de la méthode de Newton-Raphson, [17]). En effet, nous avons vu (paragraphe 2.1.1) que, dans cet algorithme, un harmonique non nul intervenait dans la fonction $\vec{G}$. Il est judicieux de prendre le premier à ne pas avoir une amplitude négligeable.

Nous réeffectuons donc une suite de tâtonnements similaires en prenant *denom*=2. Malheureusement, Harmbal refuse toujours de converger.

Dans les rares cas de convergence, nous obtenons des solutions à une fréquence de l'ordre de 10^{-2} Hz, ce qui est ridicule pour une recherche de solution périodique à fréquence audible...

Pour l'anecdote enfin, en partant de ce même fichier de paramètres, qui devrait être solution à 50 Hz, on trouve une solution à 100 Hz dont l'allure temporelle est représentée sur la figure 2.11. On retrouve ici l'allure de la solution B évoquée dans l'article de Fritz *et coll* [3]. Cette solution est ici trouvée pour $N_p = 50$ (29 dans l'article de Fritz).

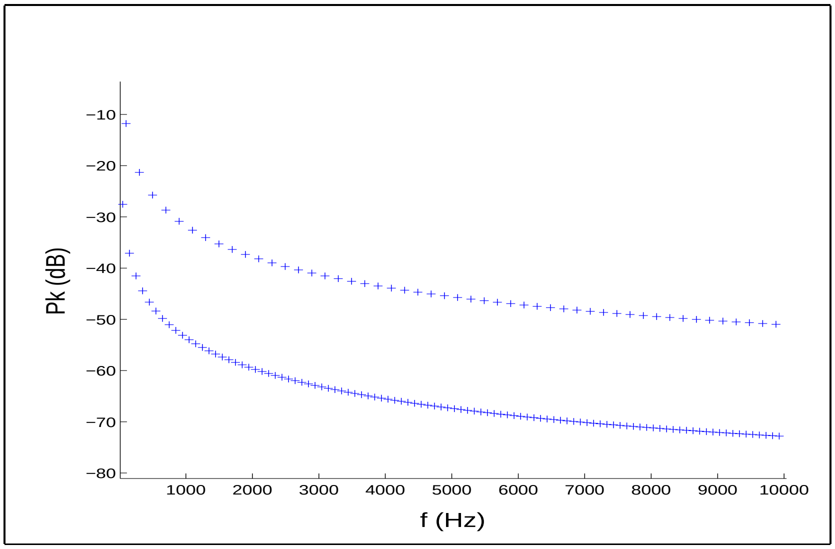

FIG. 2.10 – Spectre fourni par la simulation temporelle pour un cas de doublement de période ($\gamma = 0.45$, $\zeta = 0.6$, $\nu = 10^{-3}$).

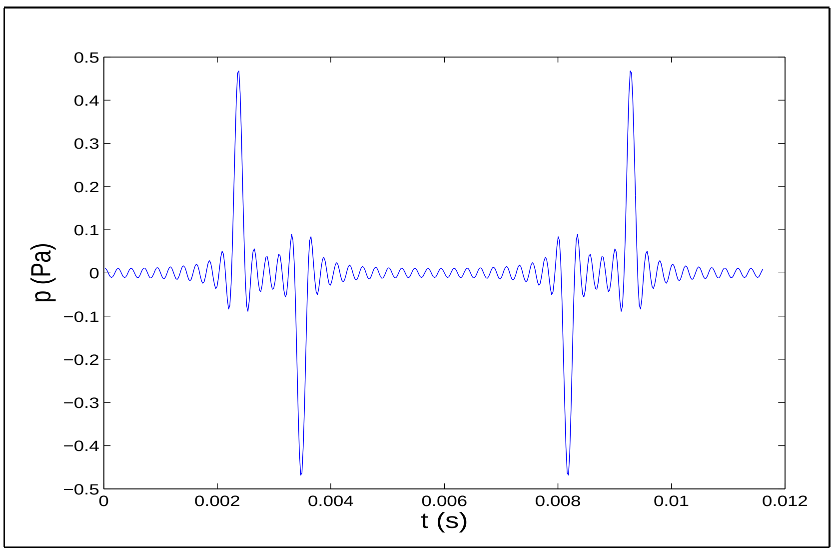

FIG. 2.11 – Solution à 100 Hz obtenue avec Harmbal à partir d'un fichier de paramètres fourni par la simulation temporelle dans un cas de doublement de période ($\gamma = 0.45$, $\zeta = 0.6$, $\nu = 10^{-3}$).

Continuation sur la fréquence de jeu dans Harmbal

Fonction tracpar dans Harmbal

Le script *tracpar* permet de suivre l'évolution de l'une des composantes de la fonction $\vec{G}$ décrite en (2.2) en fonction d'un paramètre.

Il nous semble intéressant de visualiser G_1, la partie réelle de la composante continue) en fonction de *freq* afin de mieux comprendre si le problème vient de l'algorithme de Newton-Raphson ou non. On connaîtra ainsi l'erreur (écart à la solution) sur la composante continue en fonction de la fréquence. Il y a une solution pour une fréquence donnée lorsque G_1 s'annule.

Comme le fichier produit par la simulation temporelle à l'aide de *temp_pmt.m* a la même forme que les fichiers solutions de Harmbal, le script *tracpar* peut aussi bien s'appliquer aux fichiers solutions de la simulation temporelle ou de Harmbal.

En l'absence de doublement de période

Testons tout d'abord cette fonction sur un cas ne présentant pas de doublement de période (Fig. 2.12).

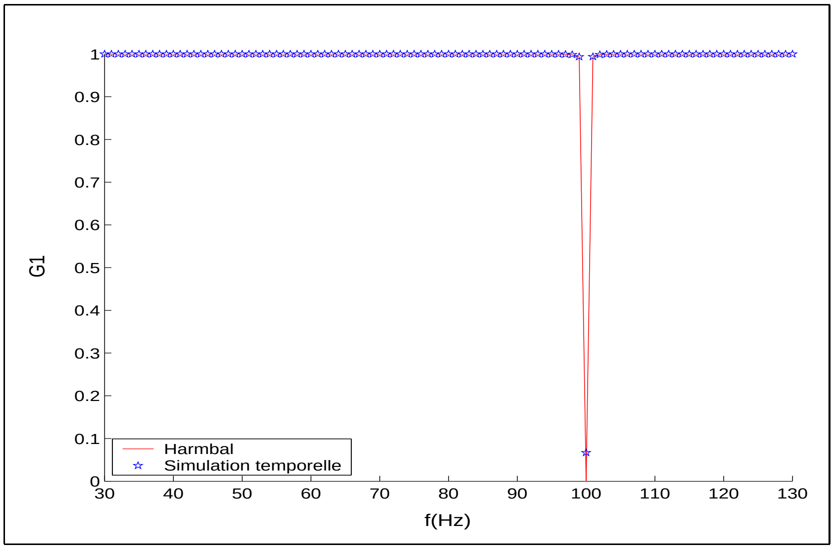

FIG. 2.12 – Variation de G_1 en fonction de la fréquence de jeu pour $\gamma = 0.40$, $\zeta = 0.6$, $\nu = 10^{-3}$; oscillation à 100Hz.

On remarque que le fichier fourni par le programme de simulation temporelle n'est pas solution de Harmbal car le minimum est de 0.08 et non de 0. Mais on voit quand même que les fichiers sont "cohérents", et il semble normal à la vue de cette courbe que la solution en trait continu soit obtenue en un petit nombre d'itérations.

En présence de doublement de période

Voyons donc ce qu'il en est pour un fichier obtenu par simulation temporelle présentant un doublement de période (Fig. 2.13).

En ce qui concerne la composante continue réelle (G_1), il est important de noter le changement d'échelle entre les figures 2.12 et 2.13. En effet, le minimum plus prononcé dans le cas d'un doublement de période implique que G_1 s'annule en deux points entre 10 et 200 Hz. G_1 vaut 1 en 50 Hz ; la composante continue interdit à cette solution de la simulation temporelle d'être solution de Harmbal.
Nous avons effectué des simulations en imposant une composante continue nulle pour la première itération de Harmbal ; elles n'ont pas été plus concluantes. Ceci n'est pas surprenant à la vue de notre modèle de pertes. En effet, le modèle de Raman impose une impédance (dans le domaine fréquentiel) constante, donc non nulle à l'origine. Ainsi, $P(\omega = 0) \neq 0$.

Quant à G_2, représentant le partie réelle du premier harmonique, on constate la présence de deux zéros autour de 50 Hz, ce qui évoque la proximité d'une solution.

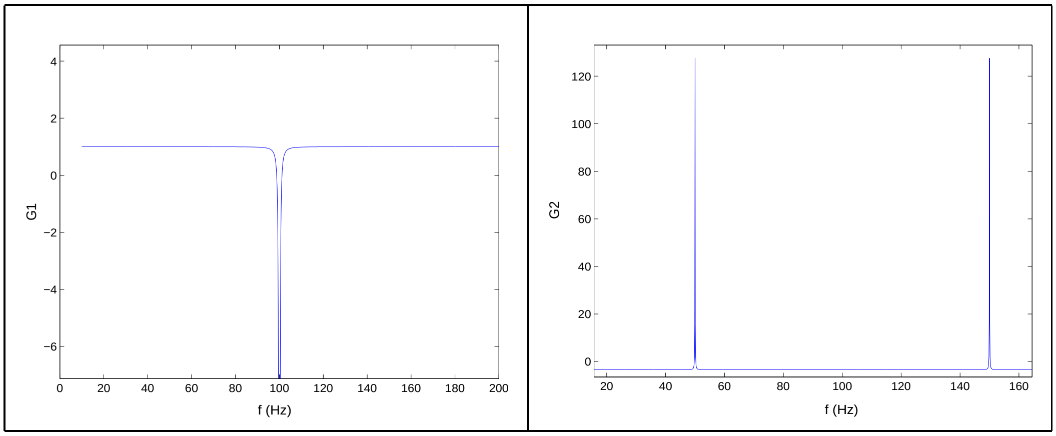

FIG. 2.13 – Variation de G_1 et de G_2 en fonction de la fréquence de jeu pour un fichier obtenu par simulation temporelle ($\gamma = 0.45$, $\zeta = 0.6$, $\nu = 10^{-3}$), oscillation attendue à 50Hz

Par contre, la forme de la fonction G_2 au voisinage est problématique par rapport à l'algorithme de Newton-Raphson. En effet, la solution potentielle se trouve très près d'une droite horizontale qui peut envoyer Harmbal chercher une solution à des fréquences de jeu très éloignées (ce qui se produit effectivement, voir 2.3.2) ; elle se trouve également sur une droite de pente très élevée qui induit une erreur très élevée pour des propositions très proches de la solution. Notons, à titre de comparaison, l'encadrement suivant :

$$|G_i(f)| \leq 1, \forall f, \forall i,$$

que satisfont toutes les composantes des solutions de Harmbal.

Le problème est le même pour les composantes d'ordre plus élevées (nous avons systématiquement exploré les huit premiers harmoniques pour une vingtaines de jeux de paramètres).

Il est évidemment simpliste de se contenter d'une telle analyse sur les premières composantes concernant un problème de dynamique non linéaire à $2N_p + 2$ dimensions, mais cet aperçu nous montre tout de même que Harmbal, vis à vis des fichiers solutions de la simulation temporelle, a un comportement nettement différent suivant que le cas analysé relève ou non d'un doublement de période.

Conclusion relative à l'utilisation de Harmbal

Nous avons ainsi rencontré de nombreux problèmes avec Harmbal à l'approche de la bifurcation ; le doublement de période n'a pu être mis en évidence malgré de nombreuses tentatives.

Au delà de cet obstacle majeur, il nous apparaît tout de même que l'équilibrage harmonique, du moins sous cette forme, ne peut être l'outil idéal d'étude de bifurcations du type doublement de période. En effet, le programme Harmbal ne disposant pas d'analyse de stabilité, on imagine très bien que, par continuation sur un paramètre, le programme aurait plutôt tendance à suivre la branche de solutions sur laquelle il est avant la bifurcation et qui devient instable, plutôt qu'à bifurquer. C'est d'ailleurs le cas pour la bifurcation la plus élémentaire : le passage de la solution stationnaire à la solution oscillante ; c'est pourquoi on élimine cette solution par la division par P_1 dans la définition de la fonction $\vec{G}$, à l'équation (2.2).

Il semble donc indispensable, afin d'utiliser Harmbal dans le cadre de la recherche de bifurcations du type doublement de période d'instaurer un formalisme du type de celui proposé par Tesi *et coll* [2] dans le programme. La stabilité du cycle limite est testée par le critère de Loeb, dont il n'est pas le propos ici de développer la théorie ; notons juste qu'il s'agit d'une analyse par perturbation de l'équilibrage harmonique au premier ordre. Il n'y a pas à ce jour, à notre connaissance, d'application de ce principe à l'acoustique musicale ; il peut donc s'agir d'une perspective à court terme de développement de Harmbal, puisque la théorie est écrite pour un système dynamique dont la fréquence est inconnue, ce qui est notre propos.

2.4 Diversité des solutions

Une des particularités de Harmbal est de pouvoir fournir de nombreux types de solutions pour un même jeu de paramètres ; leur existence peut provenir de la troncature du calcul numérique, et dans ce cas, elles ne sont pas représentatives d'une solution physique. Elles peuvent aussi faire partie des solutions instables du problème, et dans ce cas elles ne sont pas mises en évidence par d'autres méthodes comme la simulation temporelle.

Parmi celles-ci, l'une d'entre elle est particulièrement souvent rencontrée. Elle est représentée à la figure 2.14. Cette solution apparaît à chaque fois qu'on lance Harmbal pour un grand nombre d'harmoniques (ne serait-ce que trois pour certains jeux de paramètres) sans utiliser de continuation sur le paramètre N_p (nombre d'harmoniques). Ses nombreuses occurences ainsi que sa symétrie toute particulière nous ont incité à la relever.

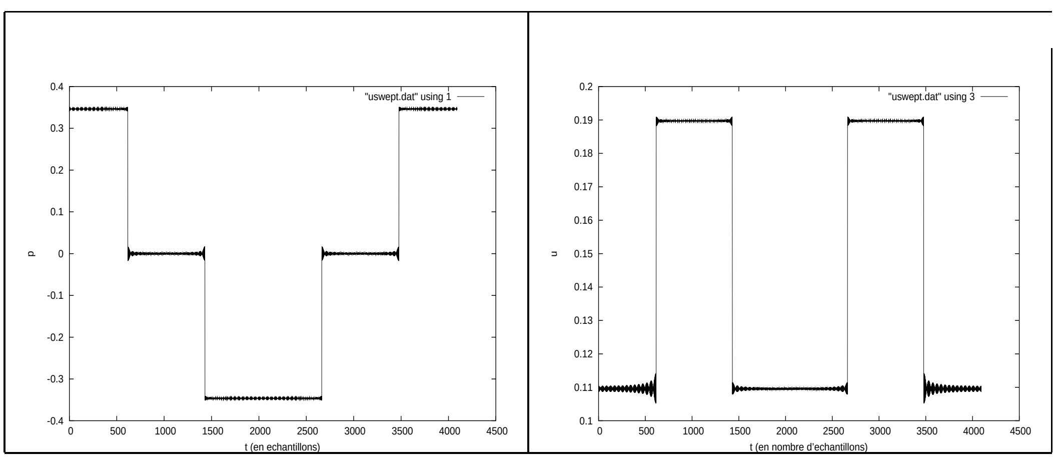

FIG. 2.14 – Signaux de pression et du débit obtenus pour $\gamma = 0.40$, $\zeta = 0.5$ et $\eta = 1\ 10^{-5}$, avec $N_p = 2000$ harmoniques.

Le nombre d'harmoniques (2000) pour lequel elle est obtenue nous incite fortement à penser qu'elle doit être solution physique du problème. On peut facilement se convaincre de son instabilité dans le cas sans pertes (ici, avec $\eta = 10^{-5}$, celles-ci peuvent être négligées).

En effet, dans le cas sans pertes [7], la condition à respecter pour une solution est :

$$\begin{cases} p(t+\tau) = -p(t) \\ u(t+\tau) = u(t), \end{cases} \tag{2.13}$$

ce qui est le cas ici.

Cette condition satisfaite, tous les points du signal étant décorrélés entre eux dans le cas sans pertes, on peut avoir un type de solution sur une partie de la période, les paliers oscillants de la solution de type Helmholtz à $p = \pm 0.35$, et un autre type (solution stationnaire : $p = 0$) sur une autre partie de la période. Pour chacune de ces solutions respectives, le débit est constant. Or il est démontré (Kergomard, [7]) que les régions de stabilité de ces deux solutions s'excluent l'une l'autre. Ces solutions ne pouvant être stables pour le même jeu de paramètre, la solution résultante présentée ici ne peut pas non plus être stable.

Il est intéressant de noter que cette solution continue d'exister avec des pertes, mais nous ne pouvons rien dire de sa stabilité. En effet, cette solution "résiste", avec $\mathrm{N}_p = 100$ harmoniques, à l'augmentation des pertes jusqu'à $\eta = 3.37\ 10^{-3}$.

2.5 Diagrammes de bifurcation en simulation temporelle

2.5.1 Obtention des diagrammes

Le diagramme de bifurcation consiste à représenter, pour chaque valeur d'un paramètre significatif choisi, appelé paramètre de bifurcation, quelques points du signal rendant compte de l'amplitude des oscillations en régime stationnaire, souvent notée dans la littérature p_∞ ([8], [7]).

Ici, le problème est simplifié par la présence d'un signal par paliers (voir Fig. 2.5). Puisque nous travaillons dans le cadre de l'approximation quasi-statique pour l'anche, la fréquence de jeu est extrêmement proche de $\frac{1}{2\mathrm{N}}$ (deux aller-retours dans le résonateurs). On choisit alors de représenter quatre points du signal par période sur les trente-deux dernières périodes pour le signal oscillant classique, seize en cas de doublement etc.

Ce choix repose sur un compromis entre, d'une part, le fait d'avoir suffisamment de points pour visualiser la cascade de Feigenbaum au cours des bifurcations successives, et pour vérifier que l'on se trouve bien dans la partie stationnaire du signal, et d'autre part, le poids en mémoire du graphique.

Le paramètre de bifurcation choisi est γ. D'une part, il est avéré (Maganza *et coll*, [5], [4], Kergomard, [7]), que la bifurcation suivant ce paramètre existe, du moins sur des modèles. D'autre part, ce paramètre, la pression dans la bouche de l'instrumentiste, est d'un contrôle relativement simple en situation expérimentale, et nous permettra d'envisager des comparaisons entre simulations et expériences sur bouche artificielle.

La formulation résultante est présentée en annexe A.7.

2.5.2 Autres informations sur le doublement de période apportées par la simulation temporelle ; transitoires

L'avantage de la simulation temporelle est de permettre de visualiser les transitoires. En effet, il nous a paru intéressant de relever le comportement particulier, à la bifurcation, du doublement de période dans le transitoire. N'ayant pas trouvé de références sur l'évolution temporelle de la solution proche d'une bifurcation, il ne nous a pas été possible d'exploiter ces données dans le temps imparti au stage.

– Juste avant la bifurcation, le doublement de période apparaît dans le transitoire, mais pas dans la partie stationnaire du signal de pression. Or l'essentiel de l'identification d'un instrument de musique, par exemple, se fait par l'interprétation du transitoire d'attaque. Il est donc intéressant de penser qu'il est possible, au moins à travers une synthèse par modèles physiques, d'avoir un couplage surprenant sur la même note entre deux comportements très différents de l'instrument.

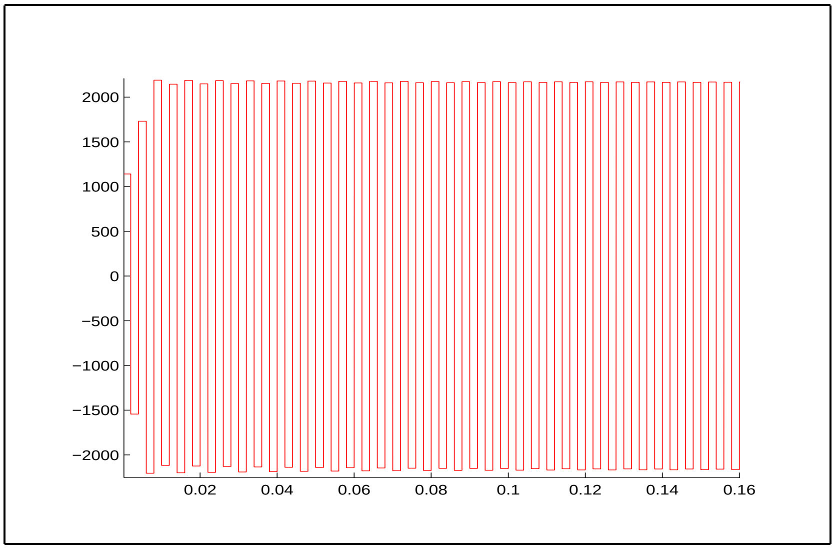

FIG. 2.15 – Signal de pression obtenu pour $\gamma = 0.4385$, $\zeta = 0.6$ et $\eta = 5\ 10^{-3}$.

– En présence d'un doublement de période avéré dans la partie stationnaire du signal, et à l'approche d'une seconde bifurcation, le transitoire se trouve considérablement allongé et montre deux vitesses de décroissance relatives à chacune des bifurcations.

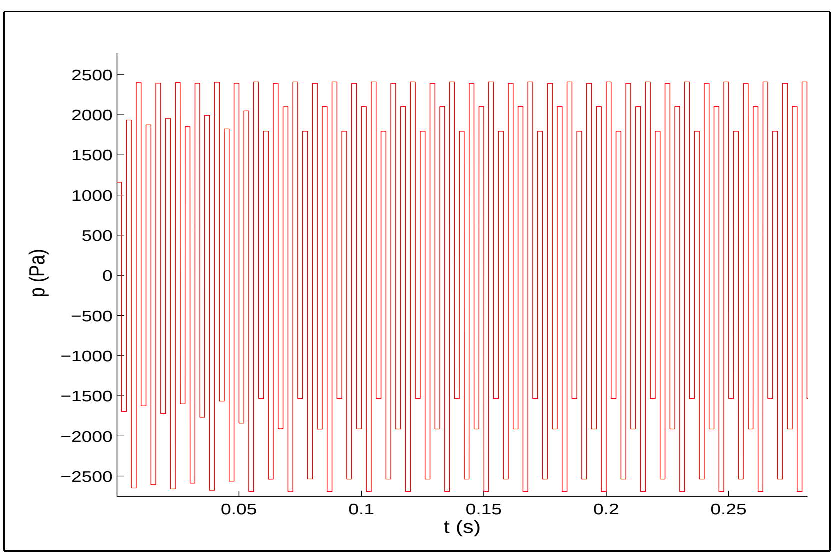

FIG. 2.16 – Signal de pression obtenu pour $\gamma = 0.46$, $\zeta = 0.6$ et $\eta = 5\ 10^{-3}$.

Chapitre 3

Approche expérimentale

3.1 Introduction

Le doublement de période n'est pas un phénomène connu des clarinettistes, du moins dans des situations de jeu normales (cf 1.2.4). Puisque ce comportement est prévu par notre modèle, certes très simplifié, il nous a paru important de confronter des mesures aux simulations qui ont été faites au chapitre 2. Il ne s'agit pas ici de procéder à une validation expérimentale systématique du modèle mais d'essayer de saisir un comportement physique général de notre clarinette au résonateur simplifié.

L'intérêt de cette expérience qui a pu être mise en place autour de la bouche artificielle MIAM est de pouvoir explorer des fourchettes de paramètres de jeu inaccessibles physiquement aux musiciens, en plus de fournir des mesures reproductibles.

Les plages de paramètres permettant le doublement de période étant apparues très étroites à la simulation, il nous a semblé intéressant de tenter de recaler les paramètres de jeu contrôlés sur la bouche artificielle sur les paramètres adimensionnés du modèle afin de nous situer sur une "carte" multidimensionnelle du modèle nous permettant de cibler a priori les zones de paramètres à explorer.

3.2 Montage expérimental

3.2.1 MIAM (Multi Instruments Artificial Mouth)

La bouche artificielle MIAM a été développée à l'IRCAM par l'équipe Acoustique Instrumentale, et conçue par M. Alain Terrier. Elle a la propriété particulière de pouvoir théoriquement jouer d'un grand nombre d'instruments différents grâce à la présence de deux dents, de deux lèvres, et de nombreux contrôles.

Inaugurée fin mai 2004, il s'agit ici des premières expériences réalisées sur cette bouche.

Les pièces numérotées sur la figure 3.1 représentent :
- (1) le bocal, représentatif de la cavité bucale ;
- (2) l'arrivée d'air comprimé ;
- (3) les vis réglant la position des dents ;
- (4) le raidisseur ;
- (5) la position de l'arrivée de la sonde du manomètre, relevant la pression statique dans le bocal ;
- (6) les lèvres en latex, gonflées par de l'eau ;

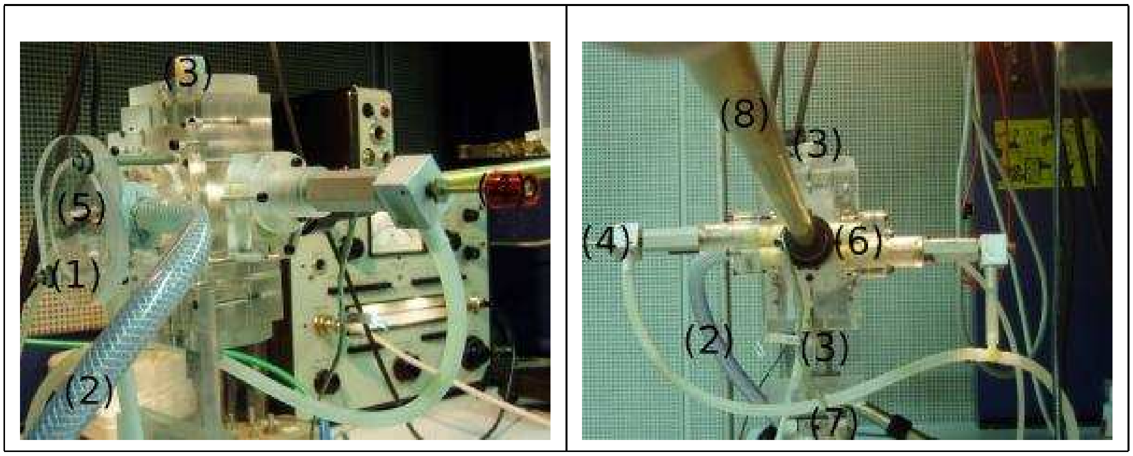

FIG. 3.1 – Photographies de la bouche artificielle

– (7) fil du capteur de pression Entran placé dans le barillet de l'instrument ;
– (8) tube cylindrique en laiton.

On a accès aux paramètres de jeu suivants grâce à cette bouche.
On règle la pression dans le bocal, d'une part grossièrement à l'aide d'une vis manométrique placée au niveau de l'arrivée de l'air comprimé, d'autre part plus finement au niveau d'une fuite réglable installée sur le bocal.
On peut régler le paramètre d'embouchure à l'aide des dents : la pince du bec et son orientation peuvent ainsi être choisies.
On peut aussi intervenir sur l'ouverture de l'anche grâce au raidisseur. Il s'agit d'une came cylindrique placée au niveau des lèvres ; ainsi, suivant son orientation choisie avec la vis (4), il vient appuyer sur l'anche avec une pression plus ou moins importante. Il vient modéliser sur cette bouche l'action des dents qui viennent appuyer sur l'anche à l'arrière de la lèvre inférieure chez l'instrumentiste.
On peut aussi agir très simplement sur le gonflage des lèvres. Celles-ci sont reliées à une colonne d'eau. On joue donc sur leur pression en modifiant la hauteur de la colonne. Il est à noter que la colonne doit être enlevée en situation de jeu, sinon les lèvres se dégonflent sous l'effet de la pression appliquée dans la bouche. Cet effet "négatif" a été ici utilisé pour avoir une ouverture de l'anche extrême en dégonflant quasiment complètement les lèvres : on applique une pression dans le bocal avant de déconnecter la colonne d'eau.

De plus, n'ayant pas accès à la position du bec à cause de la présence d'un capteur dans celui-ci, et donc à la surface vibrante de l'anche, il est intéressant de jouer sur l'inclinaison du tube ou de l'instrument.

3.2.2 Montage

Les mesures sont faites sur un tube cylindrique en laiton. La théorie prévoit une disparition du doublement de période pour des pertes importantes. Le choix de ce matériau nous permet déjà de nous limiter aux pertes visco-thermiques, en nous affranchissant des pertes visco-élastiques aux parois. Les mesures ont été effectuées sur des tubes de longueurs 40.0, 60.0 et 103.7 cm. La série présentée ici en 3.3 est réalisée avec le tube de 60.0 cm.

Le tube utilisé a un diamètre de 12.93 mm, soit 0.9 fois le diamètre habituel du résonateur de la clarinette. Cette diminution de la section du tube, par son influence sur le paramètre d'embouchure ζ (1.13), permet d'augmenter les chances d'obtenir un doublement de période (Kergomard *et coll*, [9]).

L'anche utilisée est une Plasticover 21/2 ; l'utilisation d'une anche plastifiée est indispensable car l'air, dans une bouche artificielle, est beaucoup plus sec que dans une situation de jeu traditionnelle.

Les mesures d'ouverture d'anche sont faites à partir de photographies prises avec un appareil numérique avec une définition d'image de 2048*1536 px.

Nous avons installé un stroboscope B&K synchronisé sur le signal afin de visualiser si l'anche bat ou non dans une configuration donnée. Le problème est de savoir à l'oeil nu si l'anche est complètement ou presque fermée. Pour rendre ce type d'observations exploitable, il faudrait synchroniser une saisie vidéo sur le signal afin de pouvoir mesurer l'ouverture de l'anche en situation dynamique. Il ne nous a pas été possible d'installer ce procédé ; il ne sera donc pas fait, dans la suite de ce chapitre, allusion au caractère battant ou non de l'anche.

3.3 Déroulement d'une séance de mesure

3.3.1 Etalonnage du capteur de pression

Les mesures de pression, initialement prévues dans le bec, à 1cm du bord de l'anche, pour une meilleure concordance avec les simulations, sont, suite à une défection matérielle, effectuées dans le barillet. Le capteur de pression, un Entran EPE-541-0.35B-/M, mesure la pression différentielle dynamique et statique.

Nous commençons la séance par l'étalonnage du capteur.

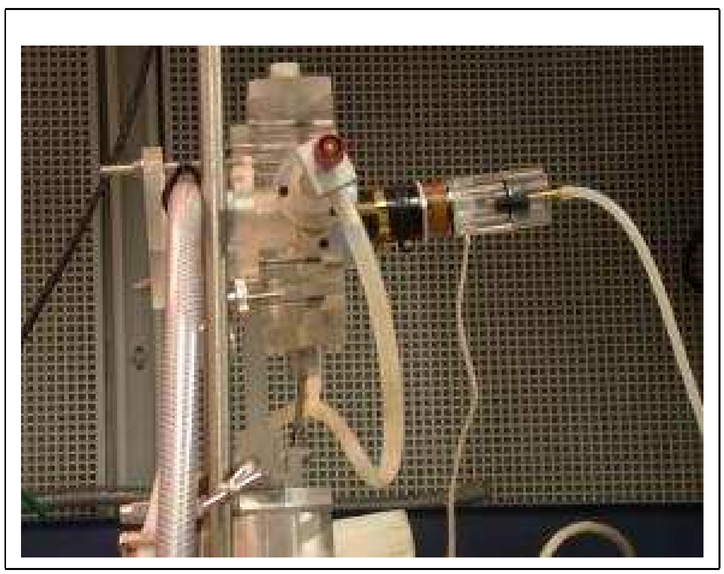

FIG. 3.2 – Dispositif d'étalonnage ; le barillet (pièce transparente) est équipé d'une sonde reliée au manomètre et du capteur de pression Entran que l'on cherche à étalonner.

Comme nous le voyons à la figure 3.2, le résonateur cylindrique est enlevé pour l'étalonnage, et le barillet est fermé par un bouchon laissant entrer la sonde du manomètre. On relève la tension donnée par le capteur inséré dans le barillet au voltmètre, ainsi que la pression dans le barillet donnée par le manomètre.

Pression (kPa)	0.00	1.00	1.99	3.00	4.00	5.00	6.06	7.00	7.98
Tension (V)	-0.082	-0.555	-1.040	-1.532	-1.998	-2.493	-3.005	-3.463	-3.922

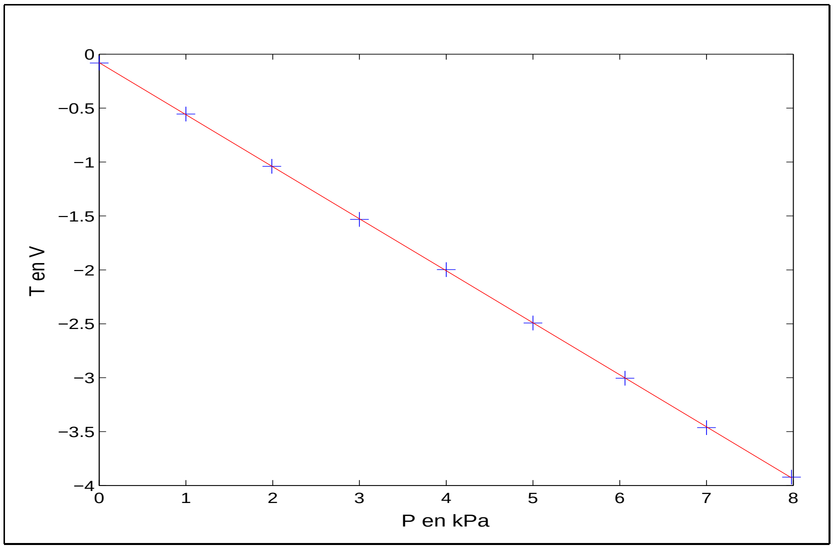

FIG. 3.3 – Courbe d'étalonnage comportant les points mesurés (+) et la droite de la régression linéaire (pente : -0.4824 kPa/V, ordonnée à l'origine : -0.0786 kPa)

La caratéristique pression/tension du capteur est linéaire. Nous utiliserons par la suite les coefficients de la régression linéaire effectuée dans Matlab donnés à la figure 3.3.

3.3.2 Recalage des paramètres de pertes

Le paramètre η dépend uniquement de la géométrie du résonateur (voir eq. (1.9)). Son rayon est connu, mesuré au pied à coulisse, et vaut 6.465 mm.

Correction de longueur

Le tube utilisé mesure 60.0 cm ; toutefois, en définissant le modèle (1.1.3), nous avons décidé de prendre en compte le rayonnement sous forme d'une correction de longueur. Nous nous proposons d'évaluer cette correction à l'aide du programme Tubelab.

Ce programme Matlab, écrit par Rousseau [1] et Vergez, permet d'obtenir l'impédance d'entrée d'un résonateur d'une forme que l'on peut définir, à partir du modèle de pertes viscothermiques (eq. 1.8) et d'un formalisme de lignes de transmission.

En restant dans le cadre de l'approximation quasi-statique exposée en 1.1.2 utilisée en simulations, la fréquence de jeu et ses harmoniques impairs correspondent aux pics d'impédance du résonateur. En nous fournissant l'impédance d'entrée du tube, Tubelab nous permet ainsi, par la superposition au spectre obtenu expérimentalement, de déterminer la longueur équivalente du tube. Cette superposition est représentée sur la figure 3.4. La figure présentée est en fait un recadrage autour du cinquième pic de l'impédance qui vient se recaler sur le premier pic du spectre, car le tube est joué sur son cinquième mode, à savoir son neuvième harmonique (voir signal C.8).

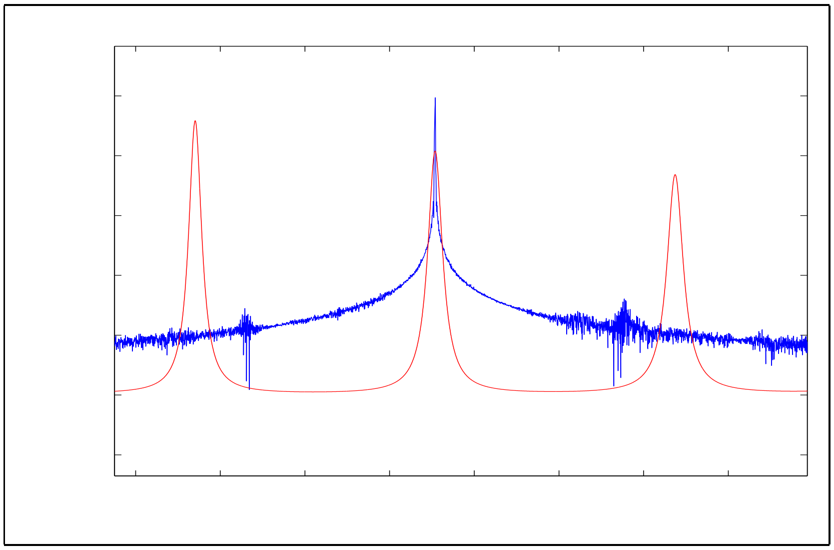

FIG. 3.4 – Superposition du spectre de pression expérimental pour p_m=3.30 kPa (Fig.C.8) et de l'impédance d'entrée d'un cylindre de 60.0 cm de long ; les courbes sont redimensionnées en amplitude.

La longueur réalisant la correspondance des fréquences étant de 60.0 cm, il n'y a donc pas de correction de longueur à appliquer.

Détermination de η

On peut donc accéder à la valeur du paramètre η, donnée par

$$\eta = \sqrt{\frac{l_v l}{r^2}},$$

l_v étant le libre parcours moyen lié aux effets visqueux de valeur $4.0\ 10^{-8}\ m$.

Ainsi $\eta = 0.0240$.

Détermination de α

La valeur du paramètre de pertes α est donnée à l'équation (2.5) dans le cas où la clarinette est jouée sur le premier mode ; dans ce cas, $\alpha = 0.0320$.

On constate sur les signaux expérimentaux présentés à l'annexe C que le "tube est joué" sur son cinquième mode ; il nous faut alors revoir la définition de α.

En reprenant l'équation (2.4), on retrouve la correspondance entre les modèles de Raman et de pertes viscothermiques :

$$\alpha_{complet}(\omega) = \alpha_{\mathrm{Raman}_{fondamental}} \sqrt{\frac{2\omega l}{\pi c}}$$

Ici, la fréquence de jeu est de 1550 Hz (voir Fig.C.8), et on trouve $\alpha = 0.103$.

3.3.3 Recalage des paramètres γ et ζ

Mesure de distance par analyse d'image

Afin d'évaluer le paramètre d'embouchure ζ (voir eq. (1.9)), il nous faut connaître,entre autres, la hauteur d'ouverture de l'anche au repos H.

On joue sur la position de l'anche en faisant varier la pression d'eau dans les lèvres, en tournant le raidisseur, ou en inclinant l'instrument.
La mesure se fait à partir de clichés numériques, dont on trouve un exemple à la figure 3.5.

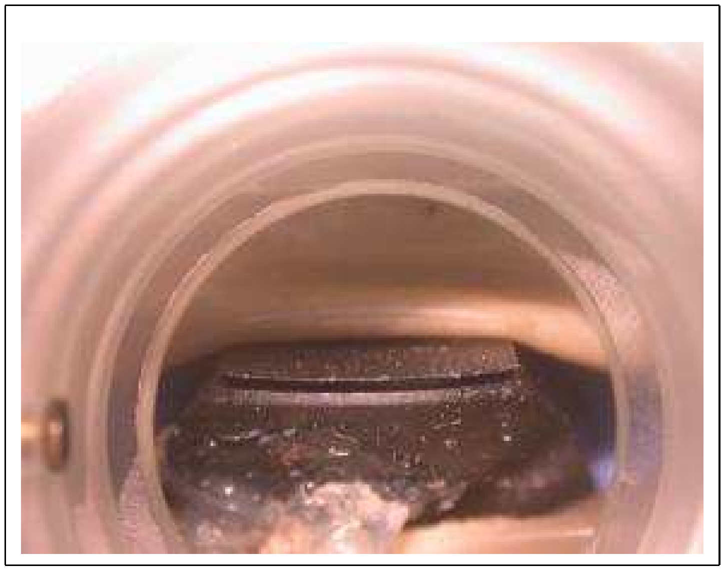

FIG. 3.5 – Cliché permettant la mesure de l'ouverture de l'anche au repos

La mesure proprement dite se fait avec *Imagina*, un programme d'analyse d'images écrit sous Matlab par Matthias Coulon (IRCAM, 2004). La référence physique est donnée par la largeur de l'anche, 12.85mm. Le programme calcule ensuite la distance entre deux points données par l'utilisateur par une sélection à la souris.

La difficulté majeure réside dans l'éclairage ; il faut que la bordure du bec soit assez éclairée pour paraître "scintillante", afin d'accentuer le contraste avec l'ouverture ; par contre, un éclairage trop prononcé provoque souvent des reflets gênants au niveau du bocal de la bouche artificielle.

Les résultats sont bien meilleurs avec cet éclairage par l'intérieur de la bouche que par le tube. En effet, lorqu'on éclaire par le tube, la largeur de la tache lumineuse révélant l'ouverture de l'anche dépend beaucoup du contraste lumineux choisi par l'appareil photographique ; ainsi, nous ne serions même pas assurés avec cette méthode de la cohérence au sein même d'une série de mesures.

La précision, à redéfinir à chaque série de mesure, car dépendant du zoom de la prise de vue, est ici de 0.07 px/μm ; la précision est donc au mieux de 15 μm.

Mesure directe de la pression de plaquage statique

La pression de plaquage statique est définie à partir de l'équation dynamique de l'anche(1.1), prise dans des conditions stationnaires (dérivées temporelles nulles) :

$$\omega_r^2 y = \frac{-\Delta p}{\mu_r} \tag{3.1}$$

L'ouverture que l'on mesure sur les clichés vaut $x = \mathrm{H} + y$, d'où

$$x = -\frac{1}{\mu_r \omega_r^2} \Delta p + \mathrm{H}. \tag{3.2}$$

L'ouverture x mesurée en statique est donc une fonction affine de la différence de pression Δp. Or, par définition, p_M est la différence de pression pour laquelle l'anche se ferme, c'est-à-dire où x=0. Il suffit donc a priori de mesurer les ouvertures correspondant à différentes valeurs de Δp appliquées, et d'en déduire la droite de régression linéaire qui nous permettra d'extrapoler aux petites ouvertures (où on ne peut plus être dans des conditions statiques), pour connaître la valeur de p_M.

On relève la pression dans la bouche P_b au manomètre et la tension U_c délivrée par le capteur de pression statique dans le bec au voltmètre, et on mesure l'ouverture x par la méthode indiquée en 3.3.3.

Mesure	P_b **(kPa)**	U_c **(V)**	P_c (kPa)	Δp	**x (μm)**
1	0.00	-0.082	0.32	-0.32	450
2	0.32	-0.067	0.24	0.075	440
3	0.50	-0.065	0.23	0.27	420
4	0.69	-0.064	0.23	0.46	380
5	1.02	-0.063	0.22	0.79	350
6	1.23	-0.063	0.23	1.00	310
7	1.50	-0.069	0.25	1.25	280

Visualisons ces résultats sur la courbe de la figure 3.6. On exclut le premier point qui semble aberrant pour la régression linéaire.

Ainsi, $p_\mathrm{M} = 3.6\ k\mathrm{P}a$ et $\mathrm{H} = 490\ \mu m$.

Déduction du paramètre d'embouchure ζ

On peut maintenant déduire de ces données le paramètre d'embouchure, dont on rappelle la forme donnée en (1.13) :

$$\zeta = \frac{\rho_0 c}{\mathrm{S}} w \mathrm{H} \sqrt{\frac{2}{\rho_0 p_\mathrm{M}}}$$

On rappelle les valeurs des différentes grandeurs :

- $\rho_0 = 1.2 kg.m^{-3}$,
- $c = 343\ m.s^{-1}$,
- $\mathrm{S} = \pi r^2$ avec $r = 6.465\ mm$, d'où $\mathrm{S} = 131.3\,10^{-6} m^2$,
- $w = 12.85\,10^{-3}\ m$,
- $\mathrm{H} = 490\,10^{-6}\ m$,
- $p_\mathrm{M} = 3.6\,10^3 \mathrm{P}a$.

Ainsi, $\zeta = 0.42$.

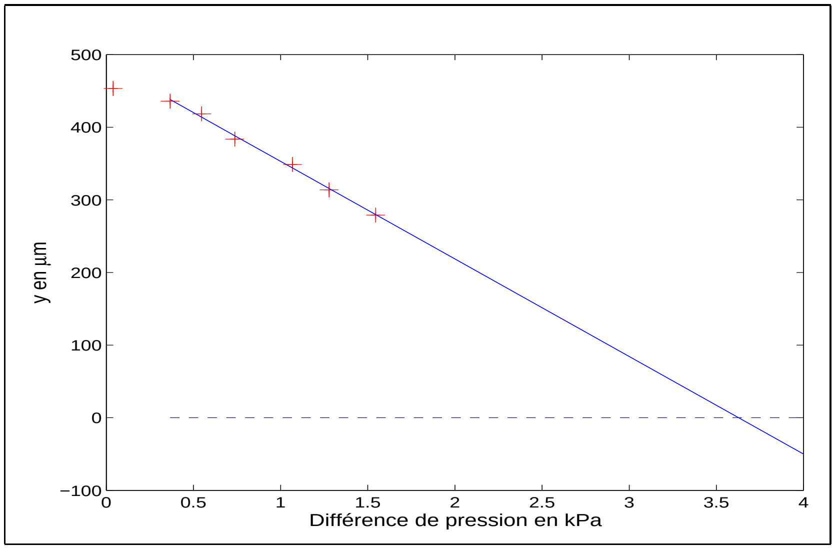

FIG. 3.6 – Détermination de la pression de plaquage statique ; les points mesurés sont marqués d'une + et la droite de la régression linéaire (pente : -130 µm/kPa, ordonnée à l'origine : 490 µm) coupe l'axe des abscisses pour 3.6 kPa.

Correction de la valeur mesurée de p_{M}

La pression de plaquage statique p_{M} n'a pas la même valeur que la pression appliquée dans la bouche de l'instrumentiste lors du plaquage dynamique (lire Ollivier [18] à ce sujet). Toutefois, on s'attend à trouver un ordre de grandeur semblable. Or l'enregistrement effectué juste avant ce seuil de plquage dynamique (Fig. C.14) correspond à une pression appliquée $p_m = 6.70\ kPa$, c'est-à-dire 1.8 fois la valeur de la pression de plaquage statique.

Il nous faut ainsi nous interroger sur la méthode de détermination de p_{M}. Car même si nous prévoyons un comportement affine de l'ouverture de l'anche en fonction de la pression appliquée (équation (3.2)), rien ne nous prouve expérimentalement ce comportement. En effet, les points placés sur la figure 3.6 sont obtenus dans un domaine restreint où il n'y a pas d'oscillations. Il serait intéressant de faire des mesures en mettant en place un diaphragme à l'entrée du résonateur (c'est notamment la méthode employée par S. Ollivier pour l'obtention de la caractéristique statique pression-débit) afin d'étendre cette région ; nous avons rejeté cette méthode par manque de temps. Mais il faut noter que même avec cette technique plus évoluée, on note [18] un comportement notablement différent de l'anche à la montée ou à la descente de la pression dans la bouche, dû à la visco-élasticité de l'anche. Il est également intéressant de noter qu'un écart important est relevé par S. Ollivier entre l'expérience et le modèle pour les valeurs de Δp correspondant à une transition vers l'anche battante (phénomène d'enroulement de l'anche sur les rails). Or, dans notre étude où nous nous plaçons à des valeurs de ζ élevées, le battement intervient à des valeurs relativement faibles de Δp.

Un autre moyen, qui repose toujours sur le même modèle, de recaler la pression de plaquage statique p_{M} est de nous intéresser au seuil d'oscillation. Nous savons, par exemple, que ce seuil intervient pour $\gamma = \frac{p_{\mathrm{M}}}{3}$ dans le cas sans pertes [7], et qu'il est relevé par les pertes. Nous avons effectué un de nos enregistrements au seuil (Fig. C.1) pour une pression dans la bouche de 1.60 kPa. Si nous connaissons par un autre moyen la valeur attendue de γ au seuil, nous pouvons en déduire p_{M} par l'équation (3.3) :

$$p_{\mathrm{M}} = \frac{p_{seuil}}{\gamma_{seuil}}. \tag{3.3}$$

La valeur de γ_{seuil} est obtenue via la MAN (méthode numérique permettant le tracé de diagrammes de bifurcation, présentée en 4.2.1). Un problème de cette méthode est que le seuil obtenu par la MAN est celui de l'apparition du fondamental, et non pas du cinquième mode, ce qui ne correspond pas exactement à la situation expérimentale. Toutefois, il est intéressant d'exploiter cette approche afin d'avoir un ordre de grandeur de p_{M}.

$$\begin{gathered} \zeta_{initialisation} \\ \downarrow \\ \text{MAN} \\ \downarrow \\ \gamma_{seuil} \\ \downarrow \\ p_{\mathrm{M}1} \\ \downarrow \\ \zeta_1 \\ \downarrow \\ \text{MAN} \ldots \end{gathered}$$

On arrête les itérations lorsque les deux valeurs successives proposées pour ζ sont les mêmes à 10^{-4} près.

On trouve ainsi $\zeta = 0.38$ et $p_{\mathrm{M}} = 4.3\ k\mathrm{P}a$, ce qui nous semble plus vraisemblable vis à vis de la pression correspondant à l'extinction.

3.3.4 Enregistrements

Le capteur de pression est relié à une carte d'acquisition. L'acquisition se fait sous Labview. Les fichiers ainsi obtenus sont exploités sous Matlab grâce à la fonction *lvbinread* écrite par A. Almeida.

Enregistrements à γ fixé

Les résultats expérimentaux obtenus pour un jeu de paramètres $\{\zeta, \alpha\}$, sous leurs formes temporelle et spectrale, pour chaque valeur de γ sont disponibles en annexe C.

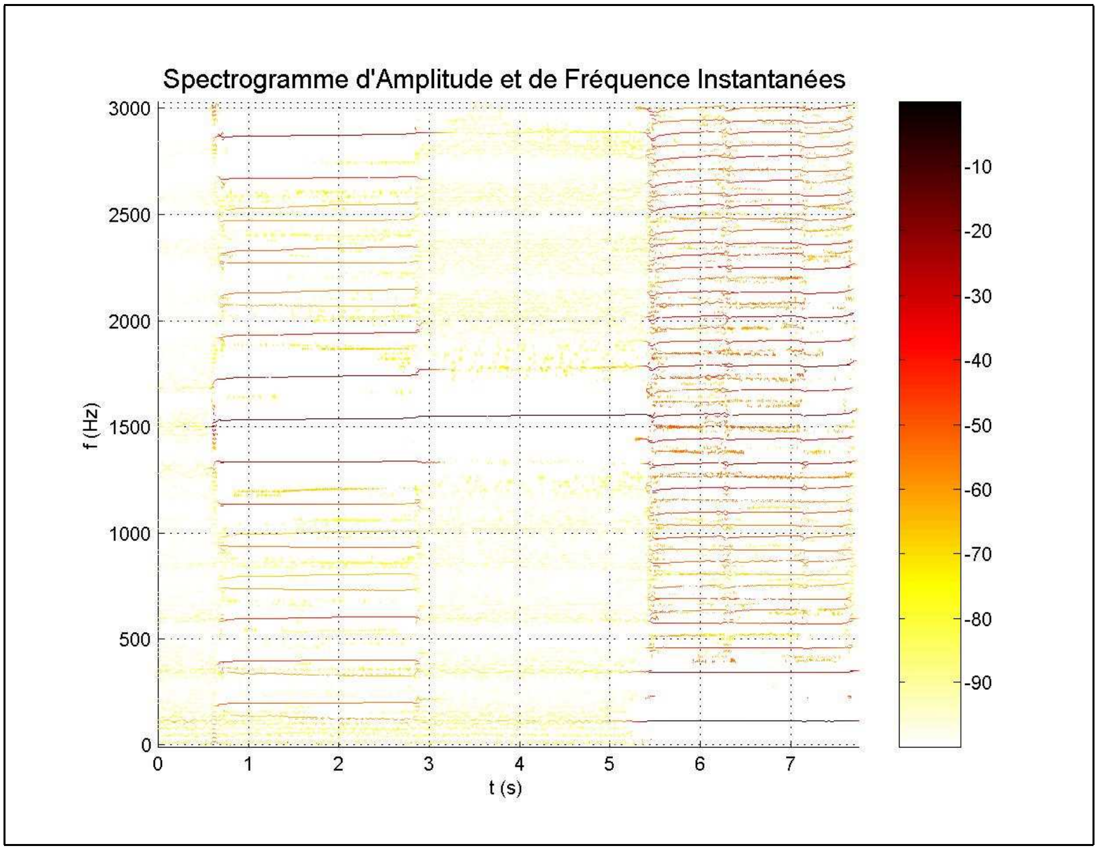

Fig. 3.7 – Spectrogramme représentant un crescendo.

Enregistrements pour γ variable

Nous avons également effectué des enregistrements sur un crescendo et un decrescendo afin de saisir des comportements du système intermédiaires à ceux présentés ci-dessus.

Le spectrogramme a été réalisé par V. Emiya avec la technique du Spectrogramme d'Amplitude et de Fréquence Instantanées qu'il développe actuellement ([22], [24]).

Ce spectrogramme nous révèle le comportement du système pour les valeurs croissantes de γ ; on observe :

- de 0s à 0.7s, il n'y a pas de signal : il s'agit de la solution stationnaire ;
- de 0.7s à 2.9s, on voit tous les harmoniques de 195 Hz, avec une prédominance du huitième (vers 1550 Hz). Il s'agit de l'octuplement de période observé à partir du cinquième mode du résonateur cylindrique,
- de 2.9s à 5.4s, l'octuplement de période disparaît ; on observe le fondamental du cinquième mode (et ses harmoniques, avec une vue plus élargie) seul ;
- de 5.4s à 7.6s, le tube est maintenant joué sur son premier mode ($\simeq$ 170 Hz). Le deuxième harmonique est absent mais l'amplitude des harmoniques pairs augmente avec la fréquence. On discerne avec une amplitude moindre un doublement de période, qui semble s'amoindrir à partir de 7.2s.

3.4 Analyse des données expérimentales

3.4.1 Présentation des données

L'enregistrement au seuil d'oscillation (Fig. 3.8) nous montre un signal caractéristique des très petites oscillations avec un premier harmonique prédominant et les suivants d'amplitude quasiment égale qu'ils soient pairs ou impairs. Le tube est joué sur son cinquième mode, comme le montre le rapport des fréquences par rapport à la figure C.9. Le signal est de faible niveau comme en témoigne la présence importante de bruit.

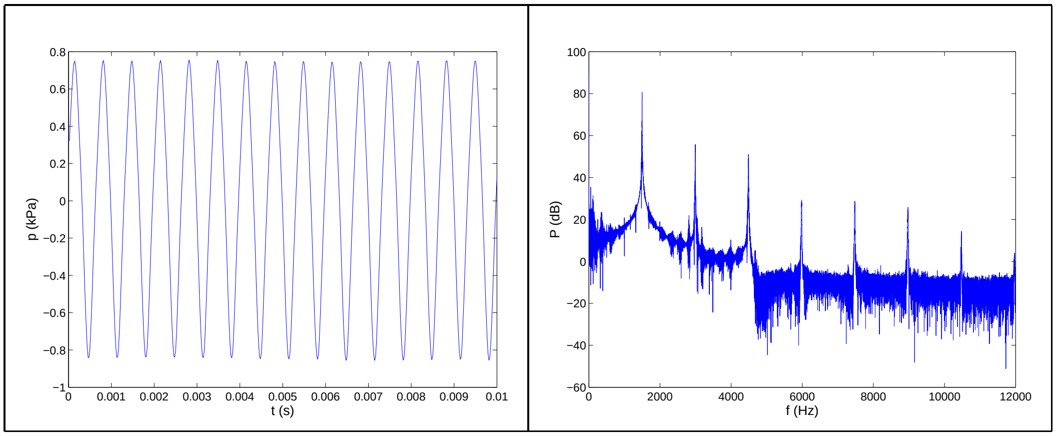

FIG. 3.8 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 1.60$ kPa.

Les signaux 3.9 et C.3 montrent un octuplement de période. En effet, on peut compter huit pics sur le spectre avant le premier pic principal qui était présent à l'état précédent. De même sur le signal temporel, on retrouve huit pics de pression positive et huit de pression négative, qui correspondent aux paliers de la simulation, de hauteurs différentes pour former une période.

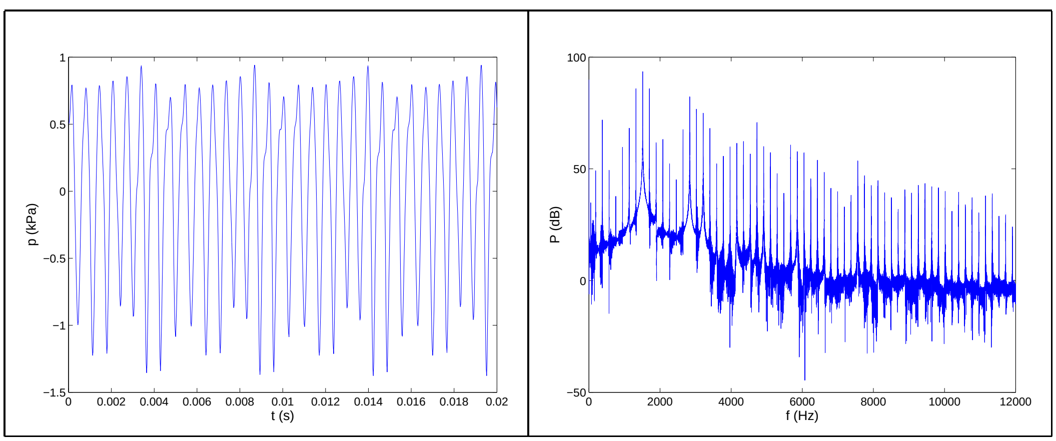

FIG. 3.9 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 1.85$ kPa.

Les figures C.4 à C.6 (dont la figure 3.10 ici représentée) montrent toujours l'octuplement, mais on voit d'autres pics apparaître ; cet effet est probablement lié au très fort niveau sonore (anche battante ?).

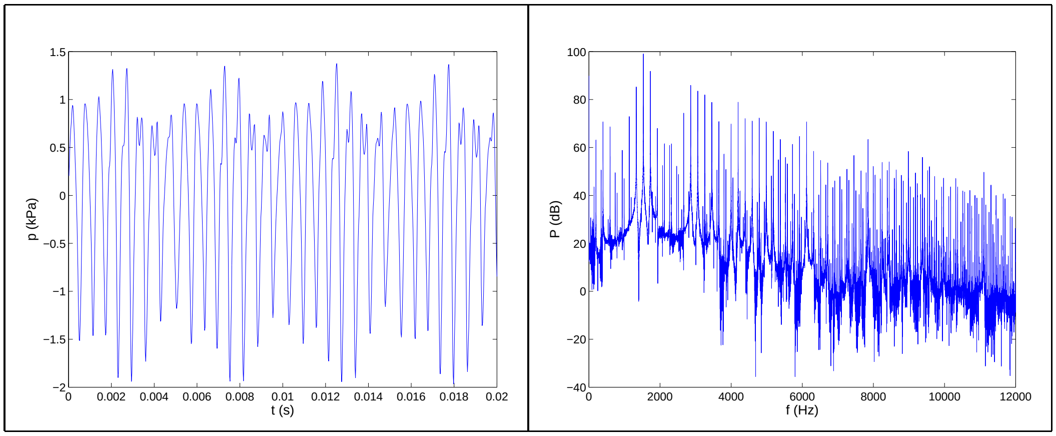

FIG. 3.10 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 2.50$ kPa.

Quant aux signaux C.7 et 3.11, on retrouve pour premier pic la fréquence fondamentale du cinquième mode. Le niveau est 20 dB plus élevé que pour C.1.
On note que cette bifurcation inverse est attendue en anche battante en simulation.

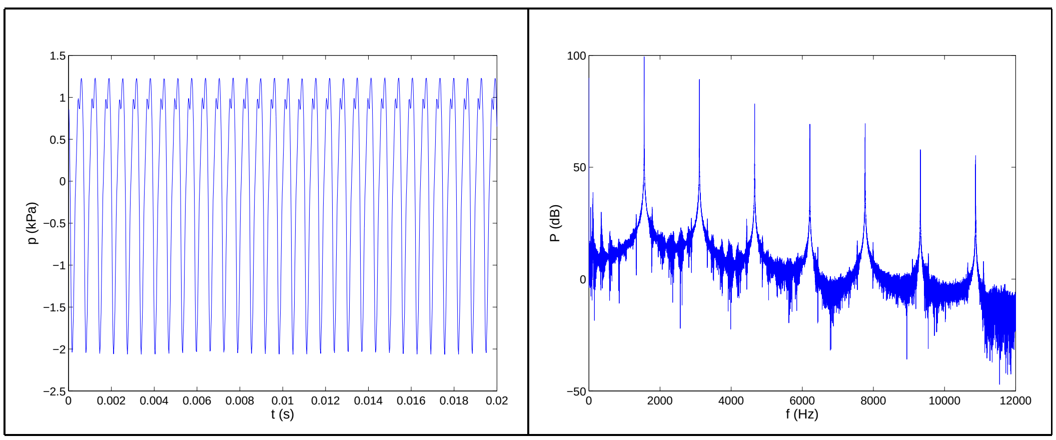

FIG. 3.11 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 3.30$ kPa.

En ce qui concerne les figures C.9 à C.12 (dont C.11 ici représentée), on note un changement de registre (que l'on accompagne, attention, d'un changement d'échelle sur les axes). Le tube est alors joué sur son premier mode.

Sur le signal 3.13, on voit apparaître un doublement de période, qui disparaît à nouveau pour la figure C.14.

3.4.2 Résumé du comportement du système expérimental

Au seuil d'oscillation (p_m=1.60 kPa), le système oscille sur son cinquième mode ; on observe, sur ce mode et en augmentant la pression dans la bouche, un octuplement de

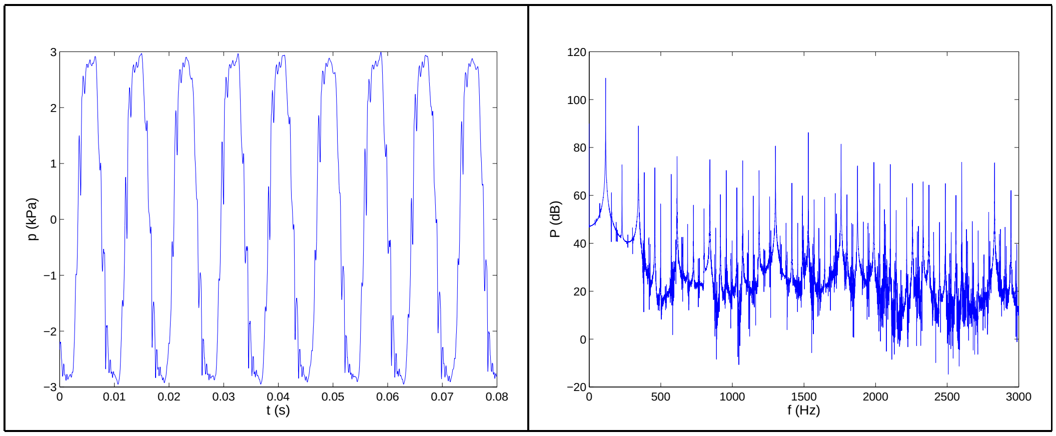

FIG. 3.12 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 3.00$ kPa, lorsque l'on diminue la pression p_m.

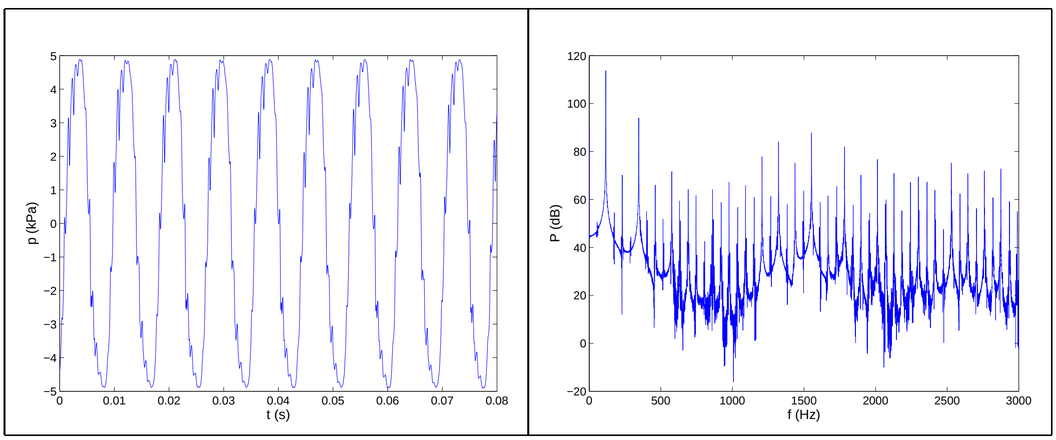

FIG. 3.13 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 5.30$ kPa.

période qui reste stable pour des pressions p_m allant de 1.85 à 2.75 kPa. L'octuplement disparaît et on reste sur le cinquième mode pour des pressions de 3.00 à 3.30 kPa.

Le changement de registre entraine une hausse de pression à 5.70 kPa, et l'on reste sur le mode fondamental du tube lorsqu'on diminue à partir de ce point la pression à 3.00 kPa. Ce régime reste stable jusqu'à une pression p_m de 4.30 kPa. On observe un doublement de période pour 5.30 kPa qui disparaît pour une pression de 6.70 kPa, pression à laquelle l'anche reste plaquée et le son s'éteint.

L'enregistrement présentant une évolution continue de la pression dans la bouche ne montre pas de comportements intermédiaires à ceux présentés ci-dessus. On n'observe donc pas directement de "cascade" sous-harmonique menant à l'octuplement de période.

3.5 Conclusion relative à l'expérience

Nous avons eu la chance, lors de ce stage, d'inaugurer la bouche artificielle MIAM. Cela nous a amenés à nous confronter de manière directe à tous les problèmes qui se posent lors de la mise en place d'un montage expérimental.

L'immense avantage du modèle adimensionné présenté au paragraphe 1.1 est d'apporter une bonne description du fonctionnement de la clarinette avec seulement trois paramètres de contrôle. Or, même sur une bouche artificelle qui présente un fonctionnement fortement simplifié par rapport à une situation de jeu traditionnelle, les paramètres de contrôle sont tout de même plus nombreux et couplés entre eux ; il n'est pas évident d'avoir un contrôle précis sur un paramètre particulier du modèle. Le raccord avec la simulation en devient d'autant plus intéressant.
Ainsi, même si nous n'avons pas pu, avec le dispositif en place, remonter très précisément aux paramètres du modèle, nous avons tout de même noté un caractère commun à la simulation et à l'expérience. En effet, nous avons obtenu pour la première fois sur bouche artificielle un doublement de période ; et, comme le prévoit le modèle, celui-ci est bien intervenu pour une embouchure très relâchée (grand ζ), comme le montre la forme des lèvres sur la figure 3.5.

De plus, on observe à deux reprises, pour l'octuplement de période sur le cinquième mode et pour le doublement de période sur le premier mode, l'apparition et la disparition du phénomène, de la même manière que ce que l'on observe en simulation sur les diagrammes de bifurcation présentés en annexe B, ce qui laisse supposer que l'anche se met à battre entre les deux bifurcations. Il sera intéressant de vérifier cette hypothèse avec un dispositif tel celui proposé en 3.2.2 (stroboscope synchronisé sur le signal, avec prise de vue synchronisée). Toutefois, c'est un éclairage intéressant apporté sur la modification du spectre relevée sur la figure C.4.

Enfin, il nous faut tout de même noter qu'on n'observe pas ici la cascade complète, à savoir le doublement et le quadruplement de période précédant l'octuplement, même lorsqu'on fait varier continûment la pression dans la bouche. Toutefois, considérant les plages étroites de paramètres correspondant à ces comportements intermédiaires et le contrôle peu précis qu'on a sur γ, ce n'est pas surprenant. Il serait intéressant de réitérer cette manipulation avec le contrôle motorisé de la fuite d'air (contrôle fin sur γ) en projet ; on pourrait alors étudier l'influence de la vitesse de la croissance de la pression dans la bouche sur l'observabilité des bifurcations intermédiaires.

Chapitre 4

Approche analytique et comparaison des résultats

4.1 Exploitation de données analytiques

4.1.1 Pertes de Raman

Comme nous l'avons montré en 2.2.3, pour des pertes indépendantes de la fréquence (modèle de Raman), la réflexion en bout de tube s'écrit de la manière suivante :

$$p_n - u_n = -e^{-2\alpha}(p_{n-1} + u_{n-1}) \tag{4.1}$$

On doit, de plus, avoir l'équation liant pression et débit (eq. (1.14)) vérifiée.

Avec un changement de variable approprié, Dalmont *et coll* [10] montrent que le système d'équations {(4.1),(1.14)} peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{cases} 2\gamma - \Sigma^2 + 2\Pi = \beta\Sigma(1 - \Sigma^2 + 3\Pi) \\ 1 - \Sigma^2 + \Pi = -\beta'\Sigma \end{cases} \tag{4.2}$$

avec

- $\beta = \zeta \tanh \alpha$,
- $\beta' = \zeta^{-1} \tanh \alpha$,
- $\Delta' = \gamma - p'$ et $\Delta'' = \gamma - p''$ les différences de pression correspondant à des points limites p' et p'' (il s'agit de $\pm p_\infty$ dans le cas sans pertes, cf [7]),
- $\Sigma = \sqrt{\Delta'} + \sqrt{\Delta''}$ et $\Pi = \sqrt{\Delta'}\sqrt{\Delta''}$.

Le doublement de période est un phénomène qui apparaît nécessairement en anche non battante ; la limite de stabilité du régime à deux paliers [19] apparaît donc, pour $\gamma > \gamma_{seuil\ d'oscillation}$ comme étant le seuil d'appararition du premier doublement de période.

Ce seuil est donné analytiquement dans [10] par l'équation :

$$\frac{4\Pi}{\zeta^2} + (1 + 3\Pi)^2 - 3\Sigma^2 = -\frac{\beta'}{1 + \beta\beta'}\Sigma(1 - 3\Pi). \tag{4.3}$$

4.1.2 Evolution du seuil de bifurcation γ_{seuil} en fonction de ζ

Si on fixe les pertes α et le paramètre d'embouchure ζ, β et β' sont donnés et on a ainsi un système de trois équations {le système (4.2) et (4.3)} à trois inconnues Π, Σ et

γ_{seuil}.

Nous avons résolu ce système de manière formelle à l'aide du logiciel Maple ; les résultats (γ_{seuil} en fonction de ζ) sont présentés sur la figure 4.1 pour différentes valeurs des pertes.

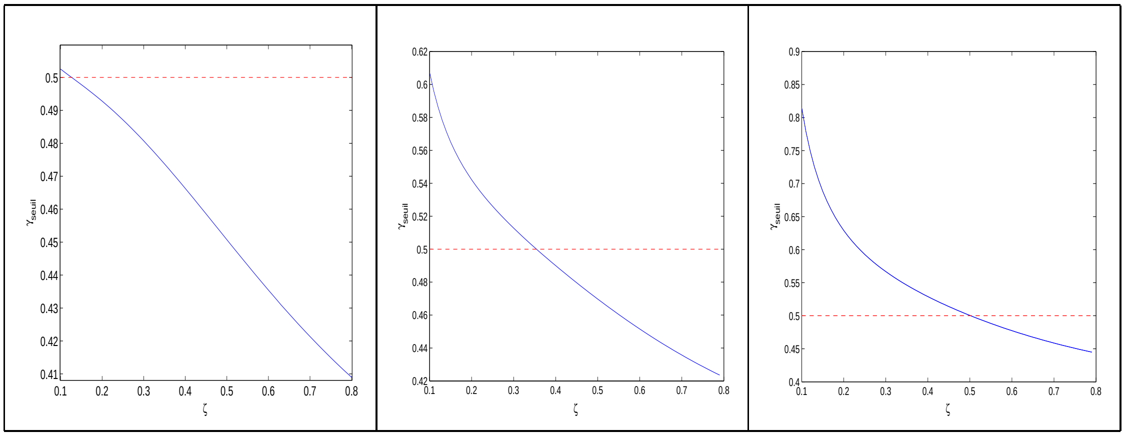

FIG. 4.1 – Seuil du paramètre de bifurcation γ en fonction du paramètre ζ pour un paramètre de pertes valant respectivement, de gauche à droite, $\alpha = 1\ 10^{-3}$, $\alpha = 2\ 10^{-2}$, $\alpha = 5\ 10^{-2}$

Nous avons également tracé sur ces figures la droite délimitant les régions où γ_{seuil} est inférieur ou supérieur à 0.5, seuil d'anche battante pour la solution à deux paliers. Si γ_{seuil} se situe en dessous de cette valeur limite, la bifurcation peut avoir lieu.

On note que pour de faibles pertes, la bifurcation a lieu pour des ζ supérieurs à 0.126, donc pour à peu près n'importe quelles conditions d'embouchure, alors que les conditions deviennent rapidement drastiques pour des pertes un peu plus élevées. En effet, sachant que les ζ couramment utilisés se situent autour de 0.35, on voit que la présence de bifurcation est fortement compromise pour des pertes réalistes $\alpha \simeq 2\ 10^{-2}$ ou $3\ 10^{-2}$.

4.1.3 Accord de ces données avec la simulation temporelle

Ces quelques constatations semblent aller dans le même sens que ce que nous avons obtenus par simulation numérique temporelle. Toutefois, il est bon de superposer à nos diagrammes de bifurcation le seuil attendu analytiquement afin d'y ajouter une portée quantitative (Fig. 4.2).

L'accord est excellent.

4.2 Autres méthodes utilisées pour établir des diagrammes de bifurcation

L'apport de ces résultats analytiques, en accord avec la simulation, est considérable ; ils permettent de juger qualitativement de l'évolution du comportement du système en fonction d'un paramètre. Mais ce formalisme ne nous apporte pour le moment pas de réponse sur les propriétés du modèle après la bifurcation du premier doublement de période. Il nous a donc semblé utile de comparer nos diagrammes de bifurcation avec ceux obtenus avec d'autres méthodes reposant sur le même modèle.

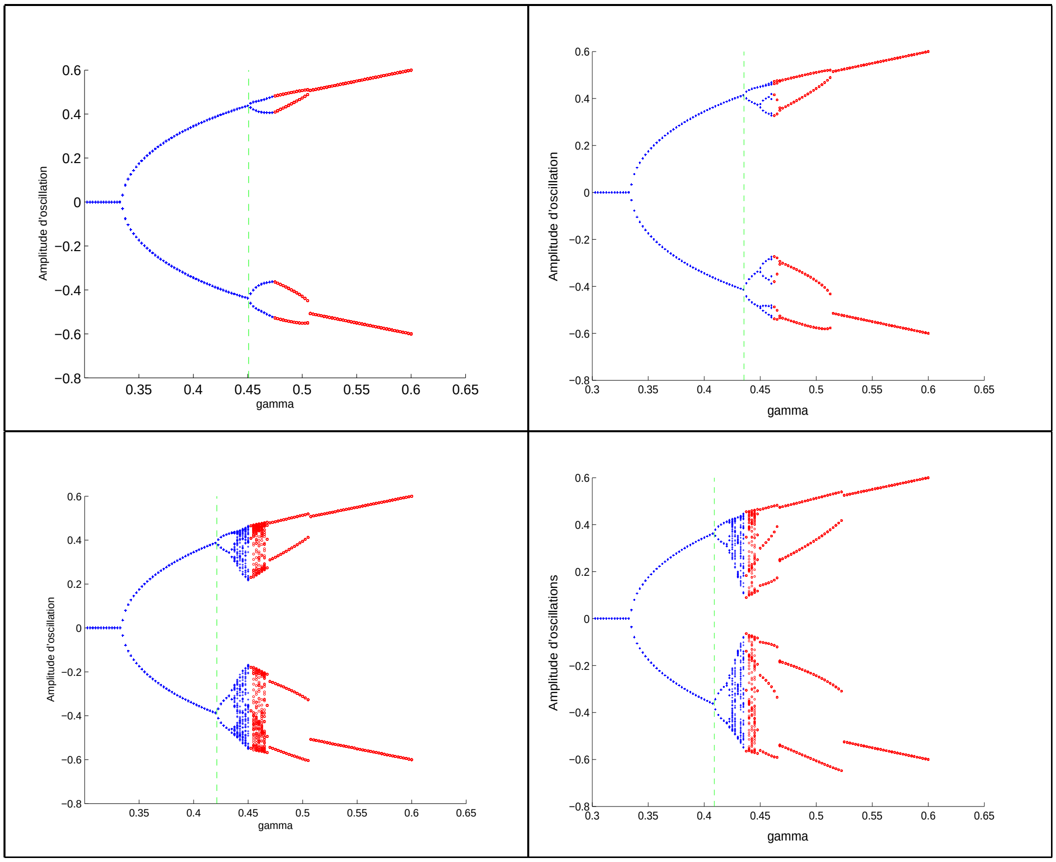

Fig. 4.2 – Superposition des diagrammes de bifurcations obtenus par simulation temporelle et du seuil (droite verticale) attendu théoriquement ; en haut à gauche $\zeta = 0.5$, en haut à droite $\zeta = 0.6$, en bas à gauche $\zeta = 0.7$ et en bas à droite $\zeta = 0.8$, pour des pertes de $\eta = 1\ 10^{-3}$ dans les quatre cas.

4.2.1 Méthodes Asymptotiques Numériques (MAN)

La MAN (Méthode Asymptotique Numérique) est un programme de continuation écrit sous Matlab par B. Cochelin et F. Pérignon au LMA, Marseille ; il permet, en partant d'une solution d'un système algébrique, de parcourir toute une branche de solutions. On voit évidemment l'intérêt de ce type de méthodes pour tracer un diagramme de bifurcation.

La méthode repose sur une représentation locale du système d'équations (développement en séries entières tronquées des solutions) sur un tronçon dont la longueur est déterminée par le rayon de convergence des séries. Ces tronçons sont graphiquement délimités par des cercles sur les figures présentées. Plus on approche de la bifurcation, plus les tronçons sont courts (voir Fig. 4.4).

La difficulté principale pour utiliser ce programme est de mettre sous forme quadratique le système d'équations à résoudre. C. Vergez a fait ce travail pour la clarinette, avec un modèle de pertes de Raman, ce qui nous permet de comparer les diagrammes ainsi obtenus à ceux que l'on a tracé par simulation temporelle.

Le point de départ de la continuation est analytique : pour des valeurs de γ inférieures au seuil d'oscillation, l'amplitude des oscillations est nulle.

4.2.2 Travaux de Sébastien Ollivier

S. Ollivier trace dans [19] des diagrammes de bifurcation pour la clarinette, considérant le modèle présenté en 1.1, avec des pertes de Raman.

Il utilise pour cela une carte itérée (méthode présentée en 1.2.2) un peu particulière car, contrairement au cas sans pertes de Maganza, la méthode impose la résolution numérique d'une équation non linéaire.

En effet, l'équation (1.18) devient :

$$p^{-}(t) = -\lambda p^{+}(t-\tau) \;\Leftrightarrow\; p(t) - u(t) = -\lambda(p(t-\tau) + u(t-\tau)) \tag{4.4}$$

où $\lambda = e^{-2\alpha}$ est une autre écriture du paramètre de pertes de Raman.

Après remplacement de $u(t)$ par $\mathrm{F}(p(t))$, il reste une équation non linéaire en $p(t)$ à résoudre qui ne peut, du moins directement (transformations du système dans [10]), se mettre sous la forme (1.19) usuelle d'une carte itérée.

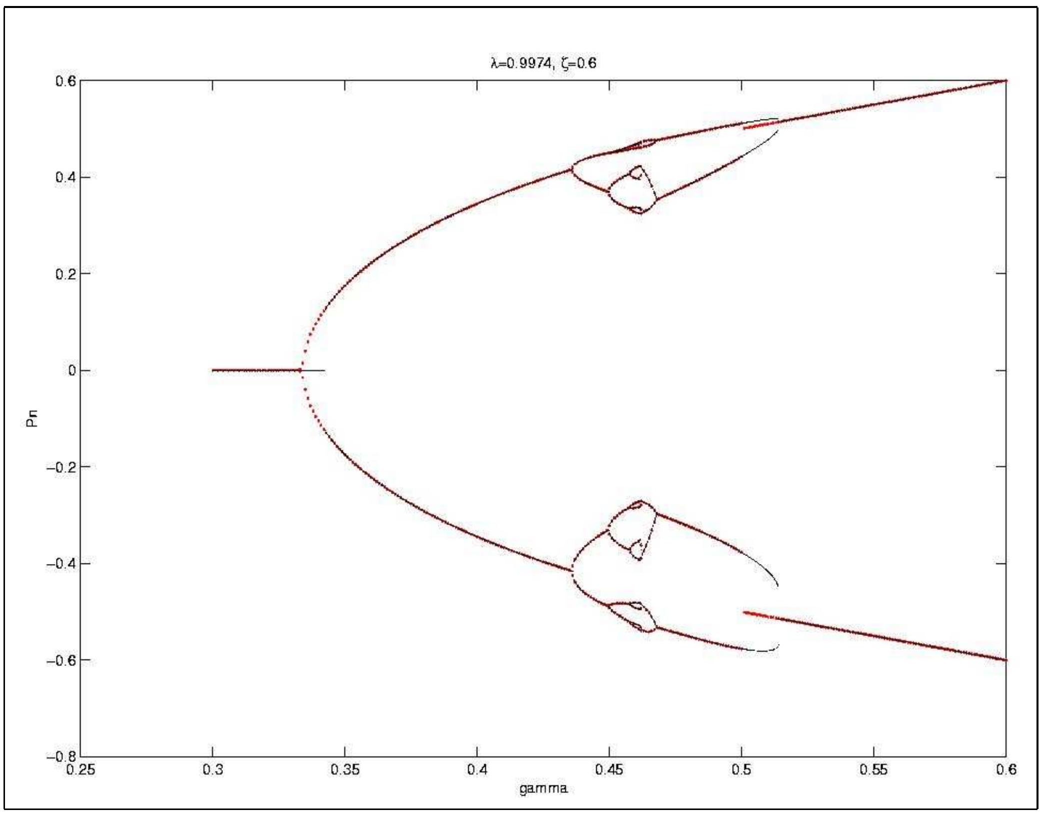

FIG. 4.3 – Diagramme de bifurcation obtenu par S. Ollivier pour $\zeta = 0.6$ et $\eta = 1\ 10^{-3}$; en noir le tracé pour γ croissant et en rouge pour γ décroissant.

On note sur la figure 4.3 que le diagramme présente un hysteresis : le comportement n'est pas le même vis à vis du doublement de période suivant le sens de parcours du diagramme. En effet, contrairement à ce que l'on a fait (voir 2.5.1) pour la simulation temporelle, les points du diagramme ne sont pas indépendants entre eux. La condition initiale de p choisie pour ce tracé est 0.99 fois la valeur obtenue pour la solution précédente.

Il est à noter pourtant que le modèle ne présente pas d'hysteresis ; quelque soit la condition initiale choisie, les valeurs prises par la pression dans la partie stationnaire du signal ne devraient pas dépendre des conditions initiales choisies.

4.3 Comparaison des diagrammes

4.3.1 Avec la MAN

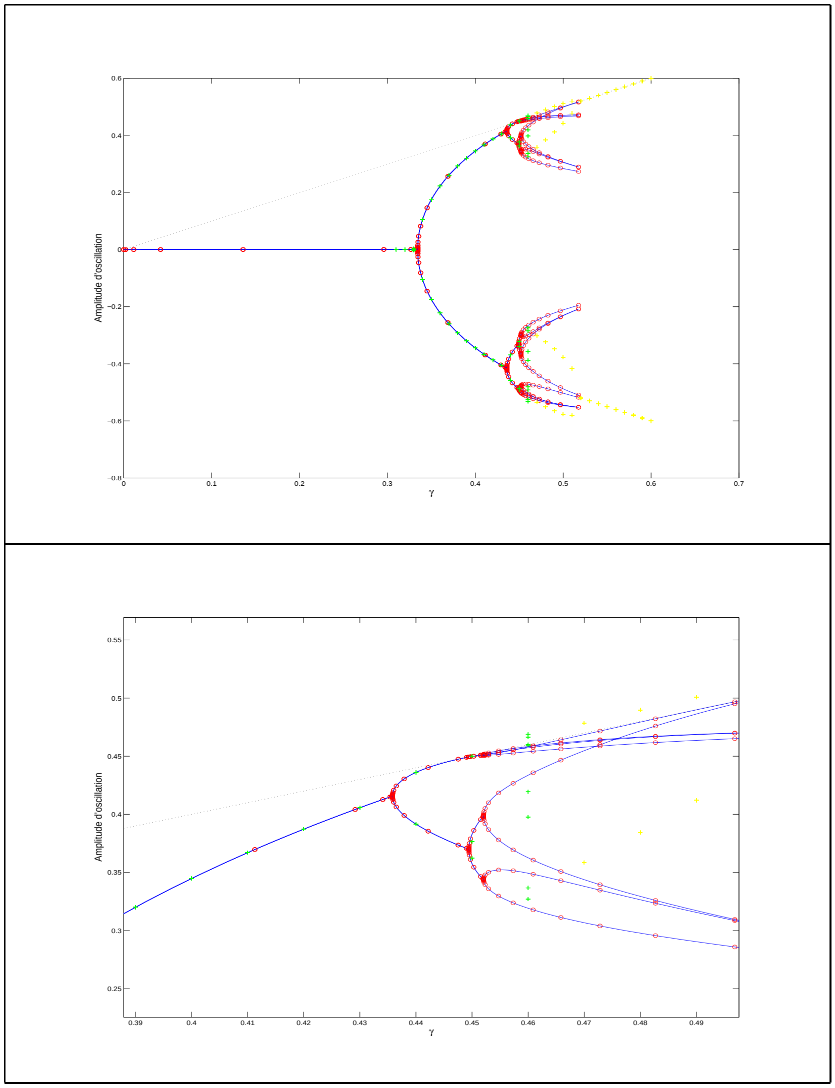

FIG. 4.4 – Superposition des diagrammes de bifurcation obtenus en simulation temporelle (+) et avec la MAN (o reliés) pour $\zeta = 0.6$ et $\eta = 1\ 10^{-3}$; la droite d'équation $p = \gamma$ a été ajoutée. La courbe du dessous est un zoom de la branche supérieure.

A la date de la fin du stage, l'implémentation du modèle de clarinette est incomplète dans la MAN. En particulier, celle-ci n'intègre pas l'inversion de débit. C'est-à-dire que le modèle n'est valable que si $\gamma - p > 0$. C'est bien ce que l'on oberve sur la figure 4.4 ; l'accord entre simulation temporelle et la MAN est parfait jusqu'au point où la droite d'équation $p = \gamma$ intersecte la branche de solutions.

Sur des cas ne présentant ni doublement de période, ni inversion de débit, l'accord est parfait tout le long des branches.

Ainsi, la MAN semble être un outil très efficace pour optimiser la recherche de bifurcations, à la condition que l'implémentation de l'inversion du débit soit validée.

4.3.2 Avec la carte itérée

Nous ne sommes malheureusement pas en mesure de pouvoir superposer nos diagrammes à celui fourni par S. Ollivier. Toutefois, après de multiples grossissements d'un côté comme de l'autre, nous sommes en mesure d'affirmer qu'ils sont parfaitement identiques en ce qui concerne le parcours suivant γ croissant.

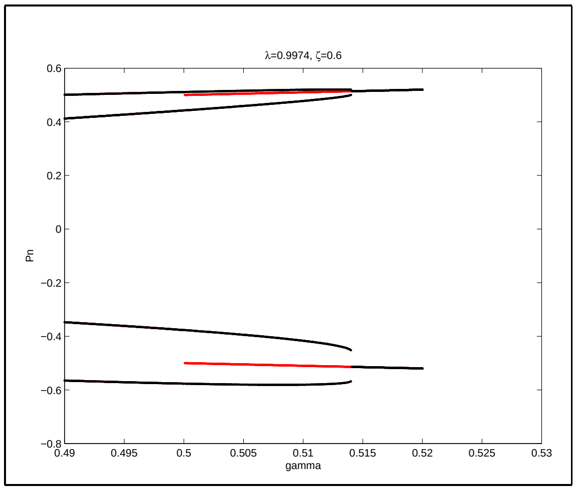

FIG. 4.5 – Diagramme de bifurcation obtenu par S. Ollivier pour $\zeta = 0.6$ et $\eta = 1\ 10^{-3}$; en noir le tracé pour γ croissant et en rouge pour γ décroissant ; grossissement de la figure 4.3.

La question reste posée : pourquoi la solution à deux paliers en anche battante, démontrée stable dans [10], n'est-elle jamais atteinte avec les diagrammes de bifurcation obtenus par simulation temporelle au seuil d'anche battante ($\gamma = 0.5$ sur ce diagramme) ? Pourquoi l'est-elle uniquement avec des conditions initiales correspondant aux γ décroissants ?

4.4 Comment nous rapprocher d'une situation de jeu dans l'établissement des diagrammes de bifurcation ?

Partant du constat de cet hysteresis, il nous a semblé intéressant d'introduire la notion de “geste” (pression dans la bouche non constante) dans nos diagrammes issus de la simulation temporelle.

Dans le travail effectué jusqu'alors, chaque valeur de γ correspond à une solution indépendante de la précédente. Nous avons ici décidé, à chaque itération correspondant à une valeur de γ, d'appliquer en entrée du modèle une rampe partant de la valeur précédente de γ pour l'amener à la valeur d'étude. On crée ensuite un palier à la valeur d'étude pour permettre au signal de devenir stationnaire, car l'étude repose ici sur des phénomènes périodiques.

On constate que l'application d'une rampe n'a aucun effet ; les diagrammes sans rampe, et avec rampe, que le parcours soit effectué par γ croissant ou décroissant sont parfaitement superposés.

Il serait intéressant de tester d'autres types de fonctions pour passer d'une valeur de γ à l'autre, peut-être plus proches de ce que le musicien fait réellement lorsqu'il joue de la clarinette.

4.5 Et en situation de jeu ?

Même si l'approche du musicien n'a pas été suivie dans ce travail (se référer à Gibiat *et coll* [14], [23] en ce qui concerne cette démarche), nous avons eu la curiosité de reproduire cette expérience qui consiste à affiner une anche, trouver des collègues clarinettistes (ou non...), leur demander de relâcher l'embouchure, de faire décroître leur souffle et d'écouter ce son si peu harmonieux devenu caractéristique au laboratoire depuis quelques semaines.

Nous n'avons pas la prétention ici de lever ce paradoxe qui consisterait à comprendre pourquoi le modèle nous incite à augmenter la pression dans la bouche quand les clarinettistes nous affirment que la seule voie qui leur est accessible pour obtenir le doublement de période est justement le relâchement du souffle.

Toutefois, notre expérience sur bouche artificielle nous a amenés à noter que si le comportement observé correspond bien au modèle au niveau de la bifurcation inverse, à savoir le passage du régime à période doublée au régime normal, ce qui ne se produit, d'après la simulation qu'en régime d'anche battante, le battement de l'anche peut intervenir à basses pressions dans la bouche lorsque l'embouchure est très relâchée. Si de plus l'anche est affinée, il est évident qu'elle ploie plus facilement, que la pression de plaquage en est abaissée, et le seuil d'anche battante par la même occasion. Il est donc tout à fait possible que le régime d'attaque, lors de cette expérience, relève de l'anche battante ; d'après nos diagrammes de bifurcation, le seul moyen alors d'obtenir un doublement de période est bien de diminuer la pression dans la bouche.

Cette question reste malheureusement ouverte : comment savoir si l'anche bat ou non dans la bouche d'un clarinettiste ? Mais il est évident que cette question reste à explorer avec une bouche artificielle.

Conclusion et perspectives

Ce travail sur le doublement de période s'inscrit dans la continuité d'études menées depuis 1985 ; l'étude bibliographique réalisée nous a permis d'appréhender, à la fois au niveau du phénomène lui-même, mais aussi beaucoup plus généralement au niveau du modèle simplifié de clarinette, la portée d'une telle entreprise qui dépasse nécessairement le cadre d'un stage de DEA.

C'est pourquoi, dans le temps qui nous était imparti, nous avons choisi de développer une démarche originale, consistant à suivre plusieurs approches en parallèle afin d'établir un état des lieux, malheureusement loin d'être exhaustif, mais nous permettant de dégager de grandes lignes de perspectives de recherche.

L'approche numérique nous a permis de mieux cerner les implications du modèle étudié quant aux bifurcations.

Elle nous a permis de nous familiariser avec l'équilibrage harmonique, à travers un enrichissement apporté au programme Harmbal, méthode de résolution numérique au combien efficace, malgré ses limites que nous avons révélées dans le cadre de l'étude des cascades sous-harmoniques. Cet outil n'est pas pour autant à rejeter pour ce type d'études, comme nous l'avons vu ; des algorithmes, mis en place dans d'autres domaines que l'acoustique, sont prometteurs et devraient pouvoir être mis en oeuvre dans Harmbal.

La simulation temporelle nous a permis, par le fait qu'elle exhibe des solutions nécessairement stables, de cartographier, en quelque sorte, le comportement du modèle sous forme de diagrammes de bifurcations. Cette approche est nouvelle par rapport à celle aboutissant aux diagrammes obtenus par cartes itérées, chez Maganza ou Ollivier, par exemple. En effet, Maganza présentait des digrammes sans pertes, alors qu'ici, comme dans les travaux de S.Ollivier, des pertes indépendantes de la fréquence tendent à nous rapprocher d'une situation plus réaliste. Quant à Ollivier, la carte itérée est initialisée, pour chaque point, par la solution du point précédent à laquelle on apporte une correction, ce qui révèle un hysteresis auquel on ne donne pas de sens physique pour le moment. La méthode présentée ici apporte donc une nouvelle manière de concevoir le diagramme de bifurcation qui, nous permettant de visualiser les plages de stabilité des différents régimes, pourra permettre une étude approfondie de la stabilité, notamment en anche battante. En effet, la cascade inverse de sous-harmoniques en anche battante est un élément nouveau, révélé par ces diagrammes.

De plus, cette cartographie nous permet d'affiner la détermination des plages de paramètres à explorer expérimentalement, à savoir la recherche d'une embouchure très relâchée par exemple.

L'approche expérimentale nous a permis de nous familiariser avec les protocoles de mesures acoustiques. Il a été passionnant d'intervenir sur une bouche artificielle qui n'avait pas encore été utilisée. Cela nous a permis de nous confronter aux problèmes de contrôle des paramètres, si présents en physique expérimentale, et aux problèmes de mesure, que nous avons détaillés dans ce document. Même si, dans le temps imparti, il ne nous a pas été possible d'effectuer un recalage précis des paramètres, cette confrontation pratique nous a permis une exploration qualitative intéressante de signaux expérimentaux très particuliers avec apparition et disparition d'un octuplement de période sur le cinquième mode du résonateur cylindrique, et apparition et disparition d'un doublement de période sur le premier mode, pour des pressions dans la bouche plus élevées. Ces signaux, obtenus pour la première fois expérimentalement sur une bouche artificielle sont le point de départ d'une exploration plus systématique. La reproductibilité des mesures sera prochainement accrue par des modifications permettant un meilleur contrôle de la pression appliquée dans la bouche (projet de motorisation du contrôle de la fuite), ainsi que l'ajout d'un dispositif (proposé en 3.2.2) afin de déterminer systématiquement le caractère battant ou non de l'anche. Cela pourra permettre une étude de validation du modèle à partir des bifurcations de la cascade sous-harmonique, dans le même esprit que l'étude de Grand *et coll* [12] sur les correspondances des seuils d'oscillation.

Il nous a ensuite semblé intéressant de confronter toutes ces approches, en y ajoutant des travaux analytiques, afin de montrer qu'elles étaient tout à fait cohérentes.

La valeur du seuil déterminée par simulation temporelle correspond bien avec les résultats analytiques ; il serait intéressant de poursuivre cette démarche afin de connaître le seuil des bifurcations suivantes, et afin d'explorer plus finement le comportement en anche battante (il a déjà été montré que la solution à deux paliers était stable) ; il semble important d'effectuer le même type d'étude sur la cascade inverse observée en simulation.

D'autre part, les travaux de S.Ollivier, qui obtient un hysteresis en simulation, nous ont amenés à nous interroger sur l'influence de l'évolution des paramètres de jeu (pression dans la bouche croissante, décroissante) sur le comportement dynamique du modèle. C'est un domaine à explorer aussi bien numériquement qu'expérimentalement.

Enfin, il nous semble important de rappeler dans cette conclusion, le choix, au final assez arbitraire, qui a été fait du paramètre de bifurcation. Kergomard *et coll* ont montré des sonagrammes où l'on voit clairement la cascade sous-harmonique apparaître pour ζ croissant. Il serait intéressant de poursuivre ce travail avec une approche multidimensionnelle du problème qui, bien que plus complexe, permettra d'aboutir le projet de cartographie du comportement dynamique du modèle.

Table des figures

Bibliographie

[1] Rousseau A. Modélisation du rayonnement des instruments à vent à trous latéraux. Master's thesis, INSEN, 1996.

[2] Tesi A., Abed E.H., Genesio R., and Wang H.O. Harmonic balance analysis of period-doubling bifurcations with implications for control of nonlinear dynamics. *Automatica*, 32(9) :1255–1271, 1996.

[3] Fritz C., Farner S., and Kergomard J. Some aspects of the harmonic balance method applied to the clarinet. *Applied Acoustics*, 2004. A paraître.

[4] Maganza C. *Excitations non-linéaires d'un conduit acoustique cylindrique. Observations de doublements de période précédant un comportant chaotique. Application à la Clarinette.* PhD thesis, Université de Maine, 1985.

[5] Maganza C., Caussé R., and Laloë F. Bifurcations, period doublings and chaos in clarinetlike systems. *Europhys. Lett.*, 1(6) :295–302, 1986.

[6] Gilbert J., Kergomard J., and Ngoya E. Calculation of the steady-state oscillations of a clarinet using the harmonic balance technique. *J. Acoust. Soc. Am.*, 86(1) :35–41, 1989.

[7] Kergomard J. *Mechanics of Musical Instruments*, chapter Ch6 , Elementary considerations on reed-instruments oscillations, pages 229–290. Springer Verlag, 1998.

[8] Kergomard J. Auto-oscillations des instruments de musique : l'exemple de la clarinette. In dpt Pédagogie IRCAM, editor, *Cours optionnel d'acoustique instrumentale*, 2004.

[9] Kergomard J., Dalmont JP, Gilbert J., and Guillemain P. Period doubling on cylindrical reed instruments. In *Congrès Français d'Acoustique*, 2004. A paraître.

[10] Dalmont JP, Gilbert J., Kergomard J., and Ollivier S. Theorical study of a clarinet-like playing range, and bifurcation diagramms. en préparation.

[11] Goldfarb L. On some nonlinearities in automatic control system. *Autom. Telemek.*, 8 :349–383, 1947. en Russe.

[12] Grand N. *Etude du seuil d'oscillation des systèmes acoustiques non-linéaires de type instrument à vent.* PhD thesis, Université Paris VII, 1994.

[13] Grand N., Gilbert J., and Laloë F. Oscillation threshold of woodwind instruments. *Acustica - Acta Acustica*, 82 :137–151, 1996.

[14] Rihs N., Gibiat V., and Castellengo M. Period doubling production on a bassoon. pages 185–188, Dourdan, 1995.

[15] Bergé P., Pommeau Y., and Vidal C. *L'ordre dans le chaos.* Hermann ed., 1988.

[16] Rapp P.E. Bifurcation theory, control theory and metabolic regulation. *Biological Systems, Modeling and Control*, pages 1–83, 1979.

[17] Farner S., Vergez C., and Kergomard J. Contributions to harmonic balance calculations of periodic oscillation for self-sustained musical instruments. focus on single-reed instruments. en préparation, Jan 2004.

[18] Ollivier S. *Contribution à l'étude des oscillations des instruments à vent à anche simple ; validation d'un modèle élémentaire*. PhD thesis, Université du Maine, 2002.

[19] Ollivier S., Kergomard J., and Dalmont JP. Idealized models of reed woodwinds. part ii : On the satbility of "two-step" oscillations. *Acustica - Acta Acustica*, 2004. A paraître.

[20] Ollivier S., Dalmont JP, and Kergomard J. Idealized models of reed woodwinds. parti : Analogy with the bowed string. *Acustica - Acta Acustica*, 2004. A paraître.

[21] R. T. Schumacher. Ab initio calculations of the oscillations of a clarinet. *Acustica*, 48 :71–85, 1981.

[22] Emiya V. Spectrogramme d'amplitude et de fréquence instantanées (safi). Master's thesis, Mémoire de DEA ATIAM sous la direction de Vincent Gibiat, Université de la Méditerranée Aix-Marseille II, juillet 2004.

[23] Gibiat V. and Castellengo M. Period doubling occurences in wind instruments musical performance. *Acustica - Acta Acustica*, 86 :746–754, 2000.

[24] Gibiat V., Jardin P., and Wu F. Analyse spectrale différentielle - application aux signaux sonars de myotis mystacinus. *Acustica*, 63 :90–99, 1987.

Annexe A

Codes modifiés dans les programmes

A.1 Implantation des pertes de Raman dans Harmal

```
/* Z = Zc tanh[j(kl+dal)+al]; d=1 for dispersion (see struct res_tube) */
double *clarinet_raman(int N, double freq, double *params)
{
  int k;
  complex Zk,arg;
  double *Z, argtmp,w1;
  double nu,resfreq;
  double disper;

  resfreq = params[0];
  nu      = params[1];
  disper  = params[2];
  /*DEBUG(printf("resfreq=%f, nu=%f,d=%.2f\n",resfreq,nu,disper));/**/

  /* calculate Z = Zc tanh(j(kl+dal) + al); d=dispersion flag */
  Z = allocvec(2*N);
  w1 = 2.0*PI*freq;
  for(k=1;k<N;k++){
    arg.re = nu*1.3;
    arg.im = w1*k/4.0/resfreq + arg.re*disper;
    /*Zk = RCmul(Zc,Ctanh(arg));/**/
    Zk = Ctanh(arg);  /* dimensionless */
    Z[k]   = Zk.re;
    Z[k+N] = Zk.im;
    /*DEBUG(printf("Zclar=(%e,%e)\n",Zk.re,Zk.im));*/
  }
  Z[0] = Z[N] = 0;  /* tanh 0 = 0 */
  return Z;
}
```

A.2 Paramètres d'entrée sous forme adimensionnée pour la simulation temporelle

```
%CONSTANTES PHYSIQUES
c=343;                             %Vitesse du son
rho=1.2;                           %Masse surfacique de l'air

%PARAMETRES ADIMENSIONNES DE L'INSTRUMENT
pM=5200;                           % Pression de placage de l'anche
K=1;                               % Raideur adimensionnee
R=0;                               % Amortissement adimensionne
M=0;                               % Masse adimensionnee
gamma= 0.49;                       % Pression d'alimentation adimensionnee
zeta= 0.6;                         % Parametre d'embouchure
                                   % (zeta= Zc*l*H*sqrt(2/(rho*pM)
nu= 2.9e-2;                        % Parametre de pertes (Raman)
resfreq=75;                        % Frequence de resonance du tube

%GEOMETRIE DU RESONNATEUR
L=c/(4*resfreq);                   %Longueur du cylindre
ra=3.e-3;                          %Rayon du cylindre résonateur
Scup=pi*R^2;                       %Section du cylindre résonateur
Zc=rho*c/Scup;                     %impedance caracteristique

%PARAMETRES DE L'INSTRUMENT
H= 2e-3;                           %Position au repos
ks=pM/H;                           %Raideur surfacique
ms=M*ks/(2*pi*resfreq)^2;          %Masse surfacique
rs=R*ks/(2*pi*resfreq);            %Amortissement surfacique
alpha=1.;                          %Paramètre Vena Contracta
l=zeta*sqrt(rho*pM/2)/(Zc*H);      %Largeur de la fente
Pb0=gamma * pM;                    %Pression d'alimentation
r=-exp(-2*1.3*nu);                 %coeff de reflexion en bout de tube
Rn=1.2e-3;                         %rayon du pipe neck
Sn=pi*H*l/4;                       %section du pipe neck
Cd=1.e-10;                         %Discharge coefficient
```

A.3 Fonction Matlab permettant d'effectuer une comparaison temporelle entre Harmbal et le programme de simulation temporelle

```
function []= compar_temp(Ph, Nt, f, pM, Te, N, p)

% Ph: vecteur de donnees type uswept.dat fourni par harmbal
% Np: nombre de points temporels dans harmbal
% f: frequence d'oscillation dans harmbal
% pM: pression maximale entre dans sim_temp
% Te: parametre d'echantillonnage dans sim_temp
% N: nombre d'echantillons temporels dans un aller et retour dans sim_temp
% p: vecteur pression dans sim_temp

% Harmbal
th=[1:Nt]/(Nt*f);
Ph=Ph(:,1)* pM;

% Chr
t=[1:2*N]*Te;
p=p(end-7*N/2-6:end-3*N/2-7);      % selection de la derniere periode

% Graphe
figure(1);
plot(th, Ph, t, p, '--');
%title('Comparaison temporelle Harmbal/Vergez hautbois iteratif acta modif');
xlabel('t (s)');
ylabel('P (Pa)');
legend('Harmbal', 'Simulation temporelle');
```

A.4 Fonction Matlab permettant d'effectuer une comparaison fréquentielle entre Harmbal et le programme de simulation temporelle

```
function []= compar_freq(Ph, Nh, f, pM, Te, N, p)

% Ph: vecteur-colonne issue de Harmbal comportant les parties reelles et
%                                      imaginaires a la suite (fichier.pmt)
% Nh: nombre d'harmoniques dans Harmbal
% f: frequence de jeu trouvee dans Harmbal
% pM: pression maximale entre dans sim_temp
% Te: parametre d'echantillonnage dans sim_temp
% N: nombre d'echantillons temporels dans un aller et retour dans sim_temp
% p: vecteur pression dans sim_temp
```

```
% Harmbal
fh= freq(Nh, f);
Hh= harm(Nh, Ph);

% Simulation temporelle
p=p(end-7*N/2-6:end-3*N/2-7)/pM;      % selection de la derniere periode
Hc=ifft(p);
Hc=Hc(2:Nh+1);
Hc=20*log10(abs(Hc));                 % conversion en dB
fc=[1:Nh]/(2*N*Te);

% Graphe
figure(2);
plot(fh, Hh, 'r +', fc,Hc, 'b x');
%title('Comparaison frequentielle Harmbal/Vergez hautbois iteratif acta modif');
xlabel('f (Hz)');
ylabel('Pk (dB)');
legend('Harmbal', 'Simulation temporelle');
```

A.5 Fonction Matlab créant un fichier résultat du format de Harmbal à partir de la simulation temporelle

```
function []= temp_pmt(K, R, M, zeta, gamma, nu, resfreq, c, Nt, Np, pM, Te, N, p)

% pM: pression maximale entre dans sim_temp
% Te: parametre d'echantillonnage dans sim_temp
% N: nombre d'echantillons temporels dans un aller et retour dans sim_temp
% p: vecteur pression dans sim_temp
% Tous les autres sont les parametres de Harmbal avec les memes notations

k=10;                                     % nombre de periodes prises en compte
d=2;                                      % doublement, si oui d=2, sinon d=1

% selection des k dernieres periodes
h=0;b=0;
for l=0:2*N*d*k+100,
    if p(end-l)<0,
        b=b+1;
    else h=h+1;
    end;
end;
p=p(end-2*N*d*k-100+b-h:end)/pM;
T=(2*N*d*k-100+b-h)*Te/k;                  % periode

H=fft(p)/length(p);                        % transformee de Fourier
H=H(1:k*Np+1);                             % selection du nombre
                                           % d'harmoniques demande
```

```
theta= angle(H(k+1));                    % Calcul de l'argument de H1
H=H.*exp(-i*theta/k*[0:k*Np]);
Hr=real(H);
Hi=imag(H);
Hi0=zeros(1,Np+1)';
H=20*log10(abs(H));
f=[0:Np]/T;

freq=f(2);


% Graphes

figure(6);
plot(p);

figure(7);

hold on;
plot(f,H(1:k:end),'g<');

figure(8);
subplot(2,1,1);
hold on;
plot(f,Hr(1:k:end),'g<');
title('Parties reelles');
xlabel('f (Hz)');
ylabel('Re(Pk)');
subplot(2,1,2);
hold on;
plot(f,Hi(1:k:end),'g<');
title('Parties imaginaires');
xlabel('f (Hz)');
ylabel('Im(Pk)');

% Ecriture du fichier

temp = fopen('temp.pmt','w');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'K');
fprintf(temp, '%f\n', K);
fprintf(temp, '%c\t\t', 'R');
fprintf(temp, '%f\n', R);
fprintf(temp, '%c\t\t', 'M');
fprintf(temp, '%f\n', M);
fprintf(temp, '%c', 'zet');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'a');
fprintf(temp, '%f\n', zeta);
fprintf(temp, '%c', 'gamm');
```

```
fprintf(temp, '%c\t\t', 'a');
fprintf(temp, '%f\n', gamma);
fprintf(temp, '%c', 'n');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'u');
fprintf(temp, '%f\n', nu);
fprintf(temp, '%c', 'resfre');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'q');
fprintf(temp, '%f\n', resfreq);
fprintf(temp, '%c', 'lenfac');
fprintf(temp, '%c\t\t', 't');
fprintf(temp, '%f\n', 2.000);
fprintf(temp, '%c', 'dispe');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'r');
fprintf(temp, '%f\n', 0.0);
fprintf(temp, '%c', 'sndspee');
fprintf(temp, '%c\t', 'd');
fprintf(temp, '%f\n', c);
fprintf(temp, '%c', 'pma');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'x');
fprintf(temp, '%f\n', 1.0);
fprintf(temp, '%c', 'maxitn');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'o');
fprintf(temp, '%f\n', 1000.0);
fprintf(temp, '%c', 'deno');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'm');
fprintf(temp, '%f\n', 1.0);
fprintf(temp, '%c', 'maxer');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'r');
fprintf(temp, '%f\n', 1.0e-6);
fprintf(temp, '%c', 'N');
fprintf(temp, '%c\t\t', 't');
fprintf(temp, '%i\n', Nt);
fprintf(temp, '%c', 'N');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'p');
fprintf(temp, '%i\n', Np);
fprintf(temp, '%c', 'nlmode');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'l');
fprintf(temp, '%i\n', 102);
fprintf(temp, '%c', 'impmode');
fprintf(temp, '%c\t', 'l');
fprintf(temp, '%i\n', 107);
fprintf(temp, '%c', 'fre');
fprintf(temp, '%c\t\t', 'q');
fprintf(temp, '%f\n', freq);
fprintf(temp, '%c\n', 'P');
fprintf(temp, '%20.18f\n', Hr(1:k:end));
fprintf(temp, '%20.18f\n', Hi(1:k:end));
fclose(temp);
```

A.6 Différentes convolutions pour la fonction de réflexion du programme de simulation temporelle

```
ph(wp)= 2*r*p_in(rp);                      %isempty(real_2R_store)
                                           % Convolution basique


ph(wp)=0;                                  %Convolution gaussienne
for n=1:length(G),
    pp=(rp-3+n)-round((length(G))/2);
    if pp<1, pp=Ndel+pp;
       elseif pp>Ndel, pp=pp-Ndel;
    end;
    ph(wp)= ph(wp)+2*G(n)*p_in(pp);
end;


ph(wp)=0;                                  % Convolution sinus cardinal
for n=1:length(S),
    pp=(rp-3+n)-round((length(S))/2);
    if pp<1, pp=Ndel+pp;
       elseif pp>Ndel, pp=pp-Ndel;
    end;
    ph(wp)= ph(wp)+2*S(n)*p_in(pp);
end;
```

A.7 Tracé des diagrammes de bifurcation à partir de la simulation temporelle

A.7.1 Script d'appel

```
% Trace du diagramme de bifurcation

hold on;
gamma=0.30;

for i=1:120,
    gamma=gamma+0.0025
    [p,b,pM,N]=vergez_temporel(gamma,0.8,1e-3);
    if b==1,
        plot(gamma, p(end-64*N:round(N/2):end)/pM,  'ro', 'MarkerSize',2);
    else plot(gamma, p(end-64*N:round(N/2):end)/pM, 'b+','MarkerSize',2);
    end
end
```

A.7.2 Transmission des paramètres au programme de simulation modifié afin d'en faire une fonction

```
function [p,b,pM,N]=vergez_temporel(gamma, zeta, eta)

%PARAMETRES NUMERIQUES
nFe=1;
Fe=nFe*44.1e3;                          %Fréquence d'échantillonage
Te=1/Fe;                                %Pas d'échantillonage temporel

%CONSTANTES PHYSIQUES
c=343;                                  %Vitesse du son
rho=1.2;                                %Masse surfacique de l'air

%PARAMETRES ADIMENSIONNES DE L'INSTRUMENT
pM=5200;                                % Pression de placage de l'anche
K=1.0;                                  % Raideur adimensionnee
R=0.000000000;                          % Amortissement adimensionne
M=0.000000000;                          % Masse adimensionnee
resfreq=75;                             % Frequence de resonance du tube

%GEOMETRIE DU RESONNATEUR
L=c/(4*resfreq);                        %Longueur du cylindre
ra=(12.93e-3)/2;                        %Rayon du cylindre résonateur
Scup=pi*ra^2;                           %Section du cylindre résonateur
Zc=rho*c/Scup;                          %impedance caracteristique

%PARAMETRES DE L'INSTRUMENT
H= 2e-3;                                %Position au repos
ks=pM/H;                                %Raideur surfacique
ms=M*ks/(2*pi*resfreq)^2;               %Masse surfacique
rs=R*ks/(2*pi*resfreq);                 %Amortissement surfacique
alpha=1.;                               %Paramètre Vena Contracta
l=zeta*sqrt(rho*pM/2)/(Zc*H);           %Largeur de la fente
Pb0=gamma * pM;                         %Pression d'alimentation
r=-exp(-2*1.3*eta);                     %coeff de reflexion en bout de tube
Rn=1.2e-3;                              %rayon du pipe neck
Sn=pi*H*l/4;                            %section du pipe neck
Cd=1.e-10;                              %Discharge coefficient
D=(Sn/(alpha*l))^2/Cd;                  %Coeff utile calcul
E=Cd*(alpha*l)^2/Sn^2;                  %Coeff utile calcul
N=round(2*L/(Te*c));                    %nbre d'echantillons correspondant
                                        %a un aller/retour

%PARAMETRE DE SYNTHESE
Ndel=10*100*N;                          %Nb d'echant de la ligne a retard
nb=Ndel;                                %nbre d'echantillons a calculer
TmPb=1/10;                              %Temps de montee de la presion(en s)
```

```
Pb_g=Pb0;
```

Annexe B

Diagrammes de bifurcation

Ces diagrammes sont obtenus par simulation temporelle comme indiqué en 2.5.1. Les points marqués d'une croix (en bleu sur la version couleur) correspondent au régime d'anche non battante et ceux marqués d'un cercle (en rouge sur la version couleur) au régime d'anche battante.

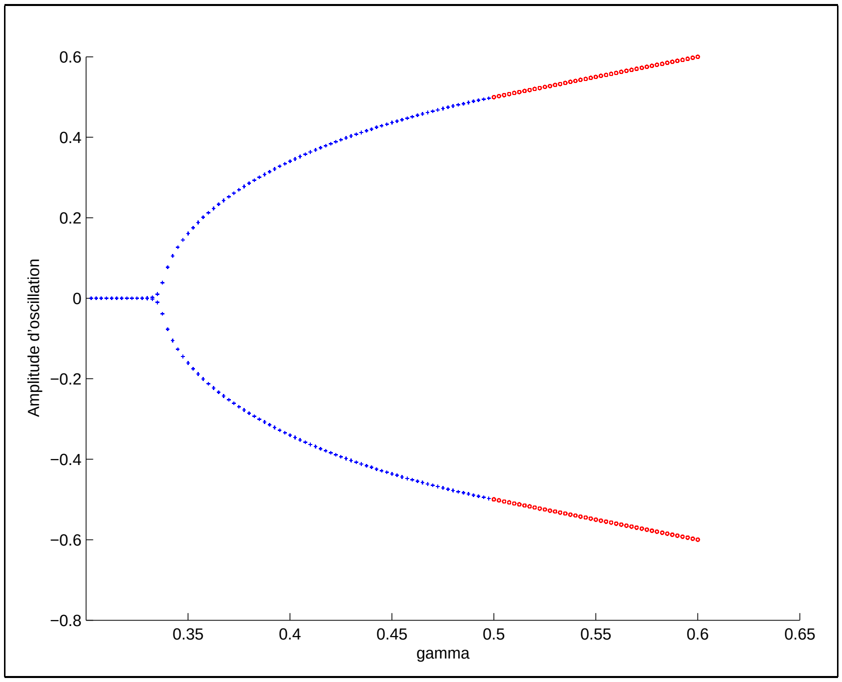

FIG. B.1 – Diagramme de bifurcation obtenu par simulation temporelle pour $\zeta = 0.14$ et $\eta = 1e{-}3$; lorsque γ est supérieur au seuil d'oscillation, la solution reste à deux paliers, que l'anche batte ou non.

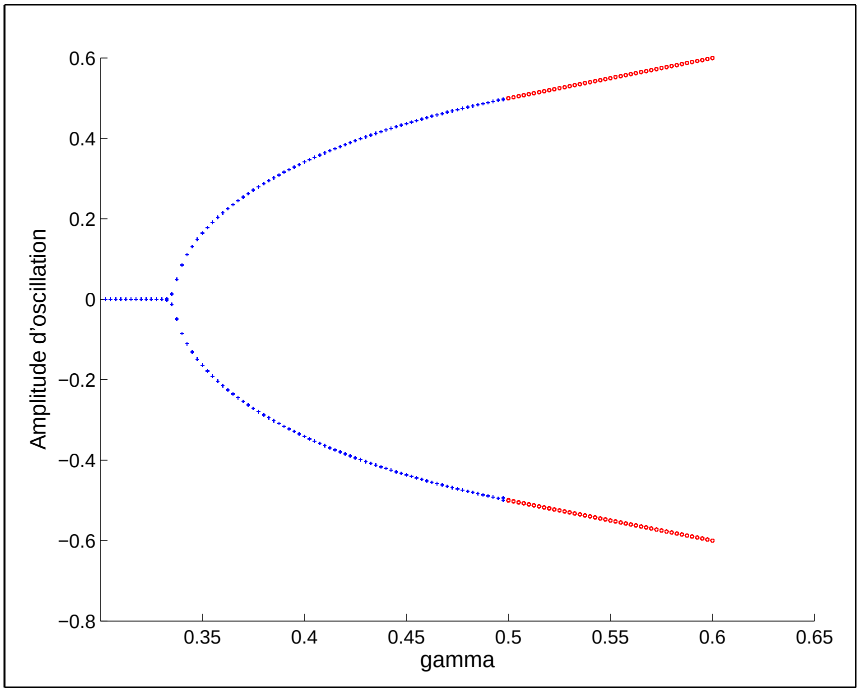

FIG. B.2 – Diagramme de bifurcation obtenu par simulation temporelle pour $\zeta = 0.17$ et $\eta = 1e{-}3$; on commence à voir apparaître un doublement de période à proximité du seuil d'anche battante.

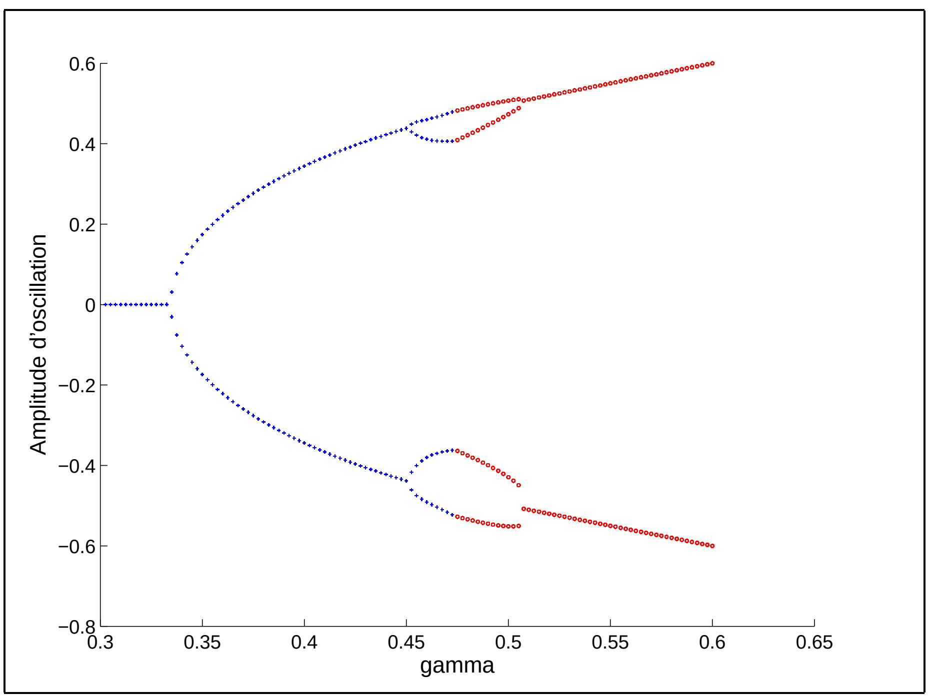

FIG. B.3 – Diagramme de bifurcation obtenu par simulation temporelle pour $\zeta = 0.50$ et $\eta = 1e{-}3$; le doublement de période est très visible.

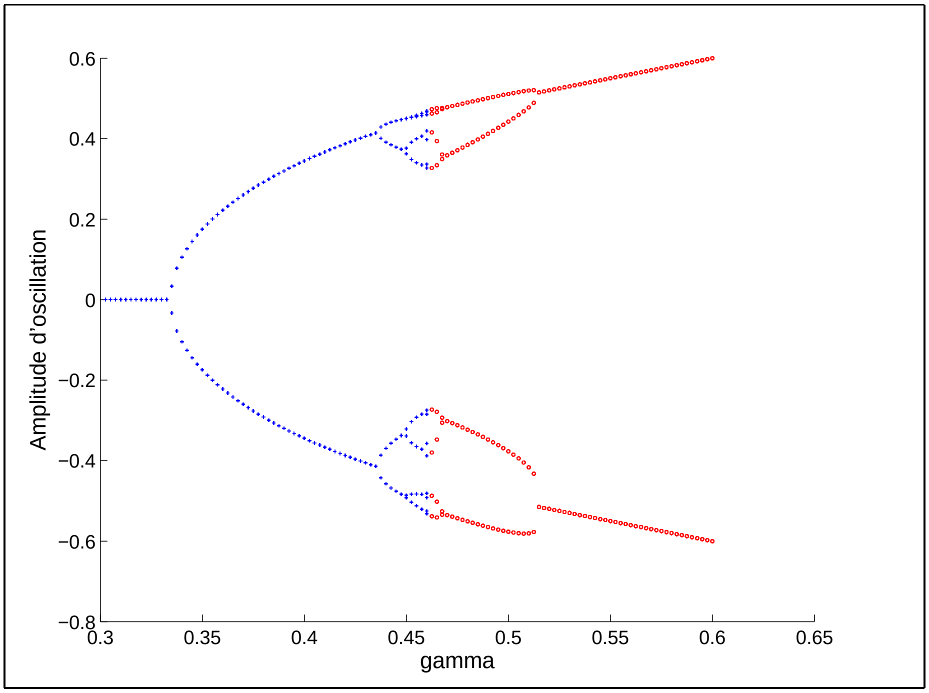

FIG. B.4 – Diagramme de bifurcation obtenu par simulation temporelle pour $\zeta = 0.60$ et $\eta = 1e{-}3$; apparition du quadruplement de période.

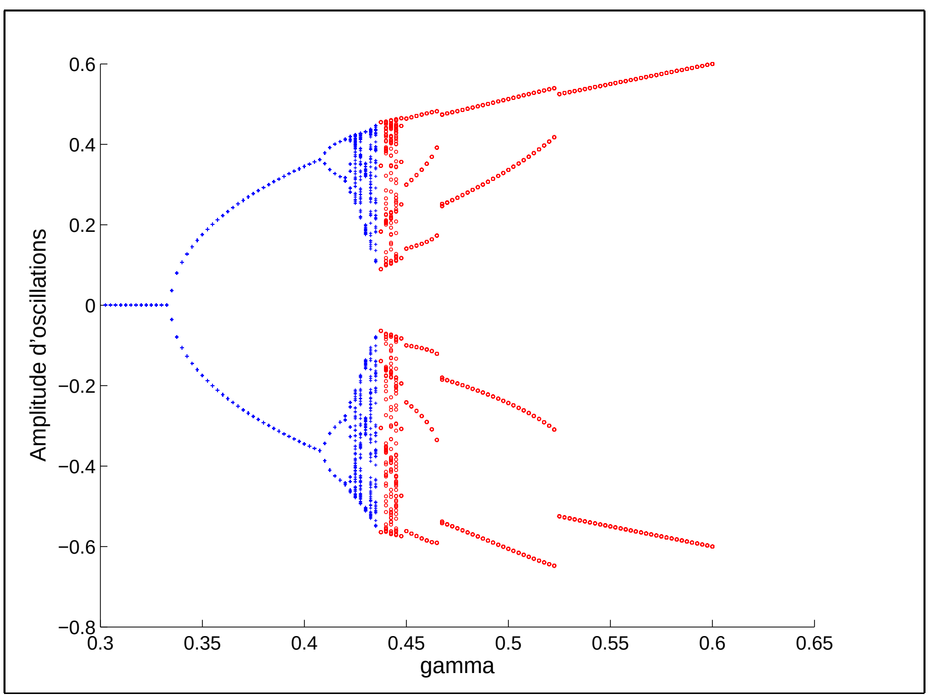

FIG. B.5 – Diagramme de bifurcation obtenu par simulation temporelle pour $\zeta = 0.80$ et $\eta = 1e{-}3$; route entière vers le chaos.

Annexe C

Signaux expérimentaux

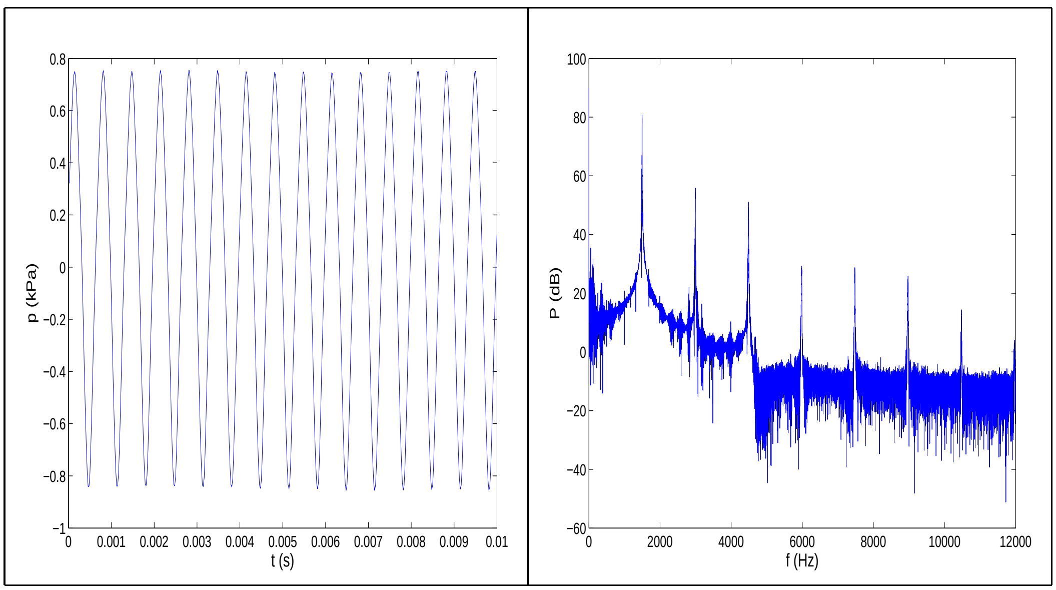

FIG. C.1 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 1.60$ kPa.

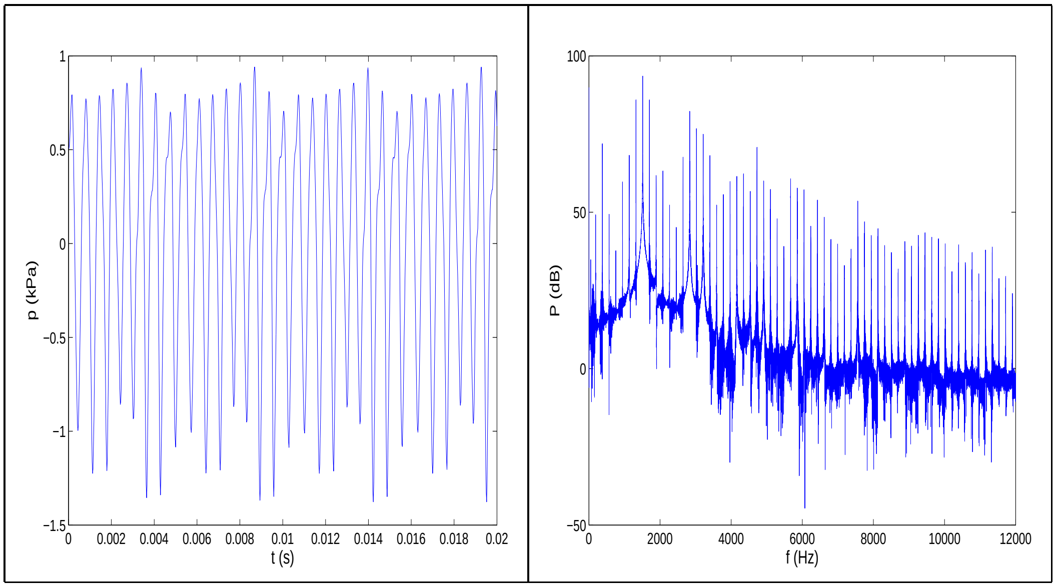

Fig. C.2 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 1.85$ kPa.

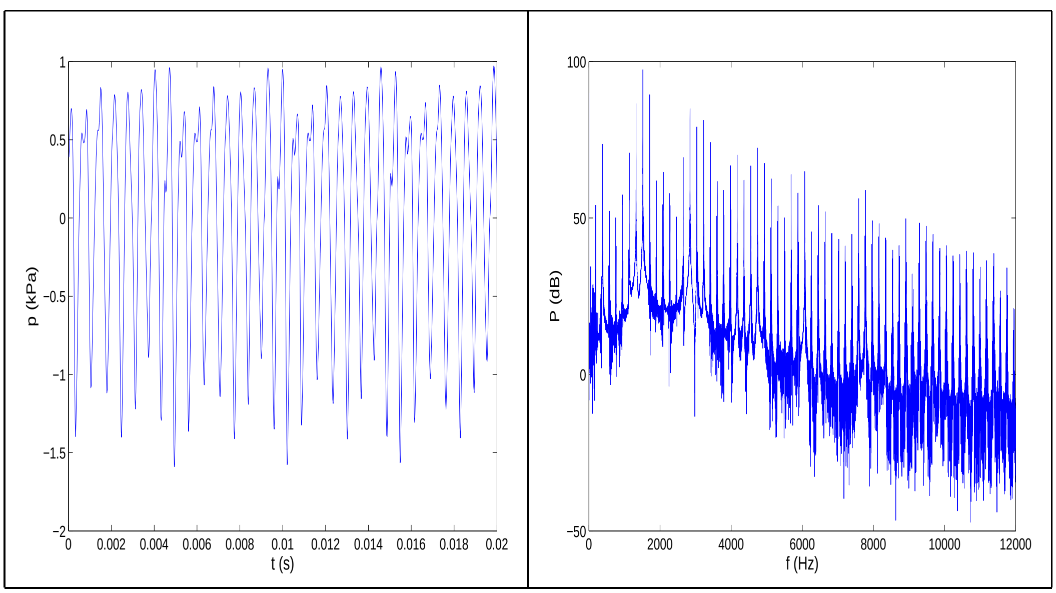

Fig. C.3 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 1.97$ kPa.

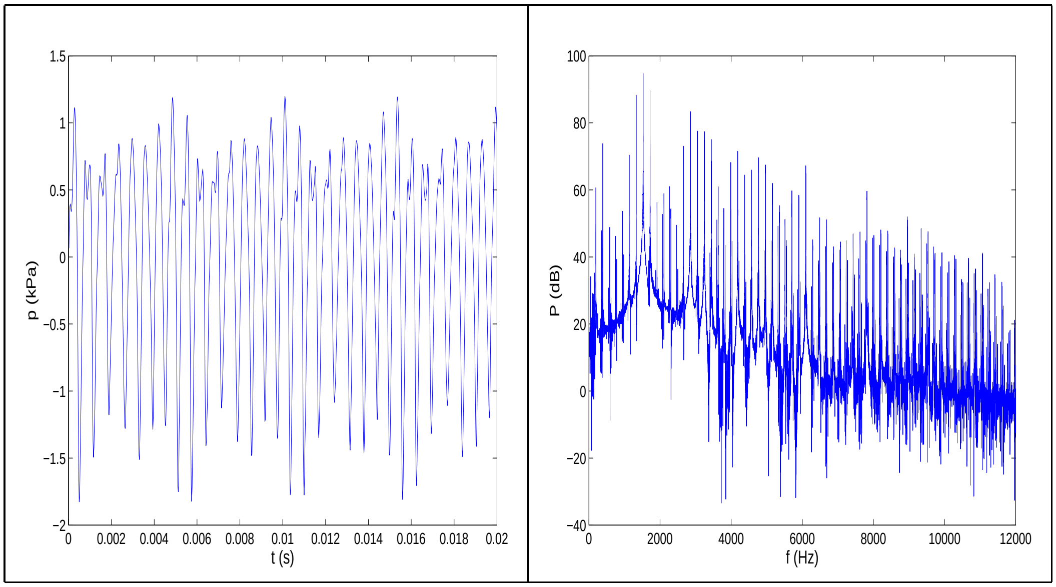

FIG. C.4 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 2.25$ kPa.

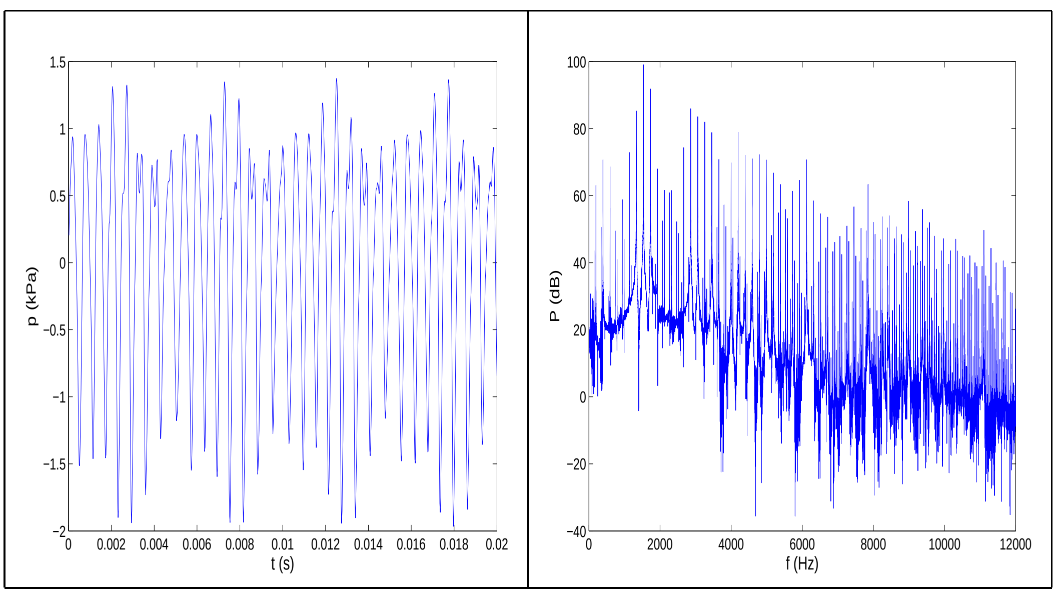

FIG. C.5 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 2.50$ kPa.

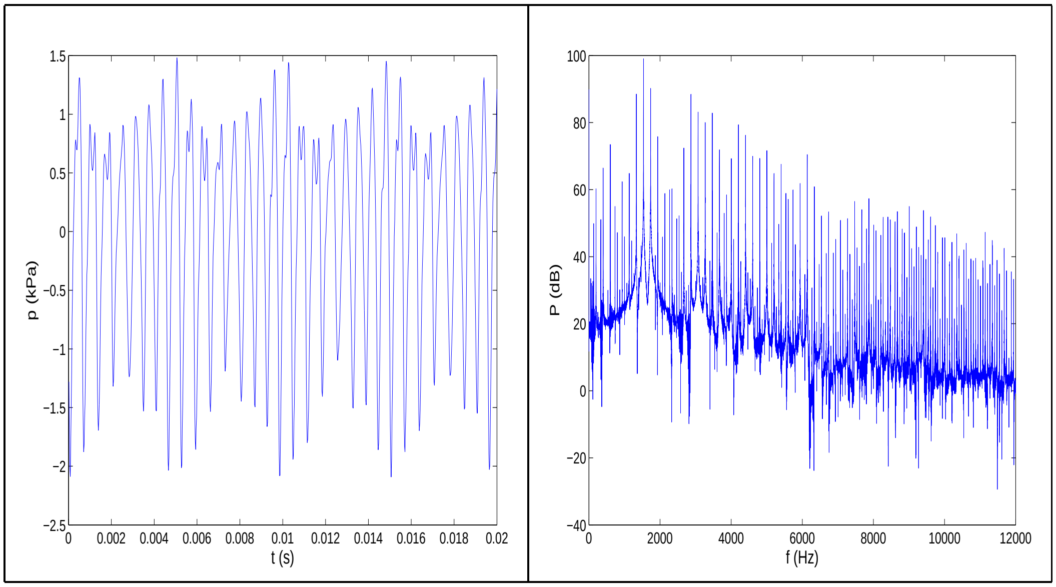

FIG. C.6 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 2.75$ kPa.

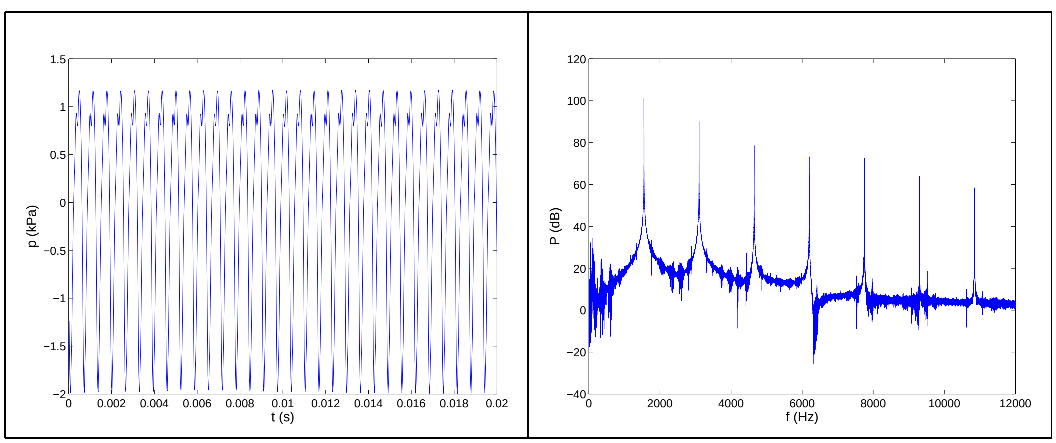

FIG. C.7 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 3.00$ kPa.

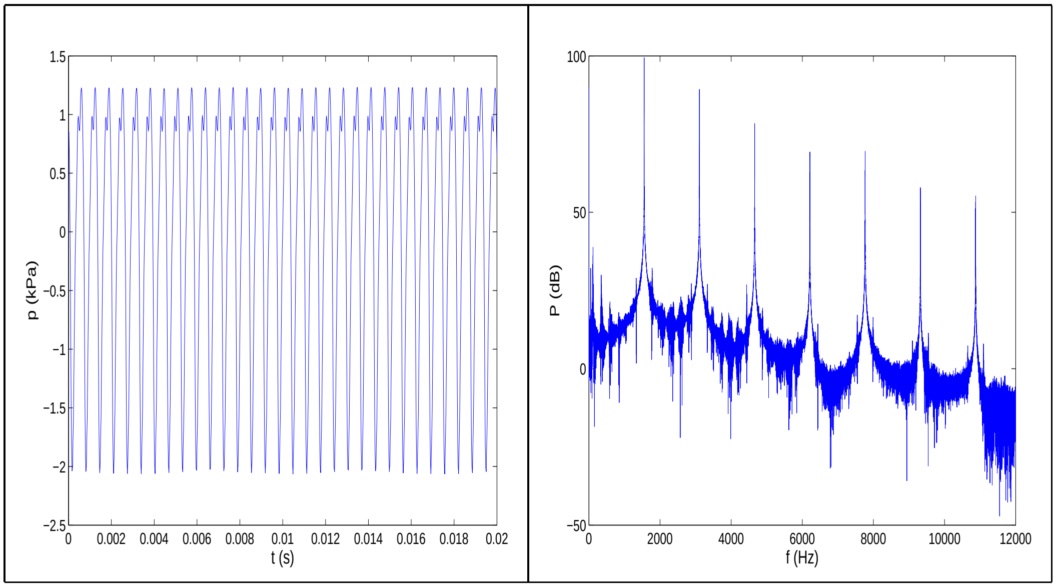

FIG. C.8 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 3.30$ kPa.

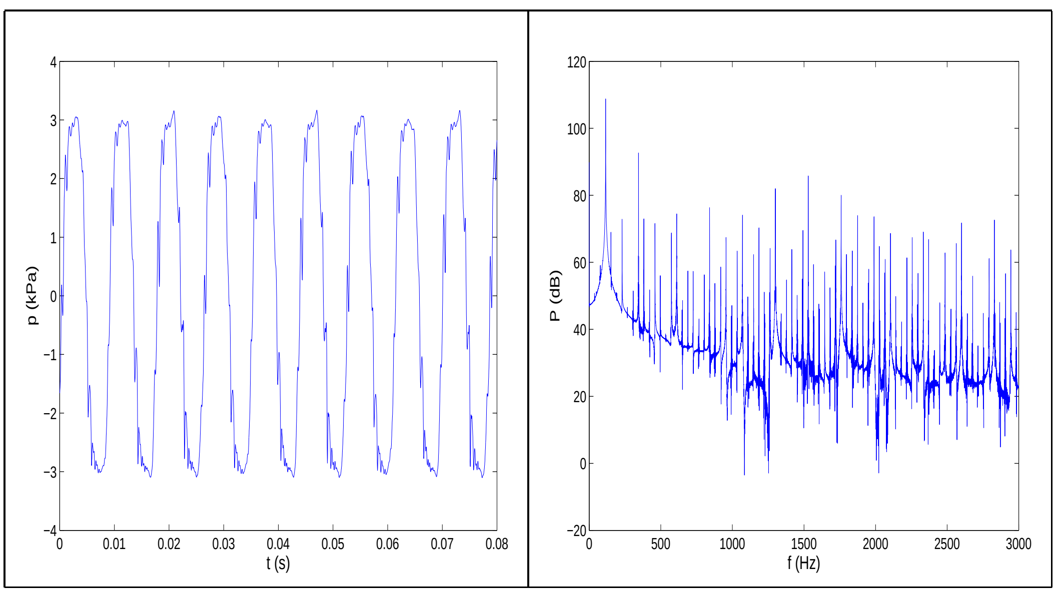

FIG. C.9 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 3.15$ kPa en diminuant la pression après un saut à 5.70 kPa dû au changement de registre.

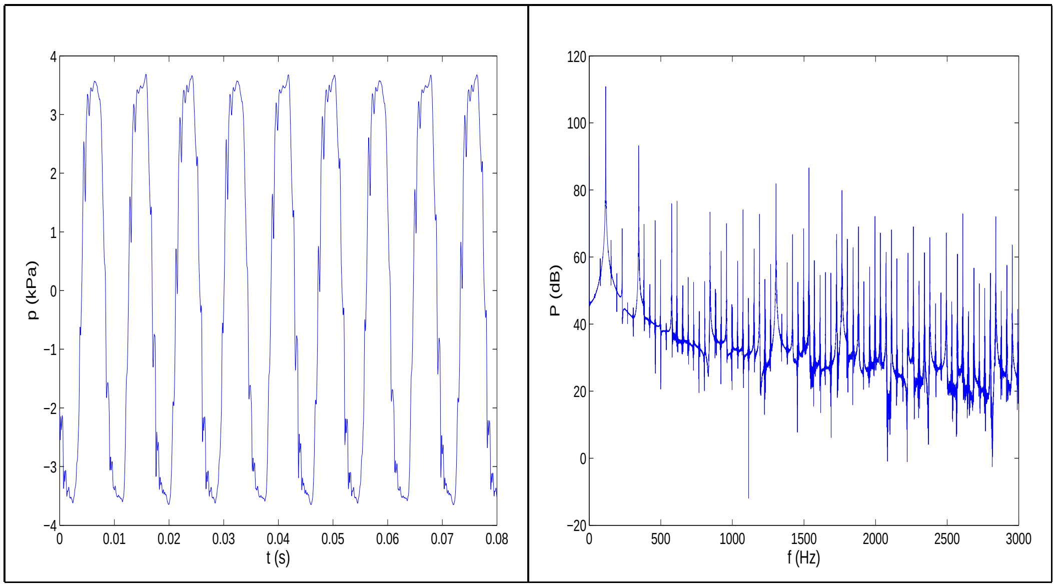

FIG. C.10 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 3.75$ kPa.

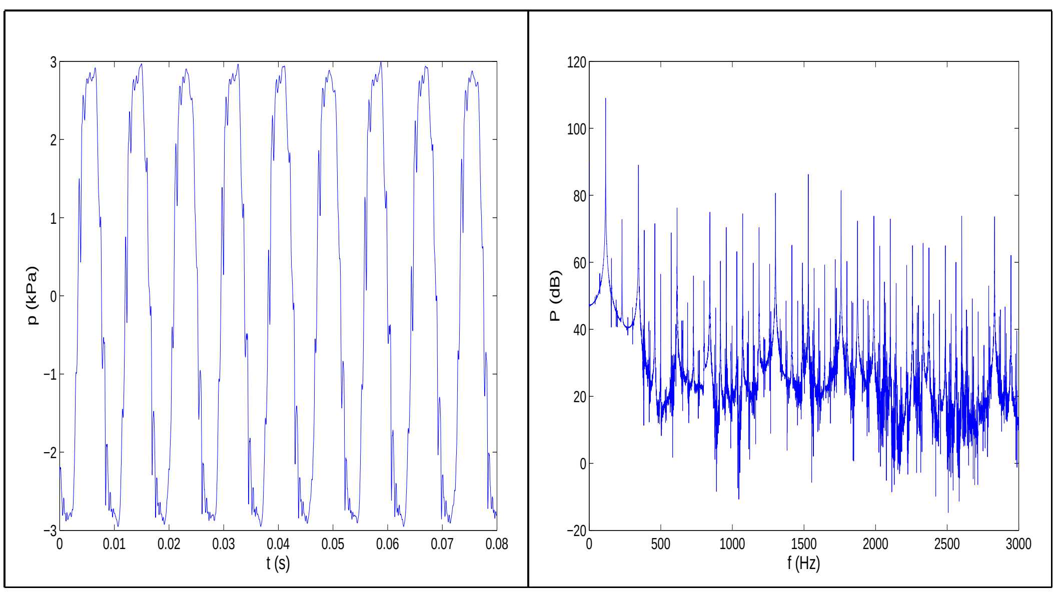

FIG. C.11 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 3.00$ kPa, lorsque l'on diminue la pression p_m.

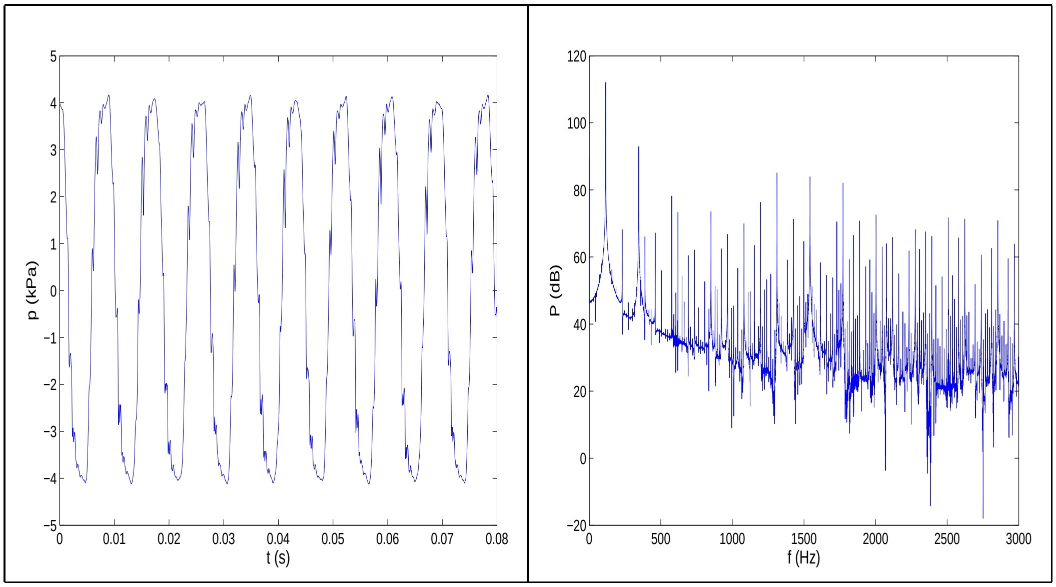

FIG. C.12 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 4.30$ kPa.

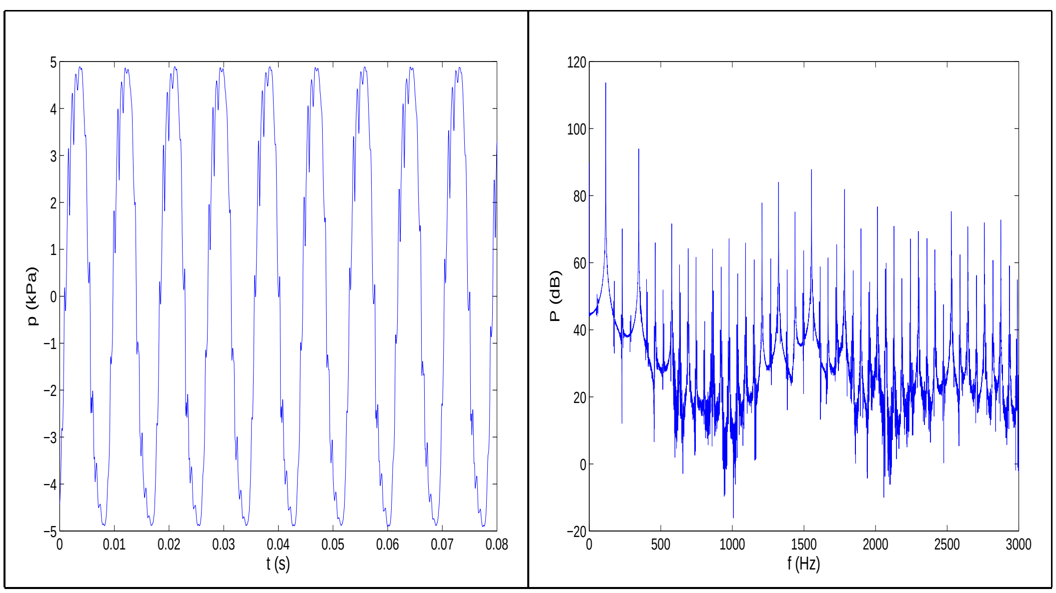

FIG. C.13 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 5.30$ kPa.

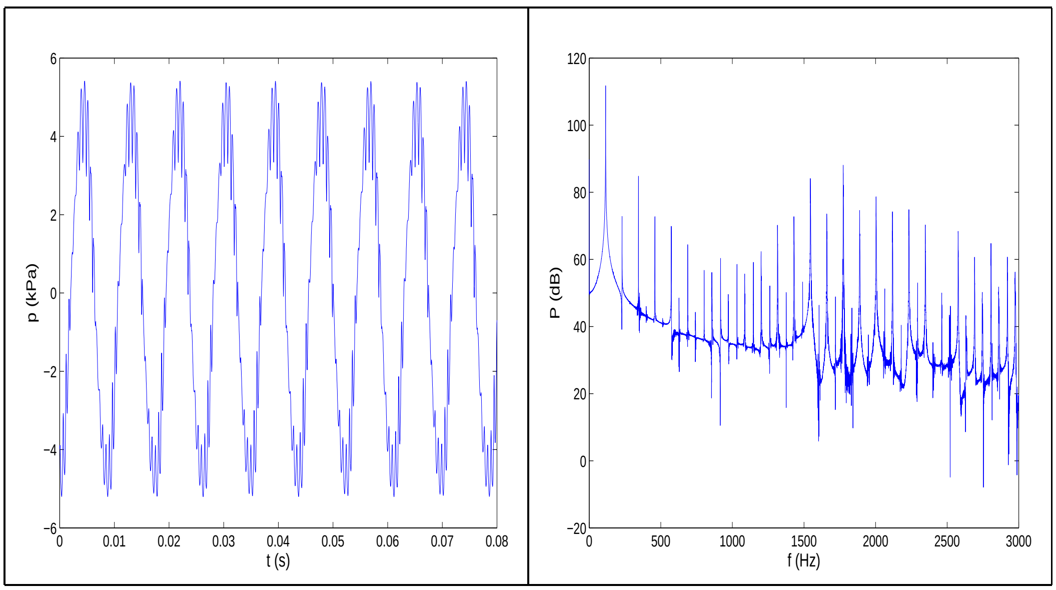

FIG. C.14 – Signal (à gauche) et sa transformée de Fourier (à droite) obtenus expérimentalement pour une pression dans le bocal $p_m = 6.70$ kPa.