

Influence du conduit vocal du clarinettiste sur la fréquence de jeu

Matthias Demoucron
Mémoire de stage de DEA ATIAM année 2003-2004

Mars 2003 - Juin 2004
Université Paris VI
Ircam - Acoustique instrumentale
Responsable de Stage :
Claudia Fritz

“Wie könnte Etwas aus seinem Gegensatz entstehn? Zum Beispiel die Wahrheit aus dem Irrthume? (..)Solcherlei Entstehung ist unmöglich; wer davon träumt, ein Narr, ja Schlimmeres; die Dinge höchsten Werthes müssen einen anderen, eigenen Ursprung haben, -aus dieser vergänglichen verführerischen täuschenden geringen Welt, aus diesem Wirrsal von Wahn und Begierde sind sie unableitbar!”
- F.Nietzsche -

Introduction

La description usuelle du fonctionnement de la clarinette repose sur l'hypothèse que la pression dans la bouche est constante, celle-ci constituant en quelque sorte un réservoir de pression. Cette approximation se justifie si l'on suppose que l'impédance de la bouche est petite comparée à celle de l'instrument, et les études portant sur la prise en compte du conduit vocal (Benade [2], Backus [1] et Sommerfeldt [12]) ne semblent pas remettre en cause cette approximation. Mais elle est contre-dite par l'affirmation des instrumentistes eux-mêmes qui semblent constamment jouer avec la configuration de leur conduit vocal. D'autre part, les études de Mukai [11] montrent que la glotte de l'instrumentiste (pour un professionnel) est quasiment fermée en situation de jeu et que le conduit vocal constitue donc un véritable résonateur. Ainsi, des mesures effectuées par Claudia Fritz, du laboratoire d'acoustique instrumentale de l'Ircam, avec Joe Wolfe, de l'université de Sydney (UNSW), montrent que certains pics de l'impédance de la bouche peuvent égaler en amplitude le premier pic de la clarinette.

Le but de cette étude sera donc d'étudier la validité physique d'une affirmation telle que "le "i" fait monter la fréquence", et de cerner les différences théoriques que la prise en compte de la bouche apporte. Nous orienterons plus précisément cette étude vers l'influence sur la fréquence de jeu.

Le problème revient à étudier l'influence d'un deuxième résonateur couplé à celui de l'instrument par l'intermédiaire du système excitateur que constitue l'anche. Nous abordons ce travail selon trois directions.

D'abord, nous résolvons par simulation numérique le système d'équations décrivant le fonctionnement de l'instrument. Cette approche permet de se rendre compte de la diversité des comportements obtenus par la théorie, c'est-à-dire que dans le modèle que nous utilisons (qui n'a rien de parfait...), nous ne pouvons pas déduire une règle globale sur l'influence de telle ou telle configuration du conduit vocal.

Ensuite, de manière théorique, nous résolvons analytiquement le système d'équations pour un nombre (très) limité d'harmoniques du son et selon certaines approximations (très) restrictives. Il me faut dès à présent insister sur un point : cette partie n'aura pas pour ambition de tenter d'en déduire des résultats en ce qui concerne l'instrument réel. Si elle permet de donner une intuition, une idée plus concrète sur la manière dont fonctionne le système théorique, regardé de l'intérieur, et non plus à la seule vue des résultats obtenus pour tel ou tel paramètre, alors elle aura amplement rempli sa mission.

Enfin, nous tentons de vérifier nos prédictions théoriques, sur une véritable clarinette, une vraie, mais avec un faux clarinettiste incarné par son conduit respiratoire, et, face à des résultats expérimentaux ne s'accordant pas vraiment avec les simulations faites, nous ne pouvons que constater les divergences entre

notre modèle le dispositif expérimental.

Table des matières

1	Position théorique du problème	5
1.1	Rappels. Description théorique de la clarinette	5
1.2	Prise en compte du conduit vocal	8
2	Résolution par équilibrage harmonique	12
2.1	Méthode de résolution	12
2.2	Description de <i>Harmbal</i>	13
2.3	Implémentation de l'interpolation	14
2.3.1	Interpolation de l'impédance de la clarinette	14
2.3.2	Discussion des résultats trouvés avec une impédance de clarinette interpolée.	16
2.3.3	Prise en compte du conduit vocal	18
2.4	Options supplémentaires et programmes annexes	20
3	Simulations numériques	21
3.1	Premières observations	21
3.1.1	Calculs sans dispersion	22
3.1.2	Calculs avec dispersion	24
3.2	Influence du conduit vocal en fonction de la hauteur de la note jouée	25
4	Approche théorique	28
4.1	Introduction	28
4.2	Influence des premier et troisième harmoniques	30
4.2.1	Effet des parties imaginaires	30
4.2.2	Effet des parties réelles	34
4.3	Influence du deuxième harmonique	35
4.3.1	Résolution approchée	36
4.3.2	Un cas particulier	37
4.4	Simulations numériques	40
4.4.1	Influence de \mathbb{R}_2^s	41
4.4.2	Influence de l'impédance autour de f_0	41
4.4.3	Influence du troisième harmonique	43
4.5	Remise en cause de la démarche	45
5	Vérification expérimentale	46
5.1	Dispositif expérimental	46
5.1.1	Présentation	46
5.1.2	Configuration du conduit vocal	47
5.1.3	Dispositif de mesure	48

5.2	Mesure de la pression de placage	49
5.3	Mesures de l'influence du conduit vocal	50
5.4	Comparaison avec notre modèle théorique	53

Chapitre 1

Position théorique du problème

1.1 Rappels. Description théorique de la clarinette

Nous exposons ici brièvement les équations et approximations utilisées pour comprendre le fonctionnement de la clarinette en reprenant la description classique de l'instrument, description qui utilise trois équations, reliant le débit $u(t)$ dans l'anche, l'ouverture $y(t)$ de l'anche et la différence de pression entre le bec et la bouche de l'instrumentiste ($\Delta p(t) = p_c(t) - p_m(t)$).

Pour le mouvement de l'anche, on suppose que celle-ci est un oscillateur à un degré de liberté (μ_r est la masse linéique, $\omega_r = \frac{K}{M}$ une pseudo-pulsation propre¹, g_r l'amortissement lié aux lèvres du musicien) :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + g_r \frac{dy}{dt} + \omega_r^2 y = -\frac{\Delta p}{\mu_r} \quad (1.1)$$

L'équation de Bernoulli permet de "formuliser" l'écoulement dans le bec :

$$u(t) = w(H + y(t)) \sqrt{\frac{2|\Delta p(t)|}{\rho}} \text{sign}(\Delta p(t)) \quad (1.2)$$

où w est la largeur du canal et H sa hauteur lorsque l'anche est au repos.

On caractérise enfin le résonateur, supposé linéaire, par son impédance d'entrée Z_c , ce qui permet d'écrire la relation suivante dans le domaine fréquentiel :

$$P_c(\omega) = Z_c(\omega)U(\omega) \quad (1.3)$$

On adimensionne ces équations en divisant les pressions par la pression de placage² $p_M = H\omega_r^2\mu_r$, les impédances par l'impédance caractéristique de la clarinette $Z_0 = \frac{\rho c}{s}$ et le débit par $\frac{p_M}{Z_c}$. De plus, on simplifie en général les calculs en considérant que :

¹En fait, ce modèle n'est plus valable à la fréquence (élevée) correspondant à ω_r .

²C'est-à-dire la pression statique pour laquelle $y(t) = -H$: si p_m dépasse cette valeur, l'anche est fermée.

- la fréquence de jeu et ses premiers harmoniques sont largement inférieurs à la fréquence propre de l’anche dont le mouvement peut alors être assimilé à celui d’un simple ressort en l’absence d’amortissement :

$$y(t) = -\frac{1}{\omega_r^2 \mu_r} \Delta p(t)$$

- En appelant maintenant p la composante dynamique de la pression, nous supposons qu’elle est suffisamment petit pour que l’on puisse développer l’équation 1.2 de la manière suivante :

$$u = u_{00} + Ap + Bp^2 + Cp^3 \quad (1.4)$$

où

$$u_{00} = \zeta(1 - \gamma)\sqrt{\gamma}, \quad A = \zeta \frac{3\gamma-1}{2\sqrt{\gamma}}, \quad B = -\zeta \frac{3\gamma+1}{8\gamma^{\frac{3}{2}}} \text{ et } C = -\zeta \frac{\gamma+1}{16\gamma^{\frac{5}{2}}}.$$

Les paramètres sans dimensions $\gamma = \frac{p_m^0}{p_M}$ et $\zeta = Z_c w H \sqrt{\frac{2}{\rho p_M}}$ caractérisent respectivement le contrôle de la pression statique p_m^0 dans la bouche par le musicien, et les paramètres d’embouchure.

En écrivant $p = \sum_{k=-N}^{+N} P_k e^{ik\omega t}$ et $u = \sum_{k=-N}^{+N} U_k e^{ik\omega t} = \sum_{k=-N}^{+N} Y_k P_k e^{ik\omega t}$, puis en identifiant les exponentielles, on obtient un système de $2N$ équations à $2N+1$ inconnues (parties imaginaire et réelle des P_i , plus la fréquence). En choisissant la phase de P_1 tel qu’il soit réel pur, nous n’avons plus que $2N$ inconnues et, si l’existence n’était pas aussi cruellement sous-optimale, le système pourrait être résolu. Mais chaque équation du système est de la forme³ :

$$Y_n P_n = AP_n + 6C \sum_i \sum_m \sum_q P_i P_m P_q w_{i,m,q} \quad (1.5)$$

et toute tentative de résolution exacte “à la main” du système, même à deux harmoniques, relève du suicide social.

La clarinette peut en première approximation être décrite par un tuyau ouvert à son extrémité (sans impédance de rayonnement : $Z = 0$ à l’extrémité), parfaitement cylindrique, de sorte que son impédance s’écrive :

$$Z_c(f) = Z_0 \tanh(1.3\nu \sqrt{\frac{f}{f_0}} (1+i) + i \frac{\pi f}{2f_0}) \quad (1.6)$$

ν caractérise les pertes viscothermiques et vaut environ 0.02 pour la clarinette⁴. La hauteur des pics dépend de ν et la dispersion entraîne une légère inharmonie que l’on peut négliger en première approximation. Nous utiliserons donc le plus souvent l’expression suivante pour l’impédance de la clarinette :

$$Z_c(f) = Z_0 \tanh(1.3\nu \sqrt{\frac{f}{f_0}} + i \frac{\pi f}{2f_0}) \quad (1.7)$$

Le module de cette impédance est représenté sur la figure 1.1.

³ $i \leq m \leq q$, $i + m + q = n$, $w_{i,m,q} = 1$ si i,m,q sont tous différents, $\frac{1}{2}$ si deux sont identiques, $\frac{1}{6}$ s’ils sont tous semblables

⁴En fait, ν dépendant de la longueur du tuyau, il varie avec la fréquence de jeu, mais de manière suffisamment faible pour que l’on puisse le supposer constant.

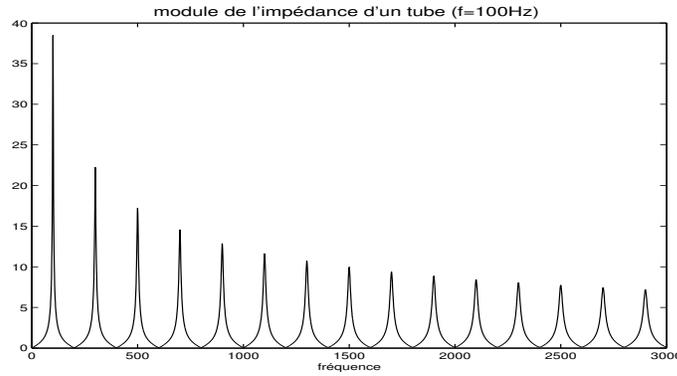


FIG. 1.1 – Module de l'impédance d'un tuyau ouvert de fréquence fondamentale $f_0 = 100\text{Hz}$ ($\nu = 0.02$, sans dispersion)

Nous préférons dans la suite nous intéresser à la partie réelle et à la partie imaginaire de cette impédance car ce sont ces grandeurs qui vont nous permettre de décrire le fonctionnement du système.

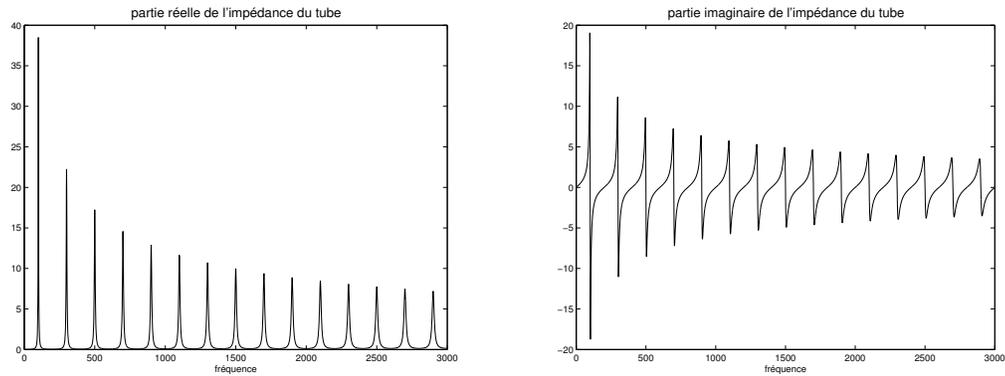


FIG. 1.2 – Courbes d'impédance réelle et imaginaire du tube ($f_0 = 100\text{Hz}$, $\nu = 0.02$, sans dispersion).

Pour le calcul de la solution, deux approximations sont utilisées :

- on suppose en général que la pression dynamique dans la bouche est négligeable ($p_m(t) = p_m^0$), ce qui donne $p(t) = p_c(t)$.
- l'impédance de la clarinette étant très faible pour les harmoniques pairs, on suppose souvent que ces derniers sont négligeables par rapport aux harmoniques impairs qui sont alors donnés par :

$$u = Ap + Cp^3 \quad (1.8)$$

La première simplification sera clairement remise en cause lorsque l'on tiendra compte de l'impédance du conduit vocal, et la deuxième devra alors être réexaminée.

L'étude des petites oscillations donne :

$$P_1^2 = \frac{Y_1 - A}{C} \quad (1.9)$$

où $Y_1 = 1/Z_1$ est l'admittance au premier harmonique.

De cette expression, nous tirons les conditions à satisfaire au seuil : P_1 doit être réel, donc $\Im(Y_1) = 0$, ce qui donne la fréquence au seuil, et P_1^2 positif, donc $A > \Re(Y_1)$ (car C est négatif : $\gamma = \frac{p_m^0}{p_M}$ est positif si l'instrumentiste souffle, c'est-à-dire dans les conditions générales de jeu).

Une autre propriété qui intéressera plus directement notre étude par la suite est que si l'on ne tient pas compte de la dispersion pour l'impédance du tube, la fréquence de jeu ne dépend pas de γ . En effet, la partie imaginaire de l'impédance s'annule alors pour tous les harmoniques de f_0 , et il y a donc une solution évidente obtenue pour $\Im(P_i) = 0$, quelque soit i , cette solution ne dépendant pas des coefficients A et C .

1.2 Prise en compte du conduit vocal

Il nous faut maintenant considérer la composante variable qui s'ajoute à la pression statique dans la bouche. Le conduit vocal constitue dorénavant un résonateur situé en amont de l'instrument, et si l'on néglige la perte de débit due au mouvement transversal de l'anche, le débit u entrant dans l'instrument correspond à celui sortant de la bouche. Vu de l'excitateur, les deux débits sont donc opposés.

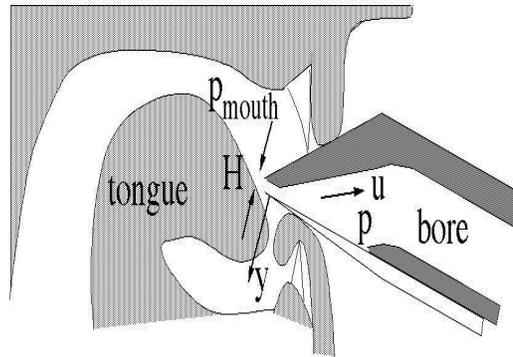


FIG. 1.3 – Système clarinette-instrumentiste

Dans ce cas, nous pouvons écrire :

$$P_c = Z_c U \quad (1.10)$$

$$P_m = -Z_m U \quad (1.11)$$

où P_c , Z_c , P_m et Z_m sont respectivement la pression et l'impédance dans la clarinette et dans la bouche. Si l'on définit $P = P_c - P_m$ la différence de pression de part et d'autre de l'anche dans le domaine fréquentiel, nous avons :

$$P = U(Z_c + Z_m) \quad (1.12)$$

L'impédance de la bouche est donc en série avec celle de l'instrument. Nous pouvons exprimer la pression dans la bouche et dans le bec de la clarinette de la manière suivante :

$$P_c = \frac{Z_c}{Z_c + Z_m} P \quad (1.13)$$

$$P_m = -\frac{Z_m}{Z_c + Z_m} P \quad (1.14)$$

Nous avons présenté l'impédance Z_c de la clarinette au paragraphe précédent. Elle peut prendre une expression analytique relativement simple qui l'approche suffisamment bien. Il n'en est pas de même pour l'impédance du conduit vocal dont la section varie de manière complexe, dont les parois ne sont pas parfaitement rigides et dont la condition aux limites au niveau de la glotte est mal connue. De plus, les configurations décrites par les clarinettistes (voyelles /i/ ou /æ/) ne sont pas exactement les mêmes que celles des voyelles correspondantes, puisque en situation de jeu⁵. Pour cette impédance, il est donc nécessaire d'avoir des mesures expérimentales. Celles-ci ont été effectuées par Claudia Fritz et Joe Wolfe à l'*University of New South Wales*, en Australie [7].

Nous les avons représentées sur les figures 1.4 et 1.5 avec l'impédance calculée d'un tube sans dispersion, de perte $\nu = 0.02$ et de fréquence fondamentale à 100 Hz. Remarquons que pour la configuration /i/, le pic de la partie réelle a une hauteur quasiment égale à celle du premier pic du tuyau :

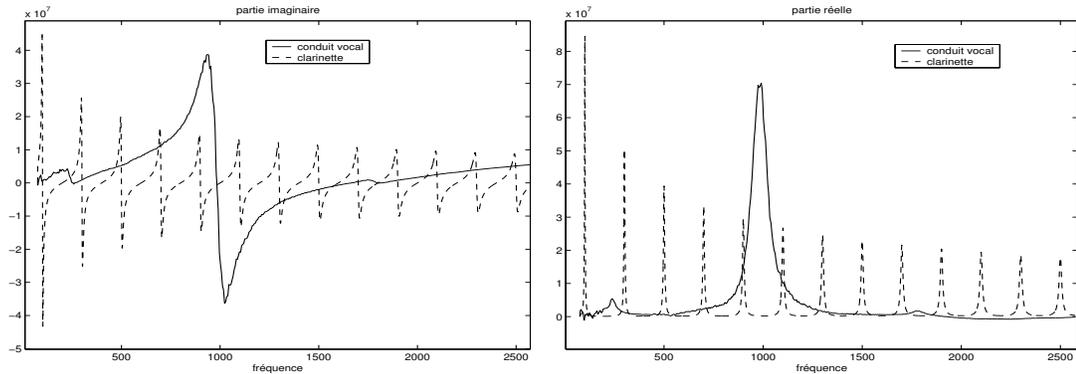


FIG. 1.4 – Courbes d'impédance mesurées pour une configuration /i/ du conduit vocal en situation de jeu.

Le but de cette étude sera donc de savoir dans quel mesure ces impédances placées en série influencent la solution théorique et le résultat sonore. Nous pouvons dès maintenant reprendre la démarche du paragraphe précédent pour en tirer quelques résultats simples.

Dans l'approximation des petites oscillations, la relation 1.9 donnant $|P_1|^2$ est toujours valable, mais Y_1 est maintenant l'admittance correspondant aux deux impédances en série.

⁵Pour plus de commodité, nous utiliserons quand même la notation linguistique, même si ces configurations reflètent plus une idée de voyelle, qu'un son phonétique précis.

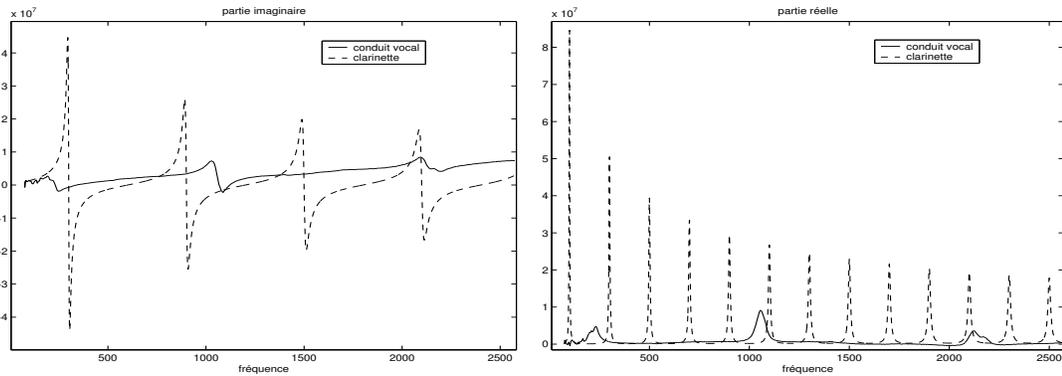


FIG. 1.5 – Courbes d’impédance mesurées pour une configuration /æ/ du conduit vocal en situation de jeu.

- Si elle est positive, la partie imaginaire de l’impédance du conduit vocal fait augmenter la fréquence de jeu au seuil. Comme la pente de la partie imaginaire de l’impédance du tube est très forte autour de la fréquence fondamentale, ce décalage sera peu important (il se trouvera en général dans un intervalle de 2 Hz autour de la fréquence au seuil sans conduit vocal).
- Le seuil d’oscillation peut être abaissé : l’impédance qui s’ajoute à celle du tube fait augmenter le module de l’impédance totale et donc, fait baisser l’admittance totale ($\Re(Y_1) = \frac{\Re(Z_{tot})}{|Z_{tot}|^2}$). Il faudra donc un γ plus faible pour que A soit supérieur à $\Re(Y_1)$ (Remarquons que le décalage en fréquence induit par la partie imaginaire de l’impédance du conduit vocal tend à gommer cet effet, puisque le module de Z_c baisse alors).

Il est probable que cette impédance puisse avoir d’autres effets théoriques plus subtils sur le seuil d’oscillation. Nous n’avons pas vraiment cherché dans cette direction, mais le travail de Grand [9] pourrait servir de base à une telle description.

Nous pouvons encore imaginer d’autres effets possibles : si, par exemple, l’impédance ajoutée rend le deuxième pic de l’impédance totale (qui correspond au troisième harmonique) plus important que le premier, la fréquence de jeu pourrait alors passer directement à la douzième (effet similaire à celui de la clé de douzième de l’instrument). Cela pourrait par exemple se produire dans l’aigu du premier registre (G4 à 350 Hz) : le deuxième pic du tuyau (situé vers 1050 Hz) serait alors confondu avec celui du conduit vocal /i/ (figure 1.4). En supposant que le troisième pic et celui du conduit vocal se superposent, nous pourrions même imaginer un passage à la dix-septième. Mais il faudrait alors probablement tenir compte de la résonance de l’anche (située vers 3000 Hz), ce qui dépasserait le cadre théorique dans lequel nous nous plaçons.

Dans les pages qui suivent, nous laisserons de côté ces cas hypothétiques et assez exotiques pour nous intéresser exclusivement aux changements intervenant sur la fréquence de jeu autour du premier pic de l’impédance de la clarinette. Cela supposera en particulier que l’impédance du conduit vocal, aux fréquences d’intérêt (c’est-à-dire dans les intervalles de fréquence autour des multiples de la fréquence propre fondamentale du tuyau) n’est pas négligeable, mais ne dépasse

pas non plus celle de la clarinette.

Chapitre 2

Résolution numérique par équilibrage harmonique

Les lignes qui suivent ne constituent pas en elles-même un travail de recherche : il s'agit plus de la mise en place des outils avec lesquelles nous allons travailler. Il m'a néanmoins paru important de les présenter, d'abord parce que leur développement et leur réglage ont occupé une part importante du stage, ensuite parce qu'en décrivant ces outils, nous serons mieux à même de discuter les résultats obtenus grâce à eux, d'en connaître les limites, et enfin, parce qu'ils permettent une résolution "exacte" du système d'équations : sans eux, il aurait été impossible d'éprouver la validité des approximations théoriques vis-à-vis du modèle, et du modèle face à l'expérimentation.

2.1 Méthode de résolution

Nous n'entrerons pas dans le détail de la méthode d'équilibrage harmonique, utilisée par le programme, mais nous nous contentons de la présenter succinctement. Une description plus complète peut être trouvée dans [8] et plusieurs applications à la clarinette dans [6].

Nous supposons le système gouverné par deux équations reliant les deux variables p et u (dans le cas de la clarinette, une troisième variable intervient, l'ouverture de l'anche y , mais cela ne change rien à la description faite ici). L'une des équations est linéaire, dans le domaine fréquentiel, et l'autre est non-linéaire, dans le domaine temporel. La particularité de cette méthode de résolution est de calculer ce qui appartient au domaine temporel dans le domaine temporel, et ce qui appartient au domaine fréquentiel, dans le domaine fréquentiel.

Partant d'un vecteur initial P dans le domaine fréquentiel, dont les composantes sont les parties réelles et imaginaires des harmoniques de la solution supposée, plus la fréquence f , nous calculons un nouveau vecteur F de la manière suivante : nous utilisons la transformée de Fourier inverse $p(t)$ de P pour trouver, avec l'équation non-linéaire, $u(t)$. Avec ce dernier et en repassant dans le domaine fréquentiel, nous obtenons (par $F = ZU$) un nouveau vecteur de pression F qui doit être égal à P si P est la solution du système.

L'itération utilise la méthode de Newton-Raphson pour converger vers le zéro de la fonction à $2N$ dimensions $G = F - P$: il calcule donc le jacobien de cette fonction au point P considéré, en déduit un nouveau vecteur, P' , supposé

s'approcher de la solution, calcule F' et compare $G' = F' - P'$ à $G = F - P$. Sans plus détailler les conditions permettant à l'itération de se poursuivre ou non, nous nous contenterons de dire que lorsque la différence G est suffisamment petite, la solution est atteinte.

2.2 Description de *Harmbal*

La méthode décrite précédemment constitue le corps du programme *Harmbal* que nous utiliserons et qui permet la résolution du système d'équations pour un nombre N d'harmoniques spécifié par l'utilisateur. Celui-ci a été écrit au LMA de Marseille par Snorre Farner. Nous ne le décrivons pas non plus dans le détail (une description plus complète peut être trouvée sur internet [4] ou dans [5]) mais nous en présentons uniquement la structure générale pour permettre d'exposer les modifications que nous lui avons apportées :

- Le programme principal *main.c* gère le déroulement général du processus : il lance l'initialisation des paramètres, la boucle d'équilibrage harmonique et l'affichage des résultats, une fois la solution trouvée (ou l'erreur, si aucune solution n'est trouvée).
- Le programme *interface.c* enregistre les options voulues par l'utilisateur lors de l'appel du programme et construit le fichier de paramètres du calcul et de l'itération.
- *harmbal.c* est le programme contenant le déroulement du calcul.
- *instr.c* gère les fonctions communes à tous les modèles utilisés.
- *clarinet.c* contient les modèles de résonateurs (tuyau simple, conique...) et d'excitateurs (modèle complet ou cubique) qui peuvent être utilisés pour le calcul.

Il est donc construit de manière à ce que l'utilisateur n'ait que ce dernier fichier à modifier s'il souhaite pouvoir utiliser d'autres modèles de résonateurs (expression de Z) et ou d'autres modèles non-linéaires dans le calcul par équilibrage harmonique, sans avoir à toucher aux autres parties du programme.

De plus, le lancement du calcul nécessite la connaissance d'une solution approchée qui sera utilisée comme vecteur initial de l'itération. Lorsque l'on souhaite modifier les paramètres des modèles, *harmbal* rencontre parfois des problèmes de convergence. Un autre programme, *hbmap*, permet de faire varier, progressivement, les paramètres d'une valeur à l'autre, en cherchant la solution à chaque fois, et en utilisant cette solution comme vecteur initial de l'étape suivante.

Dans la première partie du travail, il s'agissait donc d'adapter ce programme au sujet qui nous intéressait, à savoir l'influence du conduit vocal. Nous avons vu que celui-ci influait sous la forme d'une impédance additionnelle. L'essentiel du problème réside dans le fait que le programme, jusqu'à présent, ne travaille qu'avec des expressions analytiques pour les différents modèles utilisés. L'impédance du conduit vocal n'ayant pas d'expression analytique qui nous permettrait de calculer sa valeur à une fréquence donnée, il faudra interpoler à partir des courbes mesurées. De plus, si l'on souhaite un meilleur réalisme du modèle, il pourra être intéressant d'utiliser aussi des valeurs expérimentales pour l'impédance de la clarinette.

Nous devons donc ajouter au moins deux nouveaux modèles de résonateur, l'un utilisant l'expression analytique de l'impédance d'un tube et interpolant l'impédance du conduit vocal, et l'autre interpolant les deux. Il sera aussi nécessaire de modifier certaines autres parties du programme car l'adaptivité voulue ne correspondra pas toujours au problème qui nous intéresse.

Par exemple, le programme devra nous fournir d'autres grandeurs d'intérêt pour le problème posé et pour l'exploitation des résultats (pression dans la bouche, pression dans le bec, impédances...), ou que d'autres conditions soient prises en compte dans le déroulement de l'itération, ceci pour palier aux éventuels problèmes de convergence liés à l'interpolation.

2.3 Implémentation de l'interpolation

Nous commençons par interpoler l'impédance de la clarinette car nous pourrions ainsi vérifier l'exactitude des résultats trouvés par l'interpolation, en les comparant avec ceux trouvés pour l'expression analytique de l'impédance, ce qui nous donnera un moyen de mesurer l'erreur induite par l'interpolation sur la méthode numérique. Ceci fait, il sera assez évident d'adapter le programme dans le cas où l'on veut interpoler l'impédance du conduit vocal.

2.3.1 Interpolation de l'impédance de la clarinette

Nous supposons donc ici que l'impédance de la clarinette n'est plus donnée par une fonction analytique, mais par une suite de valeurs à des fréquences successives. Les fichiers dans lesquels seront lus ces impédances "expérimentales" contiendront d'abord les fréquences, puis les parties réelles, et ensuite les parties imaginaires de l'impédance correspondant à ces fréquences. Lors de l'appel de *Harmbal*, le fichier dans lequel ces valeurs devront être prises sera précédé de l'option `-i`, option qu'il nous faut ajouter au programme (dans *interface.c*).

```
case 'i' :
    if(argc<1)
        hcerr("option -i should be followed by filename",NULL);
    (*optionlist)[p].field = string("impmodel");
    (*optionlist)[p].value = 105;
    p++;
    impfilename=string(*(argv++));
    nech=lengthfile(impfilename);
    nech=nech/3;
    argc--;
    break;
```

La variable *nech* (passée en global), contenant le nombre d'échantillons lus dans le fichier, nous permettra notamment d'allouer l'espace mémoire nécessaire aux vecteurs utilisés.

Dans la fonction permettant le choix du résonateur (*clarinetresonator*, dans *clarinet.c*), nous ajoutons le modèle 105 :

```
case 5: /*impedance given by experimental values*/
    params = getimpvalues(impfilename);
    reson = initresonator(clarinet_experimental, params, np);
    break;
```

Ces lignes permettent de copier les valeurs contenues par le fichier *impfile* dans le vecteur *params* (sous la même forme : fréquences, puis partie réelle, puis partie imaginaire) et de faire pointer la variable *reson* vers le modèle de résonateur (*clarinet_experimental*) qui permet l'interpolation.

La fonction *getimpvalues* est écrite ci-après et placée dans *interface.c* :

```
double *getimpvalues(char *filename)
{
    FILE *impfile;
    int n, m,i;
    double *values, val;
    char line[80];
    char c = 1;

    n=0;
    if((impfile = fopen(filename, "r"))==0)
        hberr("getimpvalues(): couldn't open file",filename);
    values = allocvec(3*nech);
    while (fgets(line,80,impfile)!=NULL)
    {
        if (sscanf(line, "%lf", &val)==EOF)
            hbwarn("getvalues():error in impfile, skipped");
        values[n]=val;
        n++;
    }
    fclose(impfile);
    return values;
}
```

Enfin, une fonction *clarinet_experimental* (dans *clarinet.c*) permet l'interpolation de la valeur de l'impédance à partir des valeurs expérimentales données dans *params*, à la fréquence *freq* et pour ses *N* harmoniques.

Cette fonction alloue un espace mémoire au vecteur *Z* qui contiendra les valeurs des parties réelles et imaginaires de l'impédance interpolée, vérifie que la fréquence donnée n'est ni trop petite, ni trop grande par rapport aux valeurs contenues dans le vecteur *params*, boucle jusqu'à avoir les deux fréquences entre lesquelles se trouve la fréquence à laquelle il faut interpoler, puis calcule les coefficients de l'interpolation linéaire et les valeurs interpolées.

```
double *clarinet_experimental(int N, double freq, double *params)
{
    double ar,br,ai,bi,x1,x2,yr1,yr2,yi1,yi2;
    double *Z;
    int i,k,n;

    Z = allocvec(2*N);
    i=0;
    if (freq<params[i])
        hberr("freq given is too small compared with experimental values.",NULL);
    for (k=1;k<N;k++){
        while (params[i]<k*freq && i<nech){
            if (i==nech-1)
                hberr("too much partials compared with experimental values",NULL);
            i++;
        }
        i--;
        x1=params[i];
        x2=params[i+1];
        yr1=params[i+nech];
        yr2=params[i+1+nech];
        yi1=params[i+2*nech];
```

```

    yi2=params[i+1+2*nech];
    ar=(yr1-yr2)/(x1-x2);
    br=(yr2*x1-yr1*x2)/(x1-x2);
    ai=(yi1-yi2)/(x1-x2);
    bi=(yi2*x1-yi1*x2)/(x1-x2);
    Z[k]=ar*k*freq+br;
    Z[k+N]=ai*k*freq+bi;
    i=0;
  }
  Z[0]=Z[N]=0;
  return Z;
}

```

2.3.2 Discussion des résultats trouvés avec une impédance de clarinette interpolée.

Même si l'interpolation donne des valeurs très proches des valeurs analytiques, rien ne permet de prévoir précisément la manière dont le programme va réagir avec ces valeurs. En n'utilisant qu'une série de mesures pour faire fonctionner le programme, nous pourrions même nous attendre à des résultats dramatiquement mauvais pour plusieurs raisons :

- Les impédances sur lesquelles nous travaillons présentent des variations brutales (par exemple, pour la partie imaginaire au niveau des modes propres du tuyau). Si le pas de mesure est trop grand ou mal placé, elles seront grandement déformées. Ceci peut se produire pour les zéros de la partie imaginaire qui seront déplacés si le véritable zéro ne se trouve pas au milieu ou à l'extrémité de l'intervalle.
- L'interpolation retenue (linéaire) donne la même pente à tous les points appartenant à l'intervalle contenu entre deux mesures. Comme la méthode d'itération utilise le jacobien de $G = F - P$ et que le calcul de ce dernier fait intervenir l'impédance, il est à craindre que l'on ne rencontre des problèmes de convergence. J'avoue ne pas avoir eu le courage de chercher à savoir plus en profondeur si cette crainte est justifiée ou non (c'est-à-dire, savoir dans quelle mesure une pente constante joue sur le jacobien à N dimensions d'une fonction définie par deux équations, l'une dans le domaine fréquentiel et l'autre dans le domaine temporel, non-linéaire...). Si F était uniquement calculé avec l'impédance, nous risquerions clairement de rencontrer des cas pathologiques, mais comme le calcul utilise aussi l'équation non-linéaire, analytique, nous pouvons espérer que celle-ci suffise à les écarter.

Pour se rendre compte de l'influence de l'interpolation sur les solutions trouvées, nous comparons les résultats obtenus à l'aide d'une impédance de clarinette analytique, discrétisée ou non.

Dans les simulations présentées ci-dessous (figures 2.3.2 et 2.3.2), nous avons utilisé deux discrétisations différentes pour l'impédance de la clarinette : l'interpolation 1 correspond à une discrétisation tous les 4 Hz, ce qui est un peu inférieur au pas de fréquence que nous aurons pour les mesures expérimentales, alors que l'interpolation 2 correspond à une discrétisation tous les 2 Hz.

Comme nous pouvions nous y attendre, les résultats obtenus sont d'autant moins mauvais que le pas de discrétisation est petit. Ils sont même plutôt bons

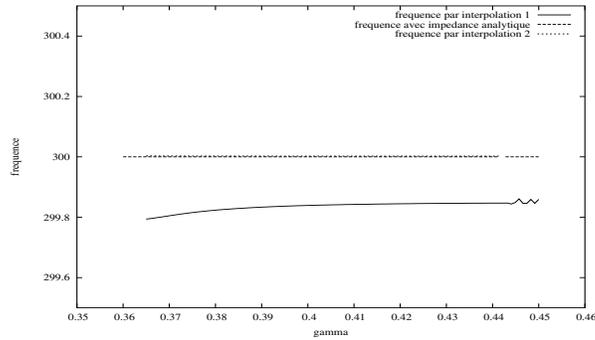


FIG. 2.1 – Comparaison de la fréquence obtenue pour une interpolation sur différentes discrétisations et pour l’expression analytique correspondante.

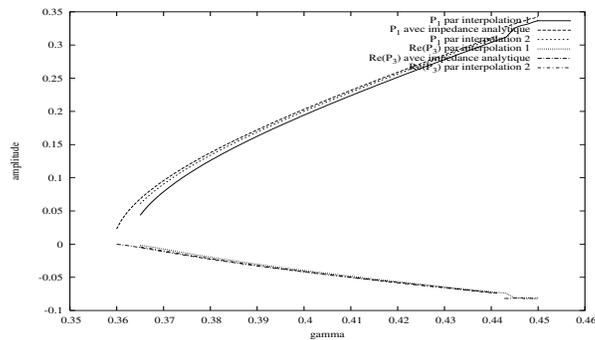


FIG. 2.2 – Comparaison de l’amplitude des harmoniques 1 et 3 obtenus pour une interpolation sur différentes discrétisations et pour l’expression analytique correspondante.

pour la discrétisation tous les 2 Hz. En ce qui concerne les parties imaginaires des P_k , qui ne sont pas représentées ici, le résultat est très mauvais : alors qu’avec l’expression analytique nous trouvons des amplitudes de l’ordre de 10^{-17} (soit zéro), elles atteignent 10^{-6} pour les interpolations... En fait, cela peut se comprendre par la pente extrêmement forte de la courbe de la partie imaginaire de l’impédance au niveau des harmoniques impaires : lorsque la fréquence varie de $2 \cdot 10^{-3}$ Hz, ce qui correspond au cas de l’interpolation 2, celle-ci passe de 0 (10^{-17} donné par la simulation) à environ 10^{-3} Hz.

Le constat est donc le suivant : dans le cas précis où l’impédance de la clarinette est interpolée, nous ne pourrions nous attendre qu’à une précision très médiocre en ce qui concerne ces harmoniques impaires. Il me semble même qu’il est totalement inutile de tenter de travailler uniquement avec des mesures expérimentales, si le pas de mesure est trop grand.

Dans la situation où nous utiliserons une impédance analytique de la clarinette en série avec une impédance interpolée pour le conduit vocal, les choses se passent mieux : même avec une courbe discrétisée tous les 8 Hz, nous obtenons exactement le même résultat qu’avec une impédance analytique. En ef-

fet, la fréquence de jeu est surtout fixée par l'impédance du tube de la clarinette, le conduit vocal n'apportant qu'une correction, et d'autre part, du fait de l'impédance additionnelle du conduit vocal, il serait assez pathologique que la partie imaginaire de l'impédance totale se trouve proche de zéro au niveau des multiples de la fréquence de jeu. Nous essaierons quand même de rester méfiant vis-à-vis des résultats trouvés, en ce qui concerne leur partie imaginaire, surtout.

2.3.3 Prise en compte du conduit vocal

On souhaite maintenant pouvoir effectuer le calcul en ajoutant une impédance du conduit vocal mesurée expérimentalement au modèle de clarinette utilisé. Nous construisons donc une nouvelle option lors de l'appel de la fonction :

```
case 'b' : /*like 'buccale'*/
    if(argc<1)
        hcerr("option -b should be followed by filename",NULL);
    (*optionlist)[p].field = string("impmodel");
    (*optionlist)[p].value = 106;
    p++;
    impfilename=string(*(argv++));
    nech=lengthfile(impfilename);
    nech=nech/3;
    argc--;
    break;
```

Cette option est en tout point pareille à l'option i. Du fait que l'on utilise dorénavant deux impédances placées en série (celle de la clarinette et celle du conduit vocal), nous devons définir un nouveau type de résonateur (modèle 106) dans la fonction *clarinetresonator* :

```
case 6: /*vocal impedance given by experimental values*/
    np = 3;
    params = getparams(paramlist, stringlist(np,"resfreq","nu","disper"),YES);
    Zexp = getimpvalues(impfilename);
    reson = initresonator(clarinet_totalimp2, params, np);
    break;
```

A nouveau, pour ne pas toucher en détail au programme, la variable *Zexp* est passée en global. Ce résonateur utilise la fonction analytique (modèle 101) et ajoute simplement l'interpolation de l'impédance du conduit vocal aux fréquences désirées :

```
double *clarinet_totalimp2(int N, double freq, double *params)
{
    int i;
    double *Ztot, *Za, *Z;

    /* allocate memory */
    Ztot = allocvec(2*N);
    Za = allocvec(2*N);
    Z = allocvec(2*N);

    /* calculate the impedances */
    Z = clarinet_tubeimp1(N, freq, params);
    Za = clarinet_experimental(N, freq, Zexp);

    /* add the two impedances and return the result */
    for (i=0; i<2*N; i++)
        Ztot[i] = Z[i] + Za[i];
    free(Z);
    free(Za);
}
```

```

    return Ztot;
}

```

Le dernier problème à résoudre concerne l’affichage et l’écriture des résultats. La grandeur qui nous intéresse est la pression dans le bec de la clarinette. Harmbal trouve un P qui est en fait la différence entre la pression dans la bouche et celle dans la clarinette. Nous allons donc utiliser le débit U pour calculer (par $P = ZU$) les pressions qui nous intéressent. Cependant, dans les fichiers de paramètre (*.pmt) que Harmbal utilise pour le calcul, il faut garder la différence de pression.

Nous ajoutons donc, lors de l’écriture des résultats, les lignes suivantes :

```

if (reson->model==106 || reson->model==107){
    freq = hbinfo->freq;
    if (reson->model==106){
        np = 3;
        params = getparams(paramlist,stringlist(np,"resfreq","nu","disper"),YES);
        Z = clarinet_tubeimp1(Npart, freq, params);
        Zt = clarinet_totalimp2(Npart, freq, params);
    }
    else{
        Z = clarinet_experimental(Npart, freq, Zcexp);
        Zt = clarinet_totalimp3(Npart, freq, params);
    }
    U = fft(u, Nsamp,Npart);
    Pc = allocvec(2*Npart);
    Pm = allocvec(2*Npart);
    for (k=0;k<Npart;k++){
        Pc[k]=U[k]*Z[k]-U[k+Npart]*Z[k+Npart];
        Pc[k+Npart]=U[k]*Z[k+Npart]+U[k+Npart]*Z[k];
        Pm[k]=Pc[k]-P[k];
        Pm[k+Npart]=Pc[k+Npart]-P[k+Npart];
    }
    printf("Pc:\n");
    printfreqvec(Pc,Npart);
    fid = fopen("itno.dat","w");
    fprintf(fid,"%i",conv);
    fclose(fid);
    beat = plot_uswept(u, p, x, Nsamp, "uswept.dat");
    printctrlpar(lindiff,nonlin,reson,beat);
    //plot_ufcn(nonlin->fcn->fcn,"uofp.dat",1,nonlin->params,nonlin->np);
    fprintfreqvec(Pm,Npart,"Pm.dat");
    fprintfreqvec(Pc,Npart,"Pc.dat");
    fprintfreqvec(P,Npart,Pfile);
    fprintfreqvec(Zt,Npart,"Z.dat");
    writeparams(outfname,paramlist,P,Npart,Nsamp,hbinfo->freq);
    writeparams("zout.pmt",paramlist,Zt,Npart,Nsamp,hbinfo->freq);
    if (map == 1){
        writeparams("poutb.pmt",paramlist,Pm,Npart,Nsamp,hbinfo->freq);
        writeparams("poutc.pmt",paramlist,Pc,Npart,Nsamp,hbinfo->freq);
    }
}
}

```

Les lignes précédentes calculent les valeurs des impédances de la bouche et de la clarinette pour la fréquence de la solution trouvée puis, à partir du vecteur U (transformée de Fourier du débit entrant dans l’instrument), effectuent les calculs $P_c = Z_c U$ et $P_m = P_c - P$. Les valeurs des harmoniques de P_c , P_m , P et de l’impédance totale à la fréquence solution sont écrits respectivement dans les fichiers *Pc.dat*, *Pm.dat*, *P.dat* et *Z.dat*.

Les autres fichiers créés (*poutb.pmt*, *poutc.pmt* et *zout.pmt*) sont utilisés par *hbmap* pour garder une trace de la progression du calcul, et par d'autres programmes d'analyse des résultats, écrits pour *matlab*, mais qui ne sont pas présentés ici.

2.4 Options supplémentaires et programmes annexes

Nous ne présentons pas le cas où les deux impédances sont interpolées car celui-ci n'apporte pas de nouveauté par rapport à ce qui a déjà été décrit. Ce dernier cas se déduit très facilement des deux précédents.

Nous avons déjà évoqué les problèmes de convergence que rencontre *Harmbal* lorsque les paramètres du calcul changent (prise en compte de la dispersion, ν différent...). Il est donc aussi nécessaire d'intégrer ces nouveaux modèles dans le programme *hbmap* qui permet de faire évoluer progressivement les paramètres vers la valeur souhaitée.

Nous ne connaissons pas, a priori, les solutions du système avec conduit vocal. Il est donc nécessaire d'utiliser la solution sans conduit vocal comme vecteur initial de l'itération, en espérant que la solution ne soit pas trop différente et que le programme puisse converger. Pour faciliter la convergence, j'ai écrit un petit programme en Perl, *vmap*, inspiré de *hbmap*, qui fait évoluer l'impédance additionnelle de zéro jusqu'à ses vraies valeurs. S'il permet de vérifier que la solution trouvée n'est pas aberrante, il semble en revanche ne pas vraiment empêcher les problèmes de convergence : lorsque l'on ajoute progressivement le conduit vocal, il y a souvent une étape très difficile à franchir, où le calcul met très longtemps à converger, puis les autres étapes ne rencontrent aucune difficulté. C'est un problème qui me semble intéressant, mais je n'ai pas réussi à identifier exactement la cause de cette difficulté à converger.

Lors des simulations, il est apparu que la boucle mène parfois vers des solutions dont la fréquence est largement inférieure à celle qui nous intéresse, et pire, à des fréquences pour lesquelles nous n'avons plus de valeur expérimentale, ce qui stoppe le calcul. Pour éviter cet inconvénient, il a été nécessaire d'ajouter une option (*-x* suivi d'un intervalle de fréquence) empêchant l'itération de dériver au-delà de l'intervalle spécifié.

Chapitre 3

Simulations numériques

Nous disposons maintenant d'un outil qui va nous permettre de résoudre numériquement le système d'équations décrivant le fonctionnement de la clarinette lorsque l'on ajoute le conduit vocal. Nous devons dès maintenant apporter une nuance aux résultats exposés ici. Ils ne peuvent prétendre décrire exactement, ou même approximativement, l'influence réelle du conduit vocal sur la clarinette : le modèle utilisé pour les calculs est bien trop incomplet pour cela. La clarinette n'est pas un simple tuyau, et d'autres caractéristiques entrent en jeu qui ne sont pas prises en compte ici (impédance de rayonnement qui agit comme un filtre passe-haut, réseau de trous en tuyau court équivalent à une fréquence de coupure... On peut trouver une description très complète de ces effets dans [3]). Ce sera le rôle de l'expérimentation de nous indiquer à quel point notre modèle se rapproche de celui de la clarinette réelle.

L'idéal aurait probablement été d'utiliser des mesures de l'impédance de la clarinette, mais celles dont nous disposions n'avaient pas suffisamment de précision (une mesure tous les 5 Hz environ) pour nous permettre de les utiliser dans les simulations.

Néanmoins, nous pouvons espérer que les simulations suivantes permettront de nous faire une idée de l'ordre de grandeur des effets escomptés.

3.1 Premières observations

Dans cette partie, nous cherchons à mettre en évidence les différences apportées par la prise en compte de l'impédance du conduit vocal.

Les mesures expérimentales de l'impédance de la bouche dont nous disposons allant de 70 Hz environ à 3 kHz, nous utiliserons un résonateur dont la fréquence fondamentale est de 100 Hz, ce qui se trouve un peu en-dessous de la note la plus grave de la clarinette en si bémol (D3, à 147 Hz). En faisant porter le calcul sur les 29 premiers harmoniques, nous utilisons au mieux tout l'intervalle de mesure dont nous disposons.

Nous nous intéresserons exclusivement aux deux configurations décrites comme un /æ/ et comme un /i/ par l'instrumentiste sur lequel ont été effectuées les mesures utilisées, ces mesures étant celles présentées au premier chapitre (figures 1.4 et 1.5).

3.1.1 Calculs sans dispersion

Les différences dans les solutions trouvées portent sur toutes les grandeurs caractérisant la solution :

- différences de fréquence : la fréquence de la solution avec le conduit vocal /i/ est de 100.04 Hz alors que, avec le conduit /æ/, nous obtenons 100.29 Hz (pour une fréquence fondamentale de 100 Hz du résonateur).
- différences de spectre. Celles-ci sont mises en évidence par la figure suivante :

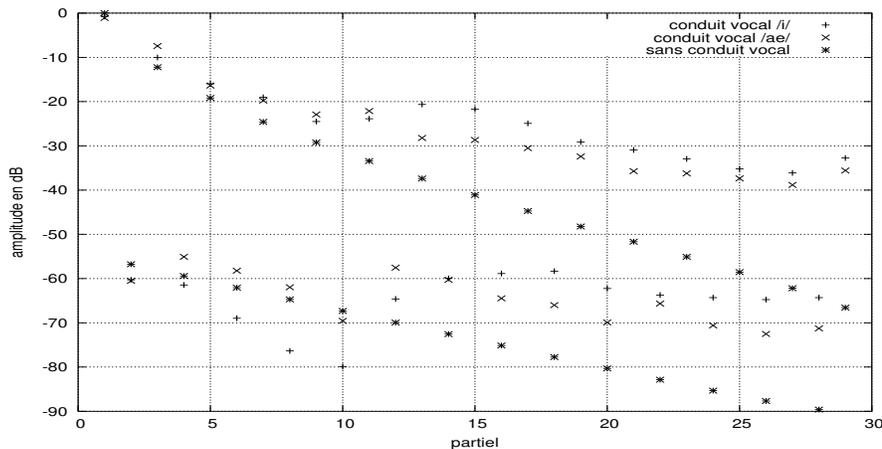


FIG. 3.1 – Rapport (en dB) entre l’amplitude des harmoniques successifs de P_c et celle du premier harmonique sans conduit vocal ; dans les cas sans conduit vocal, avec conduit /i/, et avec /æ/.

L’amplitude des partiels de la solution trouvée sans conduit vocal décroît régulièrement pour les harmoniques impairs d’une part et pour les harmoniques pairs, de l’autre, ces derniers étant quasiment négligeables par rapport aux premiers. En-dessous de 1000 Hz (harmonique 10), les solutions trouvées pour le conduit /æ/ s’écartent assez peu de la solution sans conduit vocal. On peut aussi remarquer que pour ces petits harmoniques, la solution avec le conduit vocal /æ/ donne globalement des amplitudes plus élevées que le conduit /i/.

La tendance s’inverse au-dessus de 1000 Hz : les amplitudes données par le /i/ sont alors supérieures à celles du conduit /æ/, et ces amplitudes s’écartent largement de la solution sans conduit vocal, les harmoniques paires¹ demeurant malgré cela largement inférieures aux harmoniques impaires.

Il n’est pas possible, a priori, de tirer des conclusions à la seule vue des impédances du conduit vocal et de la clarinette, d’autant plus que la différence de fréquence trouvée pour les deux configurations ne permet pas la comparaison directe. Il peut être instructif, en revanche, d’observer (figure 3.2) la solution trouvée pour la différence de pression entre la bouche et le bec de la clarinette (et qui est la pression sur laquelle porte le calcul numérique).

Pour les harmoniques paires, nous pouvons supposer que la différence observée entre les cas avec ou sans conduit vocal est essentiellement due à la faiblesse de l’impédance de la clarinette par rapport à celle du conduit vocal.

¹Pour conserver toute la richesse de notre langue qui fait de “harmonique” un mot hermaphrodite, nous l’emploierons indifféremment au masculin ou au féminin.

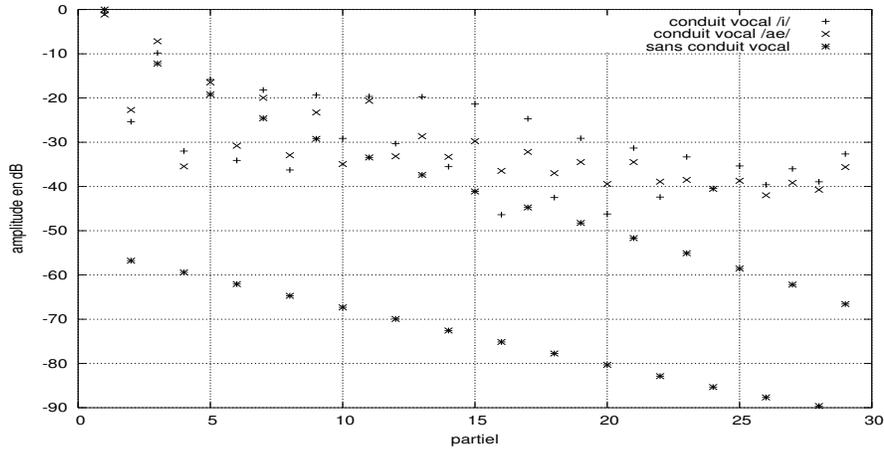


FIG. 3.2 – Rapport (en dB) entre l’amplitude des harmoniques successifs de P_c et celle du premier harmonique sans conduit vocal; dans les cas sans conduit vocal, avec conduit /i/, et avec /æ/.

Pour les harmoniques plus élevées, et notamment les harmoniques impaires, la différence peut être due à plusieurs facteurs, deux au moins. D’une part, les pics de la clarinette sont moins élevés, donc plus sensibles à la présence de l’impédance additionnelle, et d’autre part, la solution n’étant pas strictement à 300 Hz, le petit écart de fréquence par rapport aux modes propres du tube va s’accroître lorsque l’harmonique devient plus élevé. Un écart de 0.29 Hz, comme pour la configuration /i/, donnera un écart de plus de 6 Hz pour le vingt-et-unième harmonique, et la partie réelle de l’impédance, par exemple, n’est alors plus égale qu’à la moitié de celle du pic correspondant.

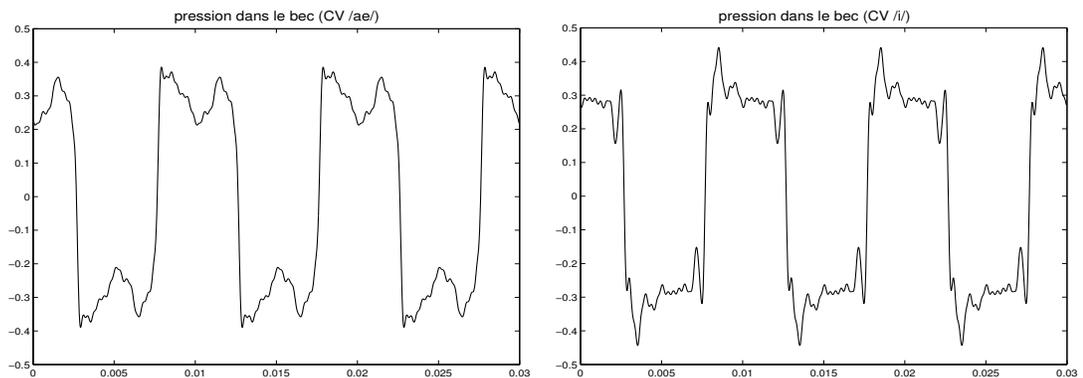


FIG. 3.3 – Forme d’onde des pressions calculées dans le bec pour les conduits vocaux /i/ et /æ/ ($\gamma = 0.4$, $\zeta = 0.4$, $\nu = 0.02$, pour 29 harmoniques).

Les figures 3.3 et 3.4 présentent les formes d’ondes qui correspondent aux spectres décrits ci-dessus, dans le bec de la clarinette et dans la bouche.

Remarquons surtout la différence d’amplitude entre les signaux dans le bec et dans la bouche : les premiers oscillent entre -0.3 et 0.3 environ alors que les seconds, malgré des pics à plus de 0.1 , ne dépassent guère 0.05 . L’approximation

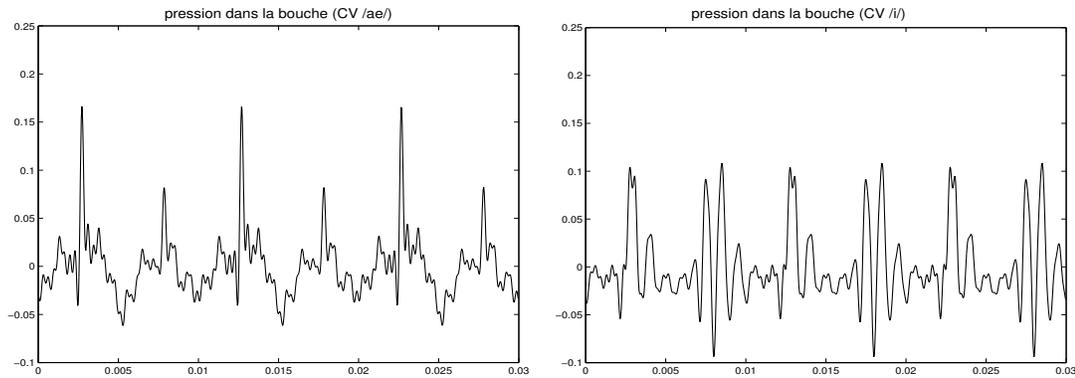


FIG. 3.4 – Formes des ondes de pression calculées dans la bouche pour les conduits vocaux /i/ et /æ/ ($\gamma = 0.4$, $\zeta = 0.4$, $\nu = 0.02$, pour 29 harmoniques).

consistant à supposer la pression dans la bouche constante est à première vue valable, mais les effets associés à ces petites "inconstances" sont relativement grands (figures 3.2 et 3.1).

3.1.2 Calculs avec dispersion

Nous donnons ici à titre indicatif le résultat du calcul lorsque l'on tient compte de la dispersion (figure 3.5). Remarquons simplement la similarité avec la figure 3.1. L'effet sur le spectre est qualitativement semblable. Dans le grave, l'écart pour les harmoniques pairs entre les deux conduits est un peu moins grand. Globalement aussi, les amplitudes sont moins importantes.

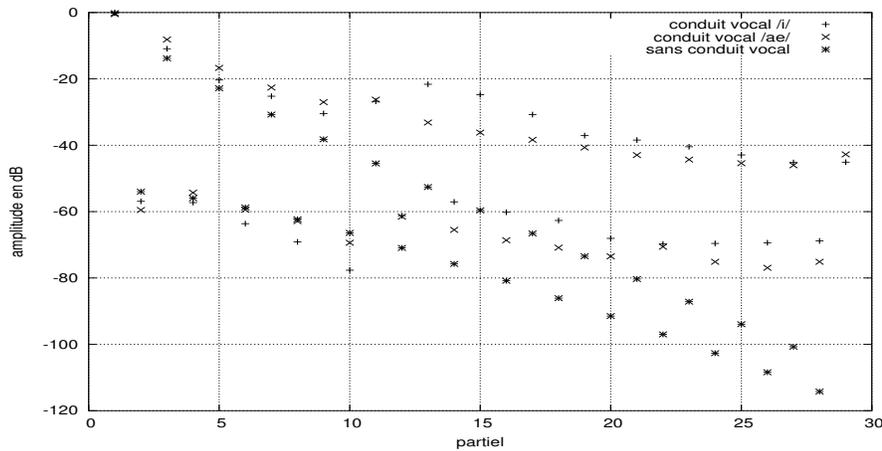


FIG. 3.5 – Rapport de l'amplitude des harmoniques successifs (en dB) de P_c avec celle du premier harmonique sans conduit vocal, pour les conduits vocaux /i/, /æ/ et sans conduit vocal

De même, les signaux (figures 3.6 et 3.7) sont très semblables à ceux trouvés sans dispersion. Ils sont simplement plus arrondis, du fait de la baisse d'ampli-

tude pour les harmoniques élevés.

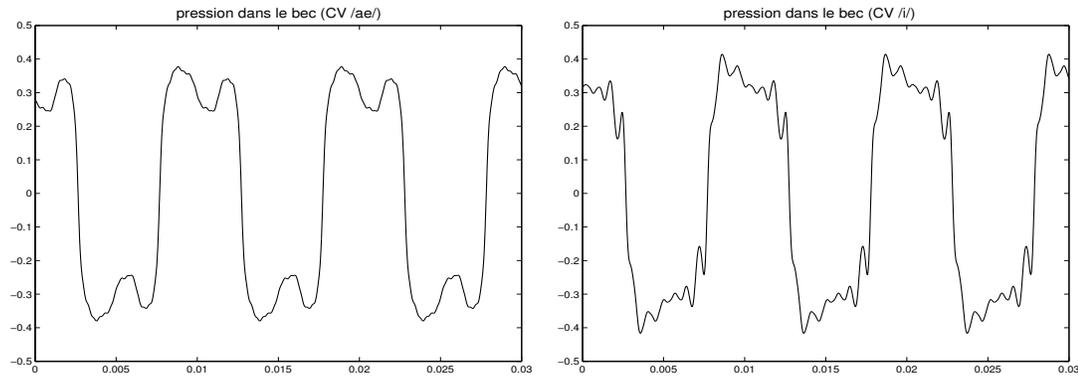


FIG. 3.6 – Formes des ondes de pression calculées dans la bouche pour les conduits vocaux /i/ et /æ/ ($\gamma = 0.4$, $\zeta = 0.4$, $\nu = 0.02$, pour 29 harmoniques, avec dispersion).

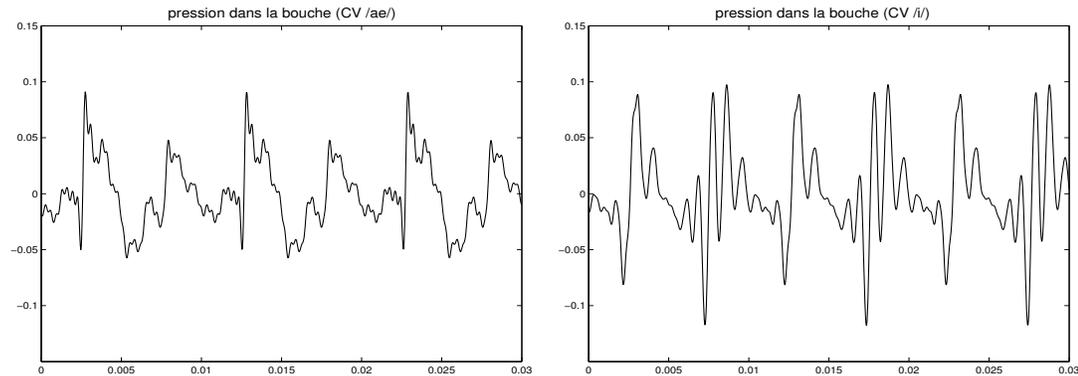


FIG. 3.7 – Formes des ondes de pression calculées dans la bouche pour les conduits vocaux /i/ et /æ/ ($\gamma = 0.4$, $\zeta = 0.4$, $\nu = 0.02$, pour 29 harmoniques, avec dispersion).

3.2 Influence du conduit vocal en fonction de la hauteur de la note jouée

Dans la simulation suivante (et dans la suite de ce rapport), nous nous intéressons exclusivement à l'influence de l'impédance additionnelle sur la fréquence de jeu.

Si nous souhaitons conserver l'expression analytique de l'impédance de la clarinette, nous ne pouvons chercher des solutions que pour un petit nombre d'harmoniques. En effet, les mesures expérimentales de l'impédance réelle de la clarinette montrant que seuls les quatre premiers pics ont une grandeur vraiment appréciable², nous pouvons supposer qu'ils ont une influence déterminante

²En réalité, ceci dépend de la hauteur de la note, l'impédance de rayonnement et le réseau de trou fonctionnant comme une fréquence de coupure.

sur le fonctionnement de l'instrument.

Une idée répandue chez les instrumentistes est que la configuration /i/ du conduit vocal fait monter la fréquence. Il s'agit donc ici de vérifier numériquement si cette affirmation est exacte, d'une part, et si elle est valable quelle que soit la note jouée. Nous avons donc parcouru toute la gamme du premier registre (sans la clé de douzième), la fréquence f_0 de résonance du tuyau utilisé étant déterminée par la fréquence de la note attendue au diapason 440. Par exemple, pour étudier le B3 (note écrite), nous prenons $f_0 = 220$.

Les résultats présentés ci-dessous représentent l'écart relatif entre la fréquence trouvée par le calcul et la fréquence de résonance de l'instrument ($\Delta\epsilon = \frac{f-f_0}{f_0}$), d'abord sans dispersion, auquel cas la fréquence trouvée sans conduit vocal est égale à celle du résonateur, puis avec dispersion.

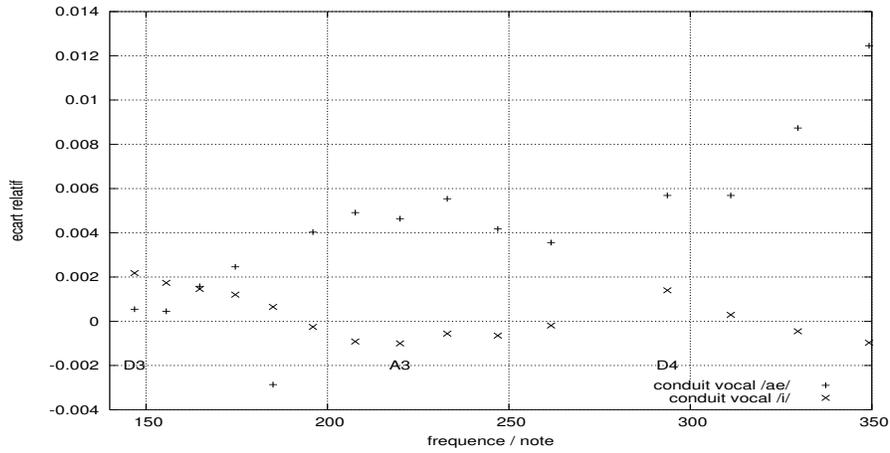


FIG. 3.8 – Différences de fréquence obtenues sans dispersion, pour des conduits vocaux /æ/ et /i/ ($\gamma = 0.4$, $\nu = 0.02$, $\zeta = 0.4$, pour 7 harmoniques).

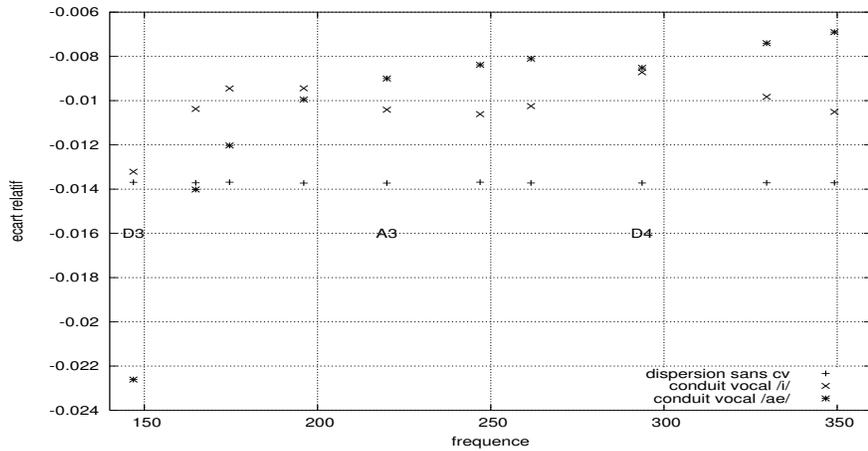


FIG. 3.9 – Différences de fréquence obtenues avec dispersion, pour des conduits vocaux /æ/ et /i/ ($\gamma = 0.4$, $\nu = 0.02$, $\zeta = 0.4$, pour 7 harmoniques).

Le résultat essentiel de cette simulation est que, si dans le grave de l'instrument la configuration /i/ du conduit vocal semble en effet augmenter la fréquence de la note jouée, il n'en est pas de même pour les notes plus aigües du premier registre, pour lesquelles la fréquence est largement supérieure avec la configuration /æ/.

Chapitre 4

Tentative de description théorique de l'influence d'une impédance additionnelle sur la fréquence

Il me semble qu'aucun homme ne peut se trouver chaque jour, durant quatre mois, face au même système d'équations, sans se sentir effleuré par cette interrogation qui remet en cause le sens profond de notre existence : pourquoi n'ai-je pas une pensée non-linéaire ? Pourquoi ne suis-je pas capable, face à ce système, d'en cerner instantanément les tenants et les aboutissants, d'en concevoir même une idée ? Pourquoi cela ne constitue-t-il pour moi qu'une boîte noire, un filtre opaque ? Et je devrais me contenter d'en observer les résultats sans en voir les mécanismes internes... Ce doit être une question d'éducation : si chaque matin, au dos des paquets de céréales, j'avais été nourri de systèmes d'équations non-linéaires, peut-être aurais-je pu comprendre leur langage, savoir leur parler, communi(qu)er avec elles... Passons sur ces rêves comme un autre.

Cette introduction un peu amère résume l'idée qui sous-tend cette partie, constat résigné de celui qui ne peut jamais cerner qu'une partie de la réalité, qui ne peut jamais prendre qu'un bout d'elle, qui s'accommode de son insignifiance, pire, qui s'y accroche jusqu'au bout, aveugle, jusqu'à une forme de désillusion finale.

4.1 Introduction

Nous allons donc tenter dans ce chapitre de résoudre de manière analytique le système d'équations non-linéaires pour trois harmoniques dans le cas où nous avons deux résonateurs couplés. Nous supposons que le fonctionnement peut être essentiellement déduit de la forme de l'impédance de la clarinette et que l'impédance de la bouche n'apporte que des valeurs additionnelles à cette impédance. Nous utiliserons donc plus volontier les mots "impédance

additionnelle” que “impédance du conduit vocal”, ceci pour insister sur l’aspect théorique de notre démarche.

Pour le cas où l’on ne s’intéresse qu’à l’influence des premier et troisième harmoniques, nous utiliserons la méthode de résolution par troncature variable [10], mais en écrivant les choses d’une manière qui puisse nous permettre de décrire l’évolution de la fréquence en fonction des paramètres de jeu γ et ζ (contenus dans A , B et C), et d’autres paramètres liés à l’impédance totale. Par commodité, nous tracerons toute les courbes en fonction de γ , qui est la grandeur principale sur laquelle nous pourrons jouer lors des manipulations.

La résolution sera plus problématique lorsque l’on tiendra compte de l’impédance au niveau du deuxième harmonique. En effet, celle-ci est en général supposée suffisamment faible pour que l’harmonique P_2 correspondant soit d’ordre largement inférieur à P_1 et P_3 et n’ait donc pas d’influence sur eux¹. Si l’impédance en $2f_0$ n’est pas négligeable, des termes en P_2 doivent être utilisés lors de la résolution, ce qui rend la tâche plus difficile.

Dans toute la suite, nous noterons Z l’impédance totale et Y l’admittance ($Y = 1/Z$). Pour distinguer la valeur de l’impédance totale au niveau du premier, du deuxième et du troisième harmonique, nous utiliserons les notations \mathbb{R}_k et \mathbb{I}_k selon qu’il s’agit de la partie réelle ou de la partie imaginaire, et de manière similaire, nous les nommerons R_k et I_k pour l’admittance.

Enfin, les simulations présentées pour illustrer cette partie ont été produites par un programme que j’ai écrit en Perl et qui permet de faire varier la valeur de l’impédance additionnelle indépendamment au niveau des trois harmoniques. Elles sont toute produites en utilisant les paramètres $\nu = 0.02$, $\zeta = 0.4$, $f_0 = 300$ et en négligeant la dispersion. Lorsque nous parlerons de ces impédances additionnelles, nous utiliserons les lettres a pour la partie réelle et b pour la partie imaginaire. Par exemple, b_2 désignera une valeur ajoutée à la partie imaginaire de l’impédance de la clarinette autour du deuxième harmonique.

Comme ces notations ne sont pas forcément très simples à assimiler à la première lecture, je les ai réunies dans le tableau 4.1 auquel il pourra être utile de se reporter lors de la lecture.

notation	signification
Z	$Z(f)$ impédance totale, fonction de la fréquence
Y	$Y(f)$ admittance totale
\mathbb{R}_k	$\Re(Z(f_k))$ où f_k est la fréquence du k-ième harmonique
\mathbb{I}_k	$\Im(Z(f_k))$
R_k	$\Re(Y(f_k))$
I_k	$\Im(Y(f_k))$
a_k	$\Re(Z_{add}(f_k))$
b_k	$\Im(Z_{add}(f_k))$

TAB. 4.1 – Récapitulatif des notations utilisées dans ce chapitre.

¹Dans cette approximation, la solution est d’abord calculée pour P_1 et P_3 , P_2 s’en déduisant a posteriori.

4.2 Influence des premier et troisième harmoniques

A trois harmoniques, si l'on suppose toujours que les harmoniques pairs sont négligeables, le système à étudier s'écrit :

$$(Y_1 - A)P_1 = 3C(P_1^3 + P_1^2P_3 + 2|P_3|^2P_1) \quad (4.1)$$

$$(Y_3 - A)P_3 = CP_1^3 + 3C(P_1^2P_3 + 2|P_3|^2P_3) \quad (4.2)$$

Nous allons d'abord chercher à étudier la manière dont les parties imaginaires de Y_1 et de Y_3 (respectivement I_1 et I_3) influent sur la fréquence, en considérant qu'il n'y a pas de partie réelle additionnelle ($a_i = 0$ pour tout i), puis nous discuterons de l'influence d'une telle partie réelle sur les résultats trouvés précédemment.

4.2.1 Effet des parties imaginaires

L'ajout d'une partie imaginaire sur l'impédance du résonateur (supposé sans dispersion, donc harmonique, mais il me semble que le cas inharmonique se déduirait assez facilement des résultats suivants) déplace les zéros de la partie imaginaire. La pente étant très forte et négative, ce déplacement sera assez peu important, ce qui nous permettra, en première approximation de supposer les parties réelles constantes.

Commençons par examiner ce qui se produit au seuil, lorsque les oscillations sont petites et quasiment sinusoïdales. Au chapitre 1, nous avons écrit qu'alors :

$$P_1^2 = \frac{Y_1 - A}{C} \quad (4.3)$$

Cette équation permet de voir facilement ce qui se produit au seuil lorsque l'on ajoute l'impédance du conduit vocal. La partie imaginaire de celle-ci aura en effet pour conséquence de décaler les zéros de la partie imaginaire de l'impédance totale par rapport à ceux de la clarinette. Notamment, la fréquence au seuil, qui est déduite de $I_1 = 0$, ne sera plus la même. Nous pouvons qualitativement décrire ce changement : comme la pente de la partie imaginaire de l'impédance de la clarinette est négative au niveau des harmoniques impairs, et en supposant que cela reste le cas lorsque l'on ajoute l'impédance du conduit vocal, le déplacement de la fréquence au seuil se fera vers les fréquences supérieures pour une impédance imaginaire additionnelle positive, et inversement.

En supposant, d'une part, que la variation de la pente induite par l'ajout du conduit vocal est négligeable, et d'autre part, que cette pente ($\frac{dI_1}{df}$) est constante autour de f_0 (fréquence fondamentale de la clarinette sans conduit vocal), nous pouvons même donner une valeur à ce déplacement de la fréquence au seuil :

$$\Delta f_s = -b_1 \left(\frac{dI_1}{df} \right)^{-1} \quad (4.4)$$

où b_1 est la partie imaginaire de l'impédance aditionnelle en f_0 , supposée constante.

Dans la suite de ce chapitre, nous chercherons à décrire l'évolution de la fréquence lorsque l'on part du seuil d'oscillation ($A = R_1$) et que l'on s'en éloigne

(A augmente). La valeur f_s de la fréquence au seuil trouvée précédemment ($f_s = f_0 + \Delta f_s$) sera donc à la base de notre démarche. Ce que je propose ici de faire, c'est, à partir des impédances calculées en f_s et $3f_s$ qui constitueront les paramètres du calcul, d'en déduire la variation de la fréquence. Cela suppose donc en particulier que cette variation ne soit pas trop importante, sans quoi, l'hypothèse de départ (utilisation des valeurs des impédances à la fréquence du seuil) ne sera plus valide.

En supposant que P_3 est d'ordre 3 en P_1 , on peut négliger les termes en P_3 dans l'équation (4.1) et le terme en $|P_3|^2 P_3$ dans (4.2). Le système devient alors :

$$(Y_1 - A)P_1 = 3CP_1^3 \rightarrow P_1 = \frac{Y_1 - A}{3C} \quad (4.5)$$

$$(Y_3 - A)P_3 = CP_1^3 + 3CP_1^2 P_3 \rightarrow P_3 = \frac{Y_1 - A}{3(Y_3 - 2Y_1 + A)} P_1 \quad (4.6)$$

En posant $x_i = \frac{P_i}{P_1}$, nous avons donc :

$$P_1 = \frac{Y_1 - A}{3C} \quad (4.7)$$

$$x_3 = \frac{Y_1 - A}{3(Y_3 - 2Y_1 + A)} \quad (4.8)$$

Ces expressions sont supposées valables quelque soit A, et notamment au seuil, où Y_1 est réelle. Dans la suite, nous appellerons R_1^s la valeur de la partie réelle de l'admittance en f_s , R_3^s sa valeur en $3f_s$, et I_3^s la valeur de la partie imaginaire de l'admittance en $3f_s$. Nous aurons aussi besoin des valeurs de la dérivée de la partie imaginaire en f_s et $3f_s$, que nous noterons respectivement dI_1^s et dI_3^s . Donc, une fois la fréquence au seuil déterminée, nous connaîtrons toutes ces valeurs qui seront les paramètres de nos équations.

Nous supposons maintenant que, dans un petit intervalle de fréquence autour de f_s et $3f_s$, l'admittance peut être considérée comme constante, égale à sa valeur en f_s et $3f_s$ (pour laquelle on a toujours $I_1^s = 0$) et que toute l'information concernant la variation de la fréquence est contenue dans l'équation suivante (équation de la puissance réactive pour les harmoniques 1 et 3, d'après Boutillon) :

$$I_1 + 3|x_3|^2 I_3 = 0 \quad (4.9)$$

Supposons maintenant que la pente autour des fréquences f_s et $3f_s$ est suffisamment monotone pour que l'on puisse linéariser la variation d'impédance autour de ces points. Nous écrivons :

$$I_1 = \delta f \frac{dI_1}{df} \Big|_s = \delta f dI_1^s \quad (4.10)$$

$$\Im(Y_3) = I_3^s + 3\delta f \frac{dI_3}{df} \Big|_s = I_3^s + 3\delta f dI_3^s \quad (4.11)$$

Nous trouvons alors :

$$\delta f = -\frac{3|x_3|^2 I_3^s}{dI_1^s + 9|x_3|^2 dI_3^s} \quad (4.12)$$

Il n'est pas évident de raisonner sur les admittances. Nous allons donc poser dans la suite : \mathbb{R}_1^s la valeur de la partie réelle de l'impédance en f_s , \mathbb{R}_3^s , celle en $3f_s$ et \mathbb{I}_3^s , la valeur de la partie imaginaire de l'impédance en $3f_s$. Nous noterons aussi $d\mathbb{I}_1^s$ et $d\mathbb{I}_3^s$ les valeurs de la dérivée de la partie imaginaire de l'impédance en f_s et $3f_s$. En posant encore M_k le module de l'impédance pour l'harmonique k , on peut écrire :

$$R_k^s = \frac{\mathbb{R}_k^s}{(M_k^s)^2} \quad (4.13)$$

$$I_k^s = -\frac{\mathbb{I}_k^s}{(M_k^s)^2} \quad (4.14)$$

$$dI_k^s \simeq -\frac{d\mathbb{I}_k^s}{(M_k^s)^2} \quad (4.15)$$

Si la pente apportée par l'impédance additionnelle est négligeable, on peut aussi écrire que $d\mathbb{I}_3^s \simeq \frac{1}{3}d\mathbb{I}_1^s$, ce qui mène finalement à :

$$\delta f = -\frac{3(M_1^s)^2\mathbb{I}_3^s}{d\mathbb{I}_1^s\left(\frac{(M_3^s)^2}{|x_3|^2} + 3(M_1^s)^2\right)} \quad (4.16)$$

Cette formule nous apprend déjà que, $d\mathbb{I}_1^s$ étant négatif, le sens de variation de la fréquence est contrôlé par \mathbb{I}_3^s . Pour pousser plus loin l'analyse, il nous faut regarder de plus près le terme $|x_3|^2$.

Pour cela, posons $\Delta R_{31} = R_3^s - R_1^s$ et $\delta A = A - R_1^s$:

$$x_3 = -\frac{\delta A}{3(\Delta R_{31} + iI_3^s + \delta A)} \quad (4.17)$$

Donc :

$$|x_3|^2 = \frac{\delta A^2}{9((\Delta R_{31} + \delta A)^2 + (I_3^s)^2)} \quad (4.18)$$

Plaçons-nous d'abord près du seuil. δA est proche de zéro, donc négligeable par rapport à ΔR_{31} :

$$|x_3|^2 \simeq \frac{\delta A^2}{9(\Delta R_{31}^2 + (I_3^s)^2)} \quad (4.19)$$

que l'on peut aussi écrire :

$$|x_3|^2 \simeq \frac{\delta A^2}{9\left(\frac{1}{(M_3^s)^2}\left(1 - 2\frac{\mathbb{R}_3^s}{\mathbb{R}_1^s}\right) + \frac{1}{(\mathbb{R}_1^s)^2}\right)} \quad (4.20)$$

En utilisant cette expression dans l'équation (4.16), nous trouvons :

$$\delta f \simeq -\frac{\delta A^2(\mathbb{R}_1^s)^2\mathbb{I}_3^s}{d\mathbb{I}_1^s\left(1 + 3\frac{(M_3^s)^2}{(\mathbb{R}_1^s)^2} - 6\frac{\mathbb{R}_3^s}{\mathbb{R}_1^s} + 3\delta A^2(\mathbb{R}_1^s)^2\right)} \quad (4.21)$$

Cette équation présente au moins deux propriétés intéressantes pour la description du comportement de la fréquence lorsque A varie près du seuil :

- Nous avons déjà remarqué que \mathbb{I}_3^s contrôle le sens de variation de la fréquence. Si l'on ajoute une impédance imaginaire positive sur le troisième harmonique², la fréquence augmentera, et elle augmentera d'autant plus que cette valeur sera grande. Remarquons cependant que la pente au seuil n'est pas strictement proportionnelle à \mathbb{I}_3^s : le terme $\frac{M_3^2}{(\mathbb{R}_1^s)^2}$ au dénominateur tend à faire diminuer la pente lorsque \mathbb{I}_3^s augmente.
- la fréquence près du seuil varie selon le carré de δA^2 . C'est une différence flagrante avec le calcul à deux harmoniques qui, comme on le verra après, engendre une variation à l'origine en δA .

Examinons ce qui se produit lorsque δA n'est pas négligeable par rapport à ΔR , ce qui arrive finalement assez rapidement après le seuil. Il nous faut revenir à l'équation (4.18), qui donne, dans (4.16) :

$$\delta f = - \frac{\delta A^2 (\mathbb{R}_1^s)^2 \mathbb{I}_3^s}{d\mathbb{I}_1^s (1 + 3 \frac{(M_3^s)^2}{(\mathbb{R}_1^s)^2} - 6 \frac{\mathbb{R}_3^s}{\mathbb{R}_1^s} + 3\delta A^2 ((\mathbb{R}_1^s)^2 + (M_3^s)^2) + 6\delta A \Delta R_{31} (M_3^s)^2)} \quad (4.22)$$

Lorsqu'on s'éloigne du seuil, la pente s'affaiblit plus que dans l'expression (4.21) à cause des termes en δA et δA^2 au dénominateur. Comparons graphiquement les évolutions données par ces deux relations et par l'équilibrage harmonique (Figure 4.1).

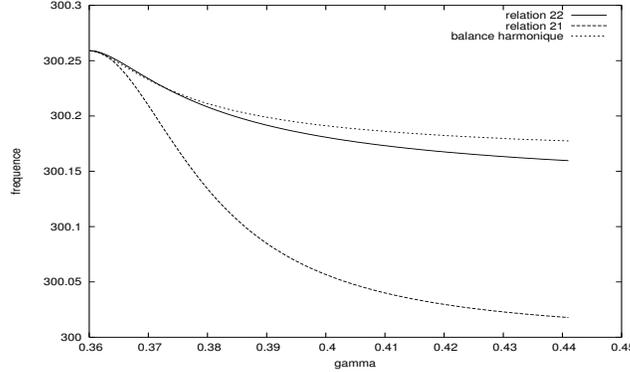


FIG. 4.1 – Comparaison entre l'évolution théorique donnée par la formule (4.21), celle donnée par la formule (4.16), et les solutions trouvées par *Harmbal*.

Nous observons bien ce à quoi l'on pouvait s'attendre : la courbe des solutions données par l'équation (4.16) s'éloigne de la solution trouvée par équilibrage harmonique lorsque δA devient comparable à ΔR_{31} , c'est-à-dire dès qu'on s'éloigne un peu du seuil. Pour l'équation (4.21), la correction de pente permet de suivre plus longtemps la solution exacte. Nous obtenons ainsi une courbe qui a un comportement similaire à celui souhaité.

Nous discutons maintenant qualitativement deux cas particuliers :

Si l'impédance additionnelle autour du troisième harmonique est nulle, la valeur de \mathbb{I}_3^s est uniquement déterminée par le décalage de fréquence produit par

²ou si l'impédance additionnelle en f_0 est négative, ce qui décale la fréquence seuil vers le bas et entraîne donc une partie imaginaire de l'impédance positive en $3f_s$.

la partie imaginaire de l'impédance additionnelle en f_s ($\mathbb{I}_3^s = 3\Delta f dL_3^s = \Delta f d\mathbb{I}_1^s$). En particulier, un décalage vers les fréquences inférieures à f_0 fait grandement augmenter la partie imaginaire de l'impédance au niveau du troisième harmonique, ce qui, d'après la formule (4.21), rend δf positif : si une partie imaginaire additionnelle sur le premier harmonique décale la fréquence du seuil, le système tend "naturellement" à la faire revenir vers f_0 lorsque δA augmente.

Si la partie imaginaire de l'impédance additionnelle à la fréquence $3f_s$ est égale à l'opposé de celle de la clarinette pour la même fréquence, nous aurons $\mathbb{I}_3^s = 0$ et la fréquence devrait rester à peu près fixe.

La simulation suivante (figure 4.2) permet de visualiser l'influence de la partie additionnelle de Z_3 lorsque l'impédance en f_s est uniquement celle de la clarinette ($f_s = f_0$). Avec les notations définies dans l'introduction, b_3 est la valeur ajoutée à la partie réelle de l'impédance en $3f_s$: Ceci illustre les résultats

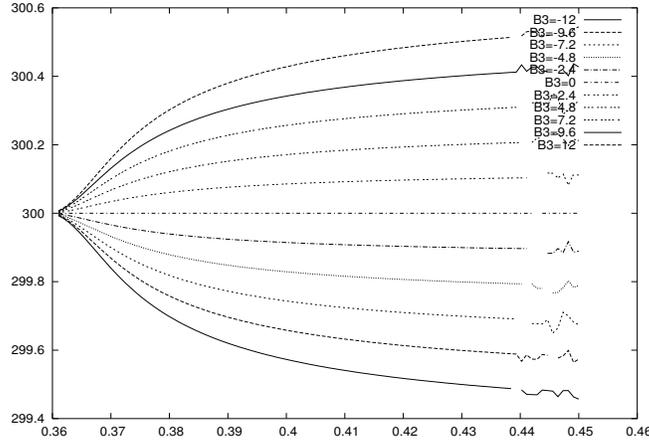


FIG. 4.2 – Courbes de fréquence en fonction de γ obtenues pour différentes valeurs de b_3

trouvés de manière analytique : près du seuil, la courbe semble bien varier de manière proportionnelle à δA^2 . Si b_3 est négatif, l'évolution se fait vers les fréquences inférieures, et s'il est positif, vers les fréquences supérieures. Plus loin du seuil, la valeur atteinte semble proportionnelle à b_3 . Ceci peut se retrouver avec l'équation (4.21) : lorsque γ devient "grand" ($\delta A \sim 0.08$), le dénominateur est dominé par le terme en δA^2 , donc :

$$\delta f \sim -\frac{(\mathbb{R}_1^s)^2 \mathbb{I}_3^s}{3((\mathbb{R}_1^s)^2 + (M_3^s)^2)} \quad (4.23)$$

Lorsque \mathbb{I}_3^s n'est pas trop grand, il n'intervient qu'au numérateur, donc il y a bien proportionnalité. Notons que s'il devient plus important, le terme $(M_3^s)^2$, qui le contient, atténuera la valeur de δf .

4.2.2 Effet des parties réelles

Les hypothèses faites pour le calcul précédent ne sont pas tellement restrictives en ce qui concerne les parties réelles. Nous devrions donc pouvoir conserver

ces expressions lorsque l'on suppose que l'impédance additionnelle change aussi la partie réelle. Le risque principal que l'on court est que la partie réelle de l'impédance totale autour de $3f_0$ devienne comparable à celle en f_0 , ce qui rendrait caduque notre hypothèse de départ selon laquelle P_3 est d'ordre 3 en P_1 . De nouveaux termes devraient alors prendre de l'importance et l'on ne pourrait plus simplifier les équations (4.1) et (4.2) en (4.5) et (4.6).

Je n'ai malheureusement pas eu le temps d'étudier cette possibilité. Nous nous contenterons donc ici de commenter l'équation (4.21) lorsque l'on suppose \mathbb{R}_3^s fixé et que l'on fait varier la partie réelle en $3f_s$.

Près du seuil, le dénominateur diminue avec \mathbb{R}_3^s tant que celui-ci est inférieur à \mathbb{R}_1^s . Dans cette partie de la courbe, un plus grand \mathbb{R}_3^s fait donc augmenter la solution. Loin du seuil, les termes en δA et δA^2 font augmenter le dénominateur lorsque \mathbb{R}_3^s augmente, ce qui fait baisser la fréquence³.

Ce comportement est illustré par la figure 4.3. Celle-ci montre que l'expression théorique reproduit bien le comportement obtenu sur les simulations numériques : pour un \mathbb{R}_3^s supérieur, la fréquence obtenue est d'abord très légèrement supérieure avant de devenir inférieure.

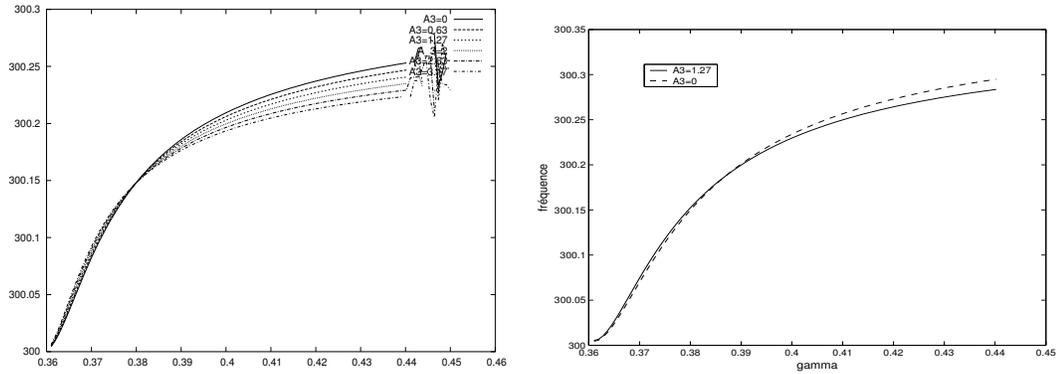


FIG. 4.3 – A gauche : simulations numériques pour $b_3 = 6$ et différentes valeurs de a_3 . A droite : courbes théoriques pour deux valeurs de a_3 et $b_3 = 6$.

4.3 Influence du deuxième harmonique

Nous nous engouffrons maintenant dans un chemin bien plus incertain en essayant d'ajouter l'influence du deuxième harmonique dans les équations précédemment obtenues.

A trois harmoniques, le constat initial est assez désespérant : lorsque la partie imaginaire en $2f_s$ devient importante (typiquement, de l'ordre de 1), il apparaît que certains comportements ne peuvent plus être décrits si l'on continue de supposer que P_2 n'intervient pas dans les équations donnant P_1 et P_3 . La figure suivante présente la variation de fréquence obtenue en utilisant les valeurs théoriques données par la méthode de troncature variable [10] :

$$x_3 = \frac{A - Y_1}{3(A + Y_3 - 2Y_1)} \quad (4.24)$$

³Il ne serait pas très difficile de trouver l'expression du γ pour lequel deux courbes avec des \mathbb{R}_3^s différents se croisent, mais cela n'a pas vraiment d'intérêt...

$$x_2 = BZ_2 \sqrt{\frac{Y_1 - A}{3C}} (1 + 2x_3) \quad (4.25)$$

et la formule de Boutillon :

$$I_1 + 2|x_2|^2 I_2 + 3|x_3|^2 I_3 = 0 \quad (4.26)$$

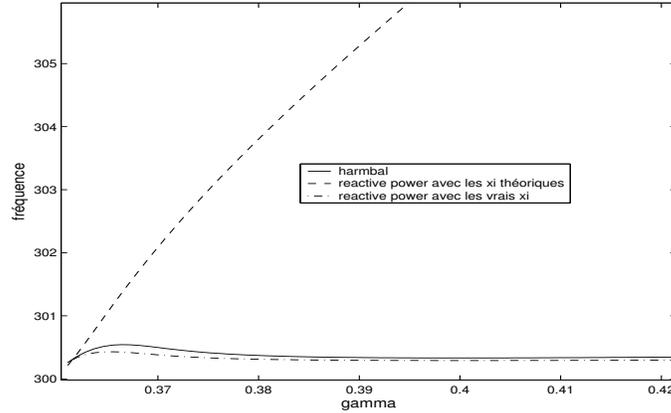


FIG. 4.4 – Comparaison des solutions obtenues par simulation numérique, et par la théorie, pour une impédance imaginaire additionnelle égale à 3 en $2f_s$.

Cette figure permet aussi de mesurer l'erreur due au fait que l'on néglige les variations d'impédances. Le résultat trouvé avec les vraies valeurs de x_2 et x_3 est plutôt encourageant : il signifie qu'en laissant les impédances constantes, nous pourrions peut-être, malgré cette approximation, retrouver le bon comportement.

4.3.1 Résolution approchée

Le problème est d'abord de trouver le ou les termes qu'il nous faudra garder dans la résolution. En considérant les ordres de grandeur des termes du système, et de manière un peu empirique aussi, avouons-le⁴, nous admettrons que le système peut être approché par les équations suivantes :

$$(Y_1 - A)P_1 = 3CP_1^3 \quad (4.27)$$

$$(Y_2 - A)P_2 = 2BP_1P_3 + BP_1^2 \quad (4.28)$$

$$(Y_3 - A)P_3 = 2BP_1P_2 + CP_1^3 + 6CP_1^2P_3 \quad (4.29)$$

Les deux premières sont identiques à celles utilisées dans la méthode par troncature variable. Cela signifie que nous considérons que les termes en P_2 influent surtout sur P_3 et qu'ils peuvent être négligés dans l'expression de P_1 .

Les trois équations donnent :

⁴L'aspect empirique a consisté à faire un certain nombre de simulations numériques en faisant varier la valeur de la partie imaginaire de l'impédance en f_s , et à observer le comportement de différents termes du système pour ne retenir que ceux qui semblaient avoir une véritable influence sur le comportement du système.

$$P_1^2 = \frac{\text{Re}(Y_1 - A)}{3C} \quad (4.30)$$

$$x_2 = \frac{B}{Y_2 - A}(2x_3 + 1)P_1 \quad (4.31)$$

$$x_3 = \frac{2BP_2 - 2 + CP_1^2}{Y_3 - A - 6CP_1^2} \quad (4.32)$$

Soit, en posant :

$$\alpha_i = \frac{Y_i - A}{C} \quad (4.33)$$

$$\boxed{\begin{aligned} x_2 &= \frac{B}{C\alpha_2}(2x_3 + 1)\sqrt{\frac{\alpha_1}{3}} \\ x_3 &= \frac{1}{3} \frac{2\frac{B^2}{C^2}\frac{\alpha_1}{\alpha_2} + \alpha_1}{\alpha_3 - 2\alpha_1 - \frac{4}{3}\frac{B^2}{C^2}\frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \end{aligned}} \quad (4.34)$$

Nous utilisons ensuite ces relations avec celle de la puissance réactive :

$$I_1 + 2I_2|x_2|^2 + 3I_3|x_3|^2 = 0 \quad (4.35)$$

Nous linéarisons la partie imaginaire de la fonction d'impédance totale autour des fréquences f_0 , $2f_0$ et $3f_0$:

$$I_k = I_k^s + k\delta f dI_k^s \quad (4.36)$$

Avec ces notations, nous pouvons donc écrire :

$$\boxed{\delta f = -\frac{I_1^s + 2I_2^s|x_2|^2 + 3I_3^s|x_3|^2}{dI_1^s + 4|x_2|^2 dI_2^s + 9|x_3|^2 dI_3^s}} \quad (4.37)$$

4.3.2 Un cas particulier

Nous n'avons, pour l'instant, fait aucune hypothèse sur les valeurs des impédances, si ce n'est que la hiérarchie de grandeur entre les valeurs de l'impédance en f_s , $2f_s$ et $3f_s$ doit être respectée. Il n'est pas évident de discerner l'influence de tel ou tel terme dans les expressions trouvées précédemment. Nous allons donc simplifier le problème en considérant par exemple le cas où la seule impédance que l'on ajoute à celle de la clarinette se trouve au niveau de $2f_s$ et que cette impédance est imaginaire.

Nous avons donc $f_s = f_0$ et en conséquence, $I_3^s = I_1^s = 0$, ce qui donne :

$$\delta f = -\frac{2I_2^s|x_2|^2}{dI_1^s + 4|x_2|^2 dI_2^s + 9|x_3|^2 dI_3^s} \quad (4.38)$$

Supposons donc une impédance additionnelle ib ($Y_2^s = -i\frac{1}{b}$ si l'on néglige la partie réelle de l'impédance en $2f_s$) sur le deuxième harmonique (soit $b_2 = b$). Nous avons $dI_3^s \simeq \frac{1}{3}\frac{(M_1^s)^2}{(M_3^s)^2}dI_1^s$ et nous pouvons aussi négliger l'influence du deuxième terme du dénominateur (car $|x_2|^2$ est beaucoup plus petit que $|x_3|^2$ de même que dI_2^s par rapport à dI_1^s) :

$$\delta f = -\frac{2I_2^s|x_2|^2}{dI_1^s(1 + 3\frac{(M_1^s)^2}{(M_3^s)^2}|x_3|^2)} \quad (4.39)$$

Il nous faut maintenant regarder le terme $|x_3|^2$:

$$|x_3|^2 = \frac{1}{9} \left| \frac{2\frac{B^2}{C} \frac{1}{-A-\frac{1}{b}} + 1}{\frac{\alpha_3}{\alpha_1} - 2 - \frac{4}{3} \frac{B^2}{C} \frac{1}{-A-\frac{1}{b}}} \right|^2 \quad (4.40)$$

Soit :

$$|x_3|^2 = \frac{1}{9} \left| \frac{(-2\frac{B^2}{C} \frac{A}{A^2+\frac{1}{b^2}} + 1) + i\frac{2}{b} \frac{B^2}{C} \frac{1}{A^2+\frac{1}{b^2}}}{\frac{\alpha_3}{\alpha_1} - 2 + \frac{4}{3} \frac{B^2}{C} \frac{A}{A^2+\frac{1}{b^2}} - i\frac{4}{3b} \frac{B^2}{C} \frac{1}{A^2+\frac{1}{b^2}}} \right|^2 \quad (4.41)$$

On peut grandement simplifier cette expression en supposant que b est “petit” : pour que A^2 ($\sim 10^{-3}$) soit négligeable devant $\frac{1}{b^2}$, il suffit que b soit inférieur à 10, ce qui correspond à la majorité des situations qui nous intéressent. Alors :

$$|x_3|^2 = \frac{1}{9} \left| \frac{(-2\frac{B^2}{C} Ab^2 + 1) + i2b\frac{B^2}{C}}{\frac{\alpha_3}{\alpha_1} - 2 + \frac{4}{3} \frac{B^2}{C} Ab^2 - i\frac{4b}{3} \frac{B^2}{C}} \right|^2 \quad (4.42)$$

Si l’on veut pousser plus loin l’approximation, nous pouvons aussi négliger les termes en b^2 , car $\frac{AB^2}{C}$ est de l’ordre de 10^{-2} (Cela signifie que l’on restreint un peu plus le domaine de validité de notre relation : nous supposons maintenant que b ne dépasse pas quelques unités (4 ou 5, par exemple). En écrivant $\frac{\alpha_3}{\alpha_1} = \frac{Y_3-A}{Y_1-A} = \frac{Y_3-Y_1}{Y_1-A} + 1$, nous trouvons donc :

$$|x_3|^2 = \frac{1}{9} \left| \frac{1 + i2b\frac{B^2}{C}}{\frac{Y_3-Y_1}{Y_1-A} - 1 - i\frac{4b}{3} \frac{B^2}{C}} \right|^2 \quad (4.43)$$

Le problème est que l’on ne peut pas tirer grand chose de cette relation : A , B et C dépendant de γ , il est assez difficile d’exprimer de manière simple $|x_3|^2$ en fonction de γ , et d’autant plus δf en fonction γ . Nous chercherons donc d’abord à montrer que cette relation fonctionne bien avant de tenter éventuellement d’en tirer des enseignements.

Les résultats présentés figures 4.5, 4.6 et 4.7 comparent les solutions données par la simulation numérique et celles calculées avec l’expression analytique (4.43). Si les valeurs trouvées ne correspondent pas exactement, les comportements me semblent plutôt bien reproduits.

Le résultat obtenu est moins bon pour $b = 3$, ce qui s’explique en partie par les termes en b^2 que l’on a négligé pour obtenir (4.43). Si l’on revient à l’expression (4.42), nous obtenons la figure 4.8.

Nous ne pourrions pas obtenir une expression générale simple pour exprimer la fréquence en fonction des paramètres de jeu et de l’impédance totale. Mais il me semble que les expressions présentées pourraient peut-être permettre, au cas par cas, en utilisant les approximations adéquates pour chacun d’entre eux, de tirer certains résultats. Nous tenterons d’appliquer cette prédiction dans certaines des simulations présentées au paragraphe suivant.

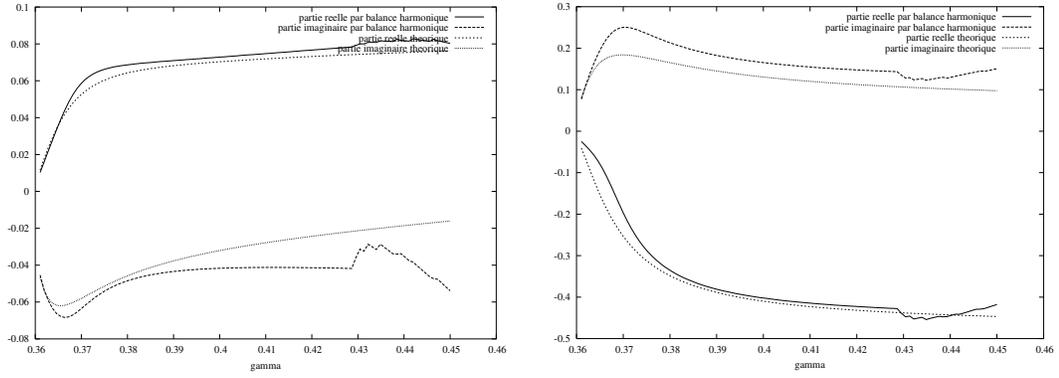


FIG. 4.5 – Comparaison pour $b = 1.5$ entre l'évolution de x_3 (droite) et x_2 en fonction de γ donnée par Harmbal et l'évolution donnée par l'équation (4.43)

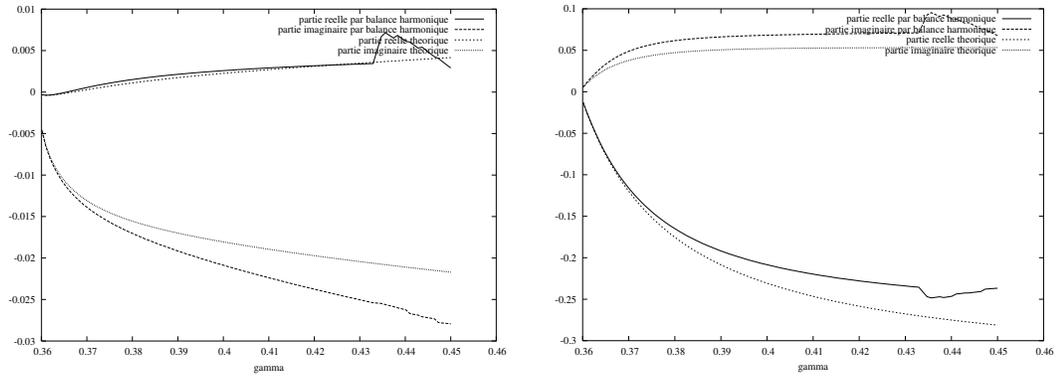


FIG. 4.6 – Comparaison pour $b = 0.4$ entre l'évolution de x_3 (droite) et x_2 en fonction de γ donnée par Harmbal et l'évolution donnée par l'équation (4.43)

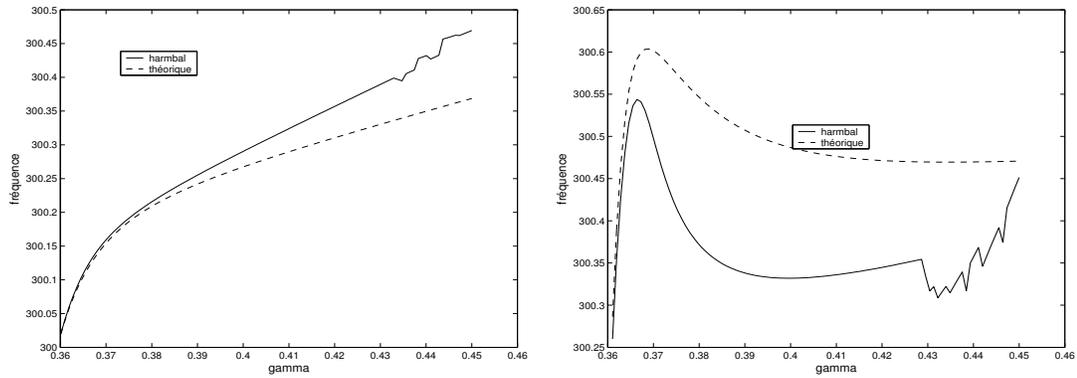


FIG. 4.7 – Comparaison entre l'évolution de la fréquence donnée par *Harmbal* et donnée par la théorie, pour $b = 0.4$ (droite) et $b = 3$ (gauche)

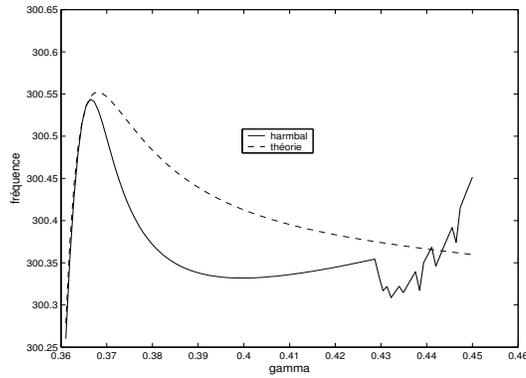


FIG. 4.8 – Comparaison entre l'évolution de la fréquence donnée par *Harmbal* et donnée par la théorie, pour $b = 3$, en utilisant l'expression (4.42)

4.4 Simulations numériques

En comparant les résultats obtenus lorsqu'on néglige l'influence du deuxième harmonique et ceux obtenus lorsqu'on en tient compte, il devient évident que le comportement global des solutions est principalement déterminé par ce deuxième harmonique dès que la partie imaginaire de l'impédance en f_s n'est pas négligeable. Pour compléter cette étude, nous nous intéressons à l'influence des autres paramètres de l'impédance sur ce comportement global. Je n'ai pas eu le temps de comparer les simulations présentées ici avec les expressions analytiques que j'ai obtenues au paragraphe précédent (expressions dans lesquelles il aurait d'ailleurs fallu que je tienne compte d'autres termes, ce qui aurait grandement compliqué les choses). Je me contente donc juste ici d'exposer quelques simulations qui nous donneront une idée sur la manière dont les autres termes de l'impédance additionnelle influencent les solutions. Rappelons que toutes les courbes représentent la variation de la fréquence en fonction de γ .

Nous commençons par rappeler l'influence de la partie imaginaire de l'admittance au niveau du deuxième harmonique I_2 :

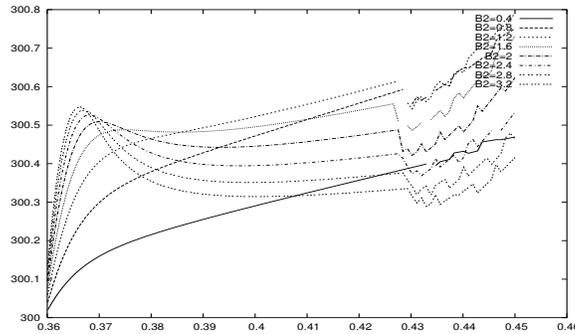


FIG. 4.9 – Courbes obtenues pour des valeurs de b_2 variant de 0.4 à 3.2.

Plusieurs remarques doivent être faites :

- Les courbes de solutions donnent lieu à des comportements différents selon la valeur de b_2 : lorsque ce dernier est grand, la variation n'est plus

monotone.

- Dans le cas non-monotone, le pic est suivi d'une partie presque constante dont la valeur dépend elle-aussi de b_2 .

4.4.1 Influence de \mathbb{R}_2^s

Commençons par regarder l'influence de a_2 en fixant b_2 à 5 (c'est-à-dire pour une valeur additionnelle en f_s relativement grande) :

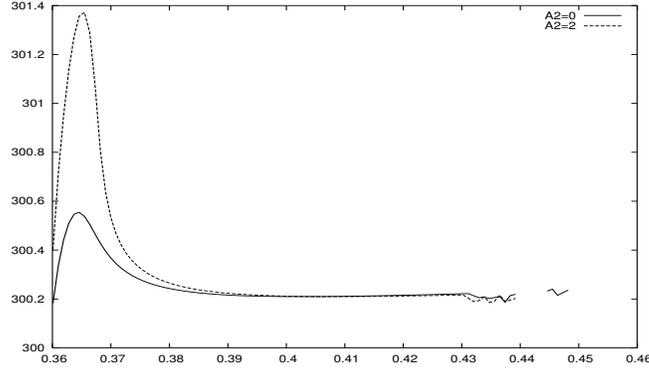


FIG. 4.10 – Courbes obtenues pour a_2 nul (courbe du bas) et pour $a_2 = 2$

Le maximum est atteint pour des valeurs de γ proches. Celui-ci dépend donc essentiellement de la valeur de I_2 . En revanche, la partie réelle, influant sur la pente à l'origine semble être d'une grande importance sur ce maximum. Enfin la valeur de la fréquence au palier consécutif semble très peu dépendre de a_2 .

4.4.2 Influence de l'impédance autour de f_0

Nous savons déjà qu'une impédance additionnelle imaginaire b_1 fera varier la fréquence au seuil. Il peut être intéressant d'observer la manière dont se comportent ensuite les solutions. Pour la figure 4.11, nous avons utilisé un b_2 relativement petit (comportement monotone).

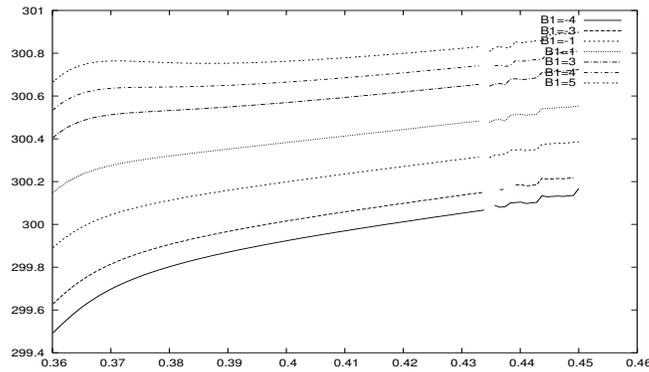


FIG. 4.11 – Courbes obtenues pour $b_2 = 0.4$ et b_1 variant de -5 à 5.

b_1 ne semble pas avoir d'influence sur la pente à l'origine (linéaire). La pente diminue ensuite lorsque b_1 augmente. Rappelons que lorsqu'on tenait compte uniquement des harmoniques 1 et 3, la fréquence revenait vers f_0 quand γ augmentait. L'influence d'un petit b_2 semble donc être suffisamment forte pour contrer cet effet.

En augmentant encore b_1 , nous pouvons obtenir le comportement non-monotone :

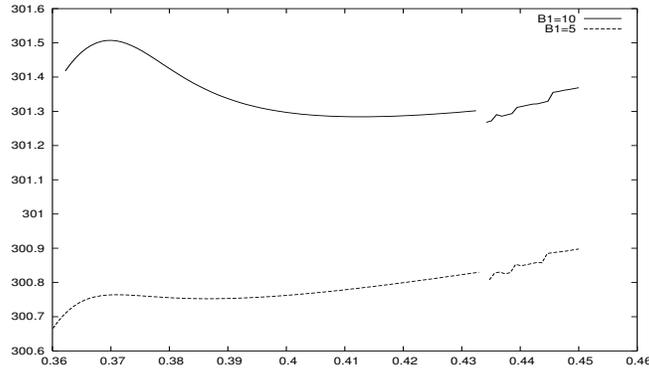


FIG. 4.12 – Courbes obtenues pour $b_2 = 0.4$, $b_1 = 5$ (courbe du bas) ou 10 (courbe du haut).

Pour b_2 grand (régime non-monotone), les solutions atteignent une valeur qui ne varie presque plus lorsque γ augmente, cette valeur semblant proportionnelle à b_1 . Nous revenons sur ce comportement au paragraphe suivant.

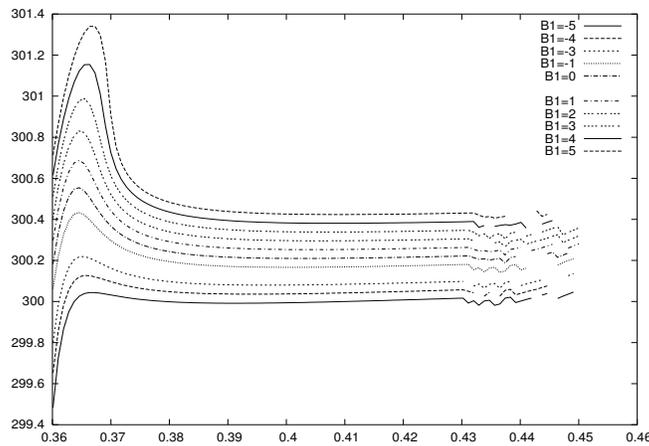


FIG. 4.13 – Courbes obtenues pour $b_2 = 5$, b_1 variant de -5 à 5.

4.4.3 Influence du troisième harmonique

Lorsque l'on fait varier b_3 pour un b_2 donné (figures 4.14 et 4.15), il faut encore différencier les comportements selon que b_2 est grand ou petit.

Si b_2 est grand (figure 4.14), la fréquence change très peu pour un b_3 donné, lorsque γ est supérieur à 0.4. La valeur atteinte semble même proportionnelle à b_3 .

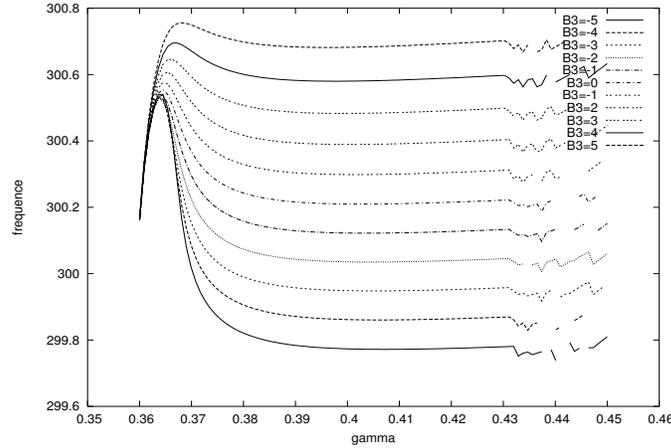


FIG. 4.14 – Courbes obtenues pour différentes valeurs de b_3 , avec $b_2=5$.

Remarquons qu'en partant des relations (4.43) et (4.37), et en effectuant un calcul approché que je n'ose pas reproduire ici parce qu'il est vraiment très grossier, nous pouvons trouver l'expression suivante :

$$\delta f \sim \delta f(b_3 = 0) + 0.1\mathbb{I}_3^s \quad (4.44)$$

Ce qui est assez étonnant, c'est que malgré sa vulgarité, cette relation donne un assez bon ordre de grandeur du décalage observé dans la figure 4.14 sur les différentes solutions par rapport à celle donnée par $b_3 = 0$.

Le même type de relation pourrait être trouvée dans le cas où b_1 varie, mais avec un autre facteur devant \mathbb{I}_3^s , car l'effet essentiel de b_1 est de changer la fréquence au seuil et la valeur de \mathbb{I}_3^s . La situation précédente était donc assez similaire à celle de ce paragraphe : il faut juste tenir compte du fait que la fréquence au seuil varie, et donc porter notre attention sur la bonne grandeur : δf ne représente pas la variation par rapport à f_0 , mais par rapport à f_s . Si b_1 est négatif, \mathbb{I}_3^s est positif et l'écart δf est plus grand et positif, ce qui correspond bien à ce qu'on observe sur la figure 4.13.

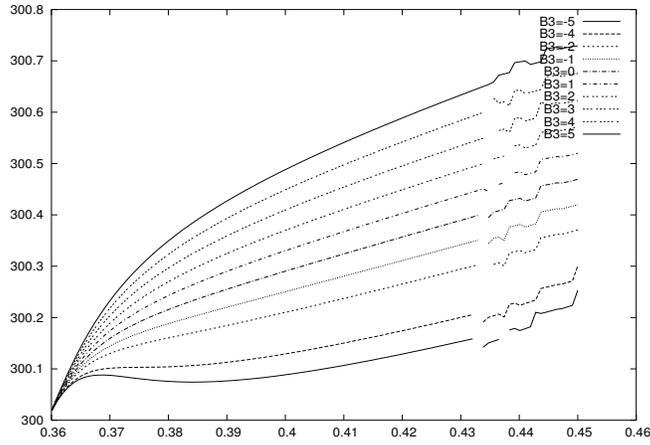


FIG. 4.15 – Courbes obtenues pour différentes valeurs de la partie imaginaire de b_3 (du bas vers le haut : -5,-4,-2,-1,0,1,2,3,4,5), avec $b_2 = 0.4$.

Dans la même situation (γ grand) et pour de plus petites valeurs de b_2 ($b_2 = 0.4$), la fréquence est proportionnelle à γ , le coefficient directeur de la droite ne dépendant pas de b_3 (figure 4.15).

L'influence de la partie réelle en $3f_0$ est donnée par la figure 4.16.

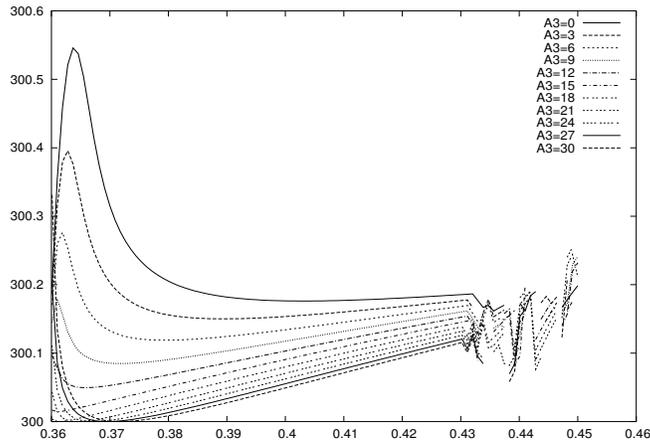


FIG. 4.16 – Courbes obtenues pour différentes valeurs de a_3 , de $a_3 = 0$ (haut) à $a_3 = 30$ (bas) avec $b_2=6$.

4.5 Remise en cause de la démarche

Nous avons justifié cette partie par son intérêt théorique. Il est vrai que le problème mathématique est très beau, qu'il m'a fasciné et que je me suis proposé de l'approcher plus intimement. Mais pour être tout à fait honnête, j'espérais aussi que la prise en compte des trois seuls premiers harmoniques permettrait de décrire le comportement global des solutions de manière approchée. Il n'en est rien, en fait : l'ajout des harmoniques supérieurs (figure 4.17) perturbe totalement la solution, et nos relations ne sont plus valables que pour des valeurs de γ très proches du γ au seuil.

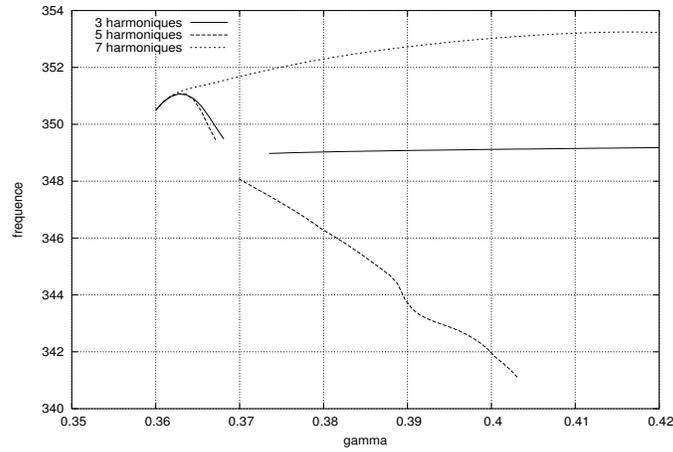


FIG. 4.17 – Evolution des solutions pour une impédance de clarinette à deux pics, en tenant compte des 3, 5 ou 7 premiers harmoniques.

Chapitre 5

Vérification expérimentale de l'influence du conduit vocal

Il est très difficile pour un instrumentiste d'agir indépendamment sur son conduit vocal et sur ses lèvres. L'étude de l'influence de la seule configuration du conduit vocal nécessite donc de s'affranchir des conditions réelles de jeu, complexes et seulement en partie conscientes, dans la plupart des cas. Nous utilisons ainsi une bouche artificielle permettant de décorrélérer au mieux les paramètres d'embouchure et la configuration du deuxième résonateur.

Le premier problème auquel nous sommes confrontés est la construction de la-dite bouche, construction soumise aux aléas de la vie, à ses petits incidents sans gravité, mais qui expliquent pourquoi cette partie sur laquelle aurait dû porter l'essentiel du travail, n'aura pas la teneur qui lui était due.

Nous commençons par décrire le montage expérimental avant de présenter quelques résultats que nous avons eu le temps d'obtenir. Ces résultats montrent d'une part une influence réelle du conduit vocal, mais liée de manière peu évidente aux conditions de jeu, et permettent d'autre part de remettre en cause la modélisation théorique de l'instrument faite dans les pages précédentes. Nous terminons donc sur les améliorations que nous pourrions apporter à ce dernier afin qu'il s'accorde avec les résultats obtenus.

5.1 Dispositif expérimental

5.1.1 Présentation

Nous disposons pour les manipulations d'une bouche artificielle alimentée en amont par l'intermédiaire d'un "conduit vocal" et reliée à la clarinette. Le dispositif complet est représenté schématiquement sur la figure 5.1.

Les différents paramètres sur lesquels nous pouvons jouer sont :

- la pression statique dans la bouche, grâce à une molette qui ouvre plus ou moins le tuyau de fuite et permet d'ajuster plus finement la pression appliquée.
- la forme du conduit vocal.

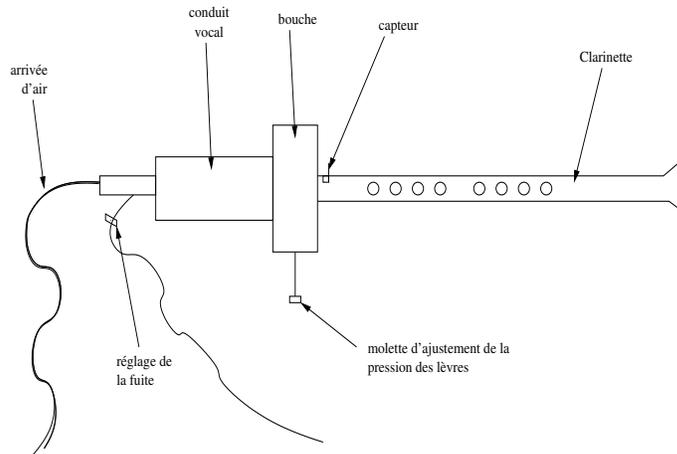


FIG. 5.1 – Schéma du dispositif expérimental.

- la pression des lèvres. Celles-ci sont des tubes en latex remplis d'eau, si bien qu'en ajustant la pression de l'eau grâce à une colonne, nous pouvons jouer sur la contrainte appliquée à l'anche.
- l'écartement des lèvres.
- l'angle du corps de l'instrument par rapport à l'horizontal. Ce paramètre joue de deux manières, en modifiant la pression appliquée par les lèvres, et en modifiant l'angle du jet relativement au bec. Cet angle sera réglé de manière à ce qu'il corresponde à celui utilisé par l'instrumentiste.

Le paramètre principal qui nous intéressera sera bien entendu la forme du conduit vocal, et les autres paramètres ne nous serviront qu'à régler le dispositif. Nous effectuerons ce réglage initial sur la bouche sans conduit vocal (bocal relié au tuyau d'alimentation), de manière à obtenir un son qui soit celui de la fondamentale, qui soit suffisamment stable au seuil (jeu pianissimo sans extinction du son) et qui nous permette d'explorer une large gamme de pression. Une fois ces paramètres réglés, nous n'y toucherons plus, afin que les différences potentielles observées ensuite ne proviennent que du conduit vocal, et que l'influence du conduit vocal soit décorrélée de celle des paramètres d'embouchure.

5.1.2 Configuration du conduit vocal

Le conduit vocal artificiel est simulé par un cylindre de 17 cm, rempli de disques de sections différentes, d'épaisseur 5 ou 10 mm. La glotte est modélisée par une fente rectangulaire, d'épaisseur 3mm, de longueur 1 cm et de largeur 1.5mm (dimensions déterminées d'après Mukai [11]).

Les mesures effectuées à Sydney sur les configurations /i/ et /æ/ présentées au chapitre 1 (figures 1.4 et 1.5) nous ont permis d'obtenir la configuration géométrique correspondante (figure 5.2), de manière à ce que les impédances soient similaires. Les impédances calculées de ces configurations sont représentées sur la figure 5.3. On peut constater, par rapport aux figures 1.4 et 1.5, que pour le conduit vocal artificiel, en altuglas, dont les parois sont rigides, le premier pic est notablement affecté.

Si ces configurations sont déduites des mesures expérimentales réalisées à Sidney, elles présentent des similarités évidentes avec la géométrie des conduits

vocaux réels. Par exemple, pour le /i/, le resserrement observé correspond à la constriction palatale de cette voyelle. Au niveau de la glotte, sur la gauche de chaque figure, le conduit vocal est très étroit, puis il s'écarte lorsque l'on s'éloigne et que l'on arrive dans la bouche.

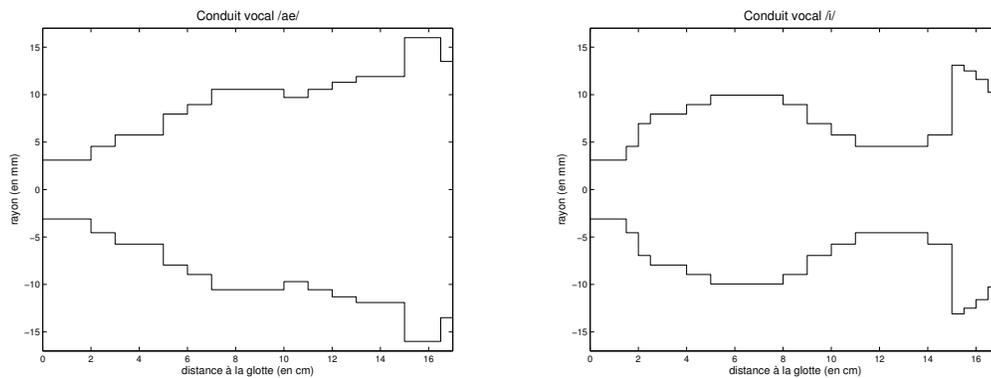


FIG. 5.2 – Forme des conduits vocaux utilisés pour les manipulation

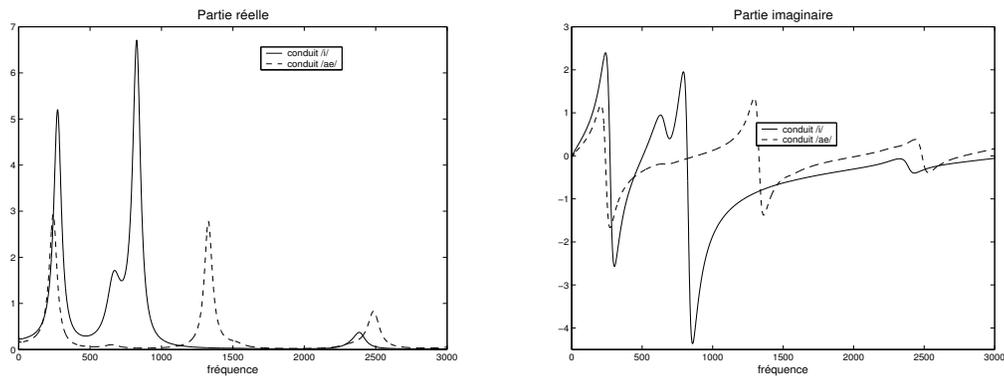


FIG. 5.3 – Courbes d'impédances (parties réelle et imaginaire) correspondant aux conduits utilisés.

5.1.3 Dispositif de mesure

Un manomètre relié à la bouche nous permet de connaître la pression statique dans celle-ci. Cette mesure pose un premier problème : la pression mesurée n'est pas constante, du fait probablement de variations dans l'arrivée d'air utilisée.

Dans un monde optimal, nous aurions dû disposer de deux capteurs : l'un dans le bec et l'autre dans la bouche, un peu avant l'anche. Ceux-ci devaient permettre d'effectuer en parallèle des mesures du spectre dans l'instrument et dans la bouche pour la thèse de Claudia Fritz. Le premier est tombé en panne. Il ne nous restait donc plus que celui du bec qui s'est ensuite mis à fonctionner par intermittence. Nous avons donc dû nous rabattre sur un capteur de secours placé dans le barillet de la clarinette. Il n'a toujours pas montré de signes de défaillance, mais nous gardons espoir, cela ne saurait tarder. Pour le sujet sur lequel portait le stage, les variations de la fréquence de jeu, le placement du

capteur n'est de toute façon pas crucial : nous aurions aussi bien pu utiliser un microphone placé en dehors de l'instrument. En revanche, cela aurait été problématique si nous avions souhaité nous intéresser aux évolutions du spectre (ou, dit d'une manière symétrique et un peu plus honnête, c'est une des raisons pour lesquelles nous ne nous sommes pas intéressés à ce sujet).

Les signaux mesurés par le capteur sont ensuite enregistrés sous *Labview*, puis traités sous *Matlab* pour en tirer la fréquence fondamentale (*zero padding* pour augmenter la résolution fréquentielle, transformation de Fourier et recherche du maximum).

5.2 Mesure de la pression de placage

Si l'on souhaite pouvoir comparer les résultats obtenus par simulation numérique et ceux issus des manipulations, il faut que l'on puisse exprimer ces derniers non pas en fonction de la pression statique p_m^0 de la bouche, mais en fonction de $\gamma = \frac{p_m^0}{p_M}$, c'est-à-dire qu'il faut que l'on connaisse la pression de placage p_M . Celle-ci nous permettra aussi de connaître ζ (par $\zeta = Z_c w H \sqrt{\frac{2}{\rho p_M}}$). Cette pression dépend a priori des paramètres d'embouchure, et il est donc nécessaire de la recalculer à chaque nouvelle manipulation.

Nous avons supposé dans le premier chapitre que l'anche fonctionnait comme un ressort :

$$y = -\frac{p}{\mu_r \omega_r} \quad (5.1)$$

Cette relation est valable lorsque la fréquence de jeu (et de ses harmoniques) est supposée petite par rapport à la fréquence propre de l'anche. Elle l'est donc encore plus lorsque l'on ne considère non plus une pression dynamique, mais une pression statique, c'est-à-dire avant le seuil d'oscillation. Lorsque l'on augmente la pression dans la bouche, l'anche commence par se refermer un peu, de manière proportionnelle à la pression appliquée, avant de se mettre à osciller. Si ces oscillations n'avaient pas lieu, et donc, si l'anche continuait à se refermer, elle serait collée au bec pour la pression p_M et son déplacement y serait alors égal à la hauteur H du canal à pression nulle.

Puisque, d'après la relation 5.1, le déplacement est proportionnel à la pres-

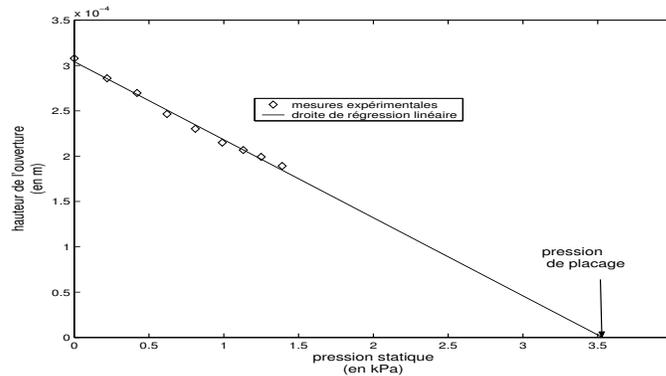


FIG. 5.4 – Régression linéaire utilisant les hauteurs h mesurées de l'ouverture de l'anche en fonction de la pression statique dans la bouche.

sion statique appliquée (ou plutôt, à la différence de pression à laquelle est soumise l'anche, mais les mesures dans le bec ont montré que la pression restait nulle en aval de l'anche), il nous suffit donc juste de connaître les coefficients de cette relation linéaire pour en déduire p_M ($h = ap + b$ donne $p_M = -\frac{b}{a}$). Pour ce faire, nous nous placerons avant le seuil et nous effectuerons des mesures de l'ouverture de l'anche pour différentes pressions. La pression de placage est le point d'intersection de la régression linéaire obtenue avec l'axe des abscisses (figure 5.4).

La mesure de l'ouverture de l'anche est faite à partir de photos de l'anche comme celle de la figure 5.5. Un programme sous *Matlab* développé au laboratoire dans le cadre du stage de Matthias Coulomb permet de mesurer cette hauteur connaissant une grandeur de référence (la largeur de l'anche).



FIG. 5.5 – Exemple d'une photographie utilisée pour la mesure de la hauteur du canal.

5.3 Mesures de l'influence du conduit vocal

Nous avons choisi de faire porter les mesures sur quatre doigtés de la clarinette, pour explorer une gamme assez large d'impédances de clarinette différentes. Nous observons ainsi l'influence du conduit vocal, pour un /i/ et pour un /æ/, sur un tuyau long (E4, note écrite, tube de la clarinette en entier), un tuyau court (G4, tous les trous débouchés), un tuyau intermédiaire (C4), et une note dans le registre supérieur (G5). Rappelons que les courbes d'impédance du registre supérieur sont semblables à la note correspondant au premier registre, l'action de la clé de douzième ayant pour caractéristique principale de baisser l'impédance au niveau du premier pic, de manière à ce que celui-ci soit inférieur au troisième pic. Par exemple, dans les hauteurs que nous utilisons, C4 et G5 correspondent au même doigté et aux mêmes valeurs d'impédance, sauf au niveau de f_0 (Une présentation de ces mesures d'impédances peut se trouver sur [13]). Les mesures des figures 5.6 et 5.7 sont obtenues pour $p_M = 3.54$ kPa (soit $\zeta = 0.23$).

Ces résultats sont assez surprenants car si l'on constate une réelle différence

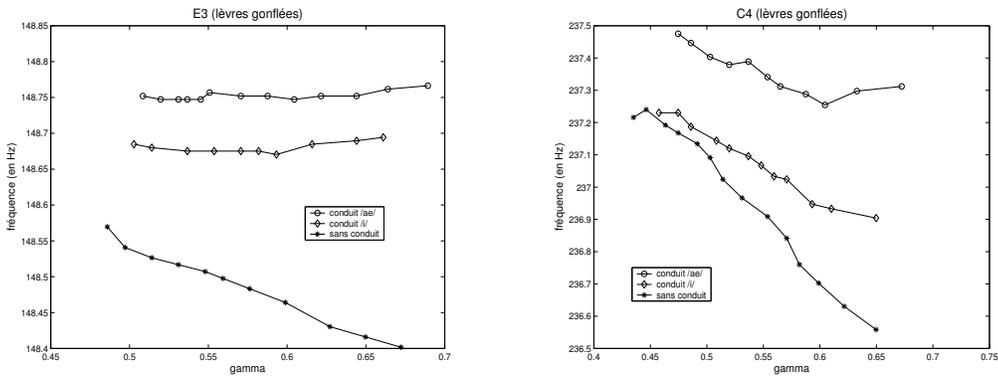


FIG. 5.6 – Variations de la fréquence en fonction de γ obtenues pour le E3 (146.83 Hz) et le C4 (233.08 Hz) lorsque les lèvres sont gonflées ($\zeta = 0.17$).

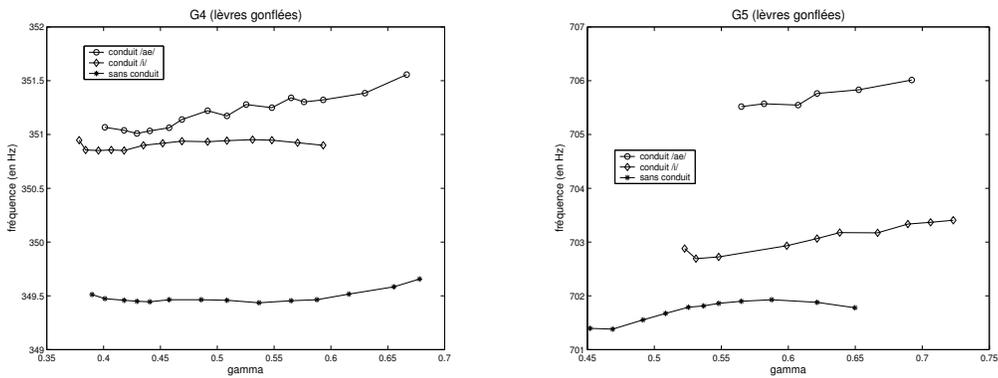


FIG. 5.7 – Variations de la fréquence en fonction de γ obtenues pour le G4 (349.23 Hz) et le G5 (698.46 Hz) lorsque les lèvres sont gonflées ($\zeta = 0.17$).

(de 0.5 cents pour le E3 à plus de 6 cents pour le G5), entre les deux configurations du conduit vocal étudiées, cette différence est exactement l'inverse de celle que nous attendions : d'après certains clarinettes, la configuration /i/ fait monter la fréquence de jeu. Ici, pour les quatre notes sur lesquelles portent la mesure, la configuration /æ/ donne toujours une fréquence plus élevée que la configuration /i/. En revanche, si l'on dégonfle légèrement les lèvres ($p_M = 3.77$ kPa, $\zeta = 0.23$), nous obtenons bien l'effet décrit (figure 5.8).

Lorsque les lèvres sont légèrement dégonflées le conduit /i/ donne donc bien une fréquence plus élevée. Mais la différence ne s'arrête pas là. Alors qu'avec les lèvres gonflées, la variation de la fréquence en fonction de γ avait une pente globalement positive, cette dernière est maintenant négative : plus la bouche applique une pression élevée, plus la fréquence baisse. Nous tenterons plus loin de mettre ces résultats en rapport avec les simulations numériques.

Les variations de fréquence observées lorsque γ augmente sont en général petites (2 cents par exemple, pour C4), à peine audible, sauf dans le cas où les lèvres sont dégonflées, dans le haut du premier registre (10 cents pour le G4 avec conduit /i/).

Lors des manipulations, nous avons constamment cherché à nous approcher autant que possible de la valeur de pression la plus petite pour laquelle la vi-

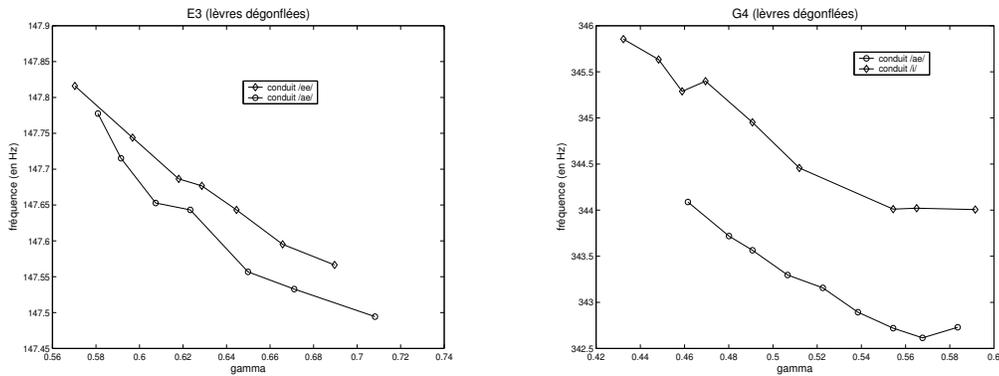


FIG. 5.8 – Résultats obtenus pour le E3 et le G4 lorsque les lèvres sont légèrement dégonflées ($\zeta = 0.23$).

bration existe. Cette tentative était rendue difficile par le fait que le réglage de la pression appliquée ne permettait pas suffisamment de finesse et de stabilité. Néanmoins, nous pouvons faire plusieurs remarques qui me semblent intéressantes : d’abord, plus le tuyau est long, plus la pression minimale à appliquer doit être grande (ceci se retrouve sur les figures 5.6 et 5.7). Pour le deuxième registre (G5), la pression doit être encore plus grande (ce que l’on peut interpréter de la manière suivante : le deuxième pic de l’impédance de la clarinette étant plus faible que le premier sans clé de douzième, la condition théorique $A > \Re(Y)$ est vérifiée pour un A beaucoup plus grand). De manière générale, aussi, et c’est la principale observation que nous puissions faire, les amplitudes des signaux obtenus pour ces valeurs minimales sont, sur toutes les notes étudiées, plus petites pour le conduit /i/ : pour ce dernier, dans le cas où les lèvres sont gonflées, l’amplitude obtenue vaut à peu près $\frac{2}{3}$ de celle induite par le conduit /æ/. C’est un résultat essentiel. Ceci signifierait que le conduit /i/ permet d’obtenir plus facilement des sons de faible amplitude.

Ces valeurs minimales de pression semblent aussi beaucoup moins stables avec le conduit /æ/ et, par exemple, pour le G4 avec conduit /æ/, il était impossible d’obtenir directement le fondamental en augmentant la pression : le son passait par la douzième, puis trouvait le fondamental lorsque la pression devenait forte. En revanche, en descendant, il n’y avait aucun problème.

Les valeurs de γ trouvées semblent un peu grandes par rapport à ce que nous avons dans les simulations numériques. Il me semble qu’il faut plus les prendre pour un ordre de grandeur, un moyen de comparaison d’une mesure à l’autre, car l’imprécision qui les entoure me paraît bien trop grande pour que l’on puisse s’en servir autrement.

Nous pouvons discerner au moins trois facteurs qui contribuent à cette imprécision. D’abord, malgré la résolution excellente dont nous disposons sur les photographies qui ont permis la mesure de p_M , cette dernière n’est pas infaillible. D’abord, même s’il s’agit là d’un effet probablement négligeable, les photos n’étaient pas prises exactement de face mais il était difficile de corriger l’erreur de parallaxe. Ensuite, et c’est probablement le facteur le plus important dans l’imprécision de la mesure de h , les bords de l’anche ne sont pas droits et l’endroit utilisé pour mesurer la hauteur de l’ouverture a été choisi de manière très empirique (il aurait peut-être fallu calculer plutôt l’aire de l’ouverture, ce

qui aurait correspondu à faire la moyenne sur tout la largeur de l'anche). Cette largeur elle-même, qui sert de référence pour le calcul de l'ouverture, n'est pas connue de manière extrêmement précise. . . Un autre facteur d'imprécision est la pression appliquée dans la bouche. Nous avons déjà signalé l'instabilité de cette mesure, due probablement à un débit d'air qui n'est pas vraiment constant dans notre arrivée d'air. Pour remédier à cela, il aurait probablement fallu utiliser un véritable réservoir de pression entre l'arrivée d'air et l'entrée de la bouche, ce qui aurait atténué les effets des variations de débit dans notre alimentation. Un dernier point, moins expérimental, qui relève plus du modèle choisi, concerne l'anche. En effet, nous supposons que celle-ci constitue un ressort parfait, mais il est probable que la relation qui relie l'ouverture en un point donné à la différence de pression ne soit pas totalement linéaire.

Ces premières mesures nous permettent donc surtout de prendre conscience des défauts de la manipulation et de ce qui doit être amélioré. Il me semble que le contrôle et la mesure maximale des différents paramètres de l'expérience doit être la priorité pour espérer pouvoir en tirer des enseignements. Trop de facteurs externes au système (conduit vocal-clarinette) étudié interviennent pour l'instant. En particulier, il serait extrêmement utile d'avoir une mesure qui nous permette de caractériser l'action des lèvres. En effet, un problème gênant du montage est le fait que chaque série de mesures soit très difficilement reproductible. D'une série à l'autre, la pression des lèvres aura changé, par exemple, et il est quasiment impossible de retrouver les mêmes conditions expérimentales.

D'autre part, et c'est peut-être l'aspect principal auquel nous devons réfléchir, il faudra absolument que le contrôle de la pression dans la bouche soit beaucoup plus fin. Il faudra d'abord que l'arrivée d'air soit vraiment stable et peut-être que la mesure au manomètre devra être abandonnée : il n'est pas improbable que l'instabilité de celui-ci lorsque l'on tente de mesurer la pression statique soit due au fait que l'on ne peut justement pas supposer que la pression est statique. Les pressions mesurées dans le bec de la clarinette sont de l'ordre du kPa, et les simulations montraient des ondes de pression dans la bouche d'une amplitude de 0.01 fois la pression de placage, soit de l'ordre de 0.05 kPa. Si ce résultat est vrai, il n'est pas étonnant que la mesure à 0.01 kPa près de la pression statique ne soit pas évident. Seule la mesure des signaux dans la bouche pourra nous faire avancer à ce sujet. Celle-ci nous fournirait alors les deux grandeurs d'intérêt : les composantes statiques et dynamiques de $p_m(t)$.

5.4 Comparaison avec notre modèle théorique

Pour terminer, et malgré l'incertitude qui pèse sur la connaissance de nos paramètres expérimentaux, nous tentons une comparaison avec ce que nous aurait donné la simulation numérique pour la note G4, avec l'impédance d'un tube dont nous avons seulement retenu les deux premiers pics. Le calcul est effectué pour trente harmoniques.

Les paramètres $\zeta = 0.17$ et $\zeta = 0.23$ ont été utilisés pour simuler respectivement les lèvres gonflées ou dégonflées (figure 5.9). Remarquons que les solutions trouvées correspondent plutôt bien pour $\zeta = 0.23$: l'écart entre les deux courbes est similaire à celui de la figure 5.8 et la fréquence baisse lorsque γ augmente au-dessus de 0.4. En revanche, pour $\zeta = 0.17$, la simulation ne correspond pas

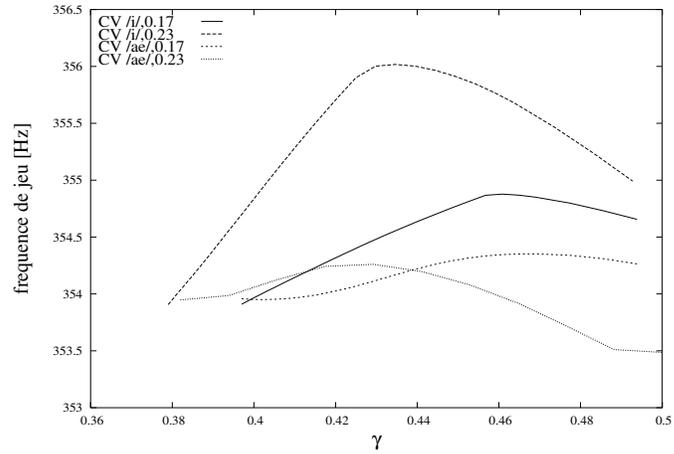


FIG. 5.9 – Courbes de la fréquence en fonction de γ pour les conduits vocaux /i/ et /æ/ selon la valeur de ζ .

du tout à ce que nous obtenons expérimentalement. Il faudrait probablement revoir le modèle simple que nous utilisons : l'impédance de la clarinette est prise similaire à celle d'un tube dont nous ne conservons que les deux premiers pics, les valeurs supérieures étant prises égales à zéro, et l'anche est supposé être un oscillateur à un degré de liberté. Il est probable que, vu la finesse des effets escomptés, ce type de correction soit nécessaire.

Conclusion

Le propos initial de cette étude était de cerner l'influence du conduit vocal sur la fréquence de jeu. S'il faut conclure à ce sujet, au vu des résultats exposés dans les pages qui précèdent, nous dirons que oui, il a une influence qui est loin d'être négligeable. Mais la question qui suit est moins évidente : cette influence peut-elle vraiment être utilisée dans le jeu par l'instrumentiste ? Si l'on s'en tient aux résultats expérimentaux, il apparaît que la forme de cette influence dépend d'un grand nombre de paramètres qui sont essentiellement la note jouée et la pression exercée par les lèvres. Nous pouvons alors prendre deux chemins pour répondre à la question. Un premier consisterait à dire que cette influence est intégrée au jeu de l'instrumentiste qui adapte inconsciemment ou à force de travail les différents paramètres de son geste pour obtenir l'effet voulu, en fonction, par exemple, de la note jouée ou de la pression exercée. Il jouerait en quelque sorte de sa bouche comme il joue de son instrument, à chaque instant.

Une deuxième manière de conclure serait de dire que le discours des instrumentistes ne reflète pas une réalité physique, mais quelque chose qui serait de l'ordre de l'intention. Un /i/ signifie quelque chose de plus tendu, notamment au niveau des lèvres, alors que celles-ci se relâchent dans un /æ/, l'effet observé relevant alors de l'influence conjointe de ces deux paramètres, pression des lèvres et conduit vocal.

Pour relativiser ces propos, insistons sur le fait que cette étude ne portait que sur la fréquence et qu'il y aurait probablement le même travail à faire, sur la manière dont le conduit vocal influence le timbre, au niveau de sa richesse spectrale et surtout, je pense, en ce qui concerne la mise en vibration de l'instrument (transitoires). Il est probable que les effets observés dépendraient tout autant de la note jouée et nous nous trouverions alors confrontés à la même question concernant l'utilisation en jeu de cette influence.

Si je suis persuadé que des effets aussi fins sont utilisés dans le jeu, je ne suis en revanche pas convaincu du niveau de conscience avec lequel elles sont intégrées dans la gestuelle du musicien et il me semble que toute tentative de verbalisation ou de description faite par l'instrumentiste lui-même est sujet à caution. En clair, lorsque celui-ci dit "je fais ceci ou cela pour obtenir tel effet", il convient de chercher ce qui se cache derrière ces propos, disons finalement, une sorte de contexte global traduit par une idée, un mot qui peut être un condensé trop succinct de la réalité.

D'autre part, ce travail tentait de s'appuyer sur une modélisation théorique de la question. Celle-ci est un échec, d'abord pour une raison pratique. Le déroulement du stage a fait que le développement théorique a eu lieu avant toute expérimentation, ce qui a laissé très peu de temps pour tenter de comprendre ce qui ne fonctionnait pas dans le modèle. Nous n'avons pu que constater les dégâts sans possibilité de réparation. Il faudrait probablement utiliser un modèle

“maximum” basé à la fois sur l’impédance du conduit vocal et une mesure fine de l’impédance véritable de l’instrument (et non plus celle d’un tube plus ou moins modifié pour ressembler à celle de la clarinette). Si cela ne fonctionne toujours pas, nous aurions deux alternatives : tenir compte d’un plus grand nombre d’harmoniques du son, ce qui pourrait nécessiter de nouvelles mesures d’impédances, ou alors, remettre en cause le modèle simple d’anche que utilisons (oscillateur à un degré de liberté et écoulement uniforme dans le canal), en exploitant son extension spatiale, ce qui ferait intervenir non plus la pression, mais axerait la démarche sur l’écoulement de l’air.

Ceci rejoint un problème qui a traversé implicitement toute ma démarche et qui n’est toujours pas résolu dans mon envie d’aborder les choses. Nous pourrions peut-être avoir des mesures très fines des impédances mises en jeu, identifier les influences qui leur donnent telle ou telle forme, étudier et modéliser de manière optimale le système excitateur, avoir une mesure sûre des paramètres de l’expérimentation. . . L’étude de chacun de ces éléments pris en compte constitue en soi un travail passionnant qui nous informe sur la formalisation du monde. Nous pourrions encore mettre tout cela en lignes de code, lancer le calcul, obtenir un résultat qui corresponde bien à ce qui est observé, mais nous ne serons pas plus avancés.

Il me semble que tout travail cherchant à rendre intelligible les phénomènes physiques résulte d’un compromis entre la théorie et la réalité, entre un besoin de simplifier et le désir d’englober. Par la simulation numérique, j’ai d’abord cherché à avoir une démarche empirique, expérimentale sur un système d’équations reflétant un parti-pris vis-à-vis de la réalité. Nous avons vu au chapitre 4 que l’approche calculatoire, avec les approximations qu’elle implique ne permet de pénétrer ce système que dans des cas très simples. Faut-il user d’un modèle sophistiqué ? Dans quelle mesure la reproduction des charnières de la réalité nous permet-elle de comprendre les choses, pour peu que l’on se fixe pour objectif de les comprendre et non de produire une surréalité qui nous offre, certes, la liberté de l’immatériel, mais nous barre le chemin de l’intelligibilité ?

En deux mots, voici la question à laquelle je n’ai pas su répondre dans ce travail : à quel niveau faut-il placer notre exigence de compréhensibilité face à un modèle qui se substituerait parfaitement à la réalité, offrant un terrain plus commode d’expérimentation que le vrai monde, mais face à un modèle qui, à force de sophistication, deviendrait aussi impénétrable que la réalité elle-même ? A quel niveau se trouve le compréhensible ?

Bibliographie

- [1] J. Backus. The effect of the player's vocal tract on woodwind instrument tone. *Journal of the Acoustical Society of America*, 78(1), 1985.
- [2] A. Benade. Air column, reed and player's windway interaction in musical instruments. In I.R. Titze and R.C. Scherer, editors, *Vocal Fold Physiology*. The Denver Center for the Performing Arts, 1983.
- [3] A.H. Benade et S.N. Kouzoupis. The clarinet spectrum : Theory and experiment. *Journal of the Acoustical Society of America*, 83(1) :292–304, 1988.
- [4] S. Farner. Harmbal. computer program in c. Available on Internet at <http://www.pvv.ntnu.no/farner/pub/harmbal.html>.
- [5] S. Farner. Harmbal : a program for calculating steady-state solutions to nonlinear physical models of self-sustained musical instruments by the harmonic balance method. Mosart report, Laboratoire de mécanique et d'acoustique, CNRS, 31, ch. J. Aiguier, FR-13009 Marseille, july 2002.
- [6] C. Fritz, S. Farner, and J. Kergomard. Some aspects of the harmonic balance method applied to the clarinet. *In preparation for applied acoustics, (?):?–?, 2004?*
- [7] C. Fritz and J. Wolfe. Acoustic impedance measurement of the clarinet players' airway. In *7^{ème} Congrès Français d'Acoustique et 30^{ème} Congrès Allemand d'acoustique*, Strasbourg, France, 2004.
- [8] J. Gilbert and J. Kergomard. Calculation of the steady-state oscillations of a clarinet using the harmonic balance technique. *JACOS*, 86(1) :35–41, 1989.
- [9] N. Grand, J. Gilbert, and F. Laloe. Oscillation threshold of woodwind instruments. *Acustica*, 82 :137–151, 1996.
- [10] J. Kergomard, S. Ollivier, and J. Gilbert. Calculation of the spectrum of self-sustained oscillations using a variable truncation method : application to cylindrical reed instruments. *Acustica - Acta Acustica*, 86 :685–703, 2000.
- [11] M.D. Susumu Mukai. Laryngeal movement while playing wind instruments. In *Proc. of the International Symposium on Musical Acoustics*, pages 239–242, Tokyo, Japan, 1992.
- [12] S.D. Sommerfeldt and W.J. Strong. Simulation of a player-clarinet system. *JACOS*, 83(5) :1908–1918, 1988.
- [13] J. Wolfe. Mesures de l'impédance de la clarinette. Available on Internet at <http://www.unsw.edu.au/music/clarinet>.